

VISUALISASI DALAM PENYELESAIAN MASALAH MATEMATIK BERAYAT

Samsudin Drahman

SMK Baru Kuching, Sarawak, Malaysia

E-mel: samdrahman@yahoo.com

dan

Fatimah Saleh

Pusat Pengajian Ilmu Pendidikan

Universiti Sains Malaysia

11800 USM, Pulau Pinang, Malaysia

E-mel: sfatimah@usm.my

Abstrak: Penyelesaian masalah matematik berayat bukan hanya untuk mendapatkan jawapan akhir tetapi melibatkan kefahaman dan penguasaan strategi yang lebih kompleks. Kebanyakan murid belum berupaya menguasai kemahiran ini sedangkan mereka menguasai operasi asas matematik. Artikel ini akan membincangkan satu teknik yang dikenal pasti dapat membantu murid menangani kesukaran tersebut yang juga sebahagian daripada dapatan kajian tentang sejauh mana murid Tahun 5 membuat visualisasi semasa menyelesaikan masalah matematik berayat. Maklumat kajian diperoleh melalui temu duga klinikal sebagai teknik utama dan analisis kualitatif dilaksanakan. Lima bentuk gambaran dikenal pasti dalam proses visualisasi murid: imej, komponen soalan, peristiwa dalam masalah, matlamat dan konteks soalan. Visualisasi yang dilakukan oleh murid didapati telah memudahkan dan mempercepatkan tugas mereka mendapatkan penyelesaian. Dalam konteks ini, kata-kata *a picture is worth a thousand words* memang tepat. Dapatan menunjukkan murid-murid menggunakan strategi yang berbeza seperti menggambar secara mental, melukis gambar/gambar rajah atau membina perlambangan untuk mewakili gambaran mereka. Turut dibincangkan dalam artikel ini adalah implikasi kajian terhadap proses pengajaran dan pembelajaran matematik serta cadangan untuk pembangunan kurikulum matematik.

Abstract: A majority of the students are able to do basic mathematical operations. However, they have not acquired the ability and the necessary skills required to solve mathematical word problems. Solving mathematical word problems is not just getting the correct final answer. It also involves understanding and acquisition of mathematical skills for complex strategies. One of the strategies is visualization. This article discusses the findings from a study conducted to determine the extent to which Year 5 pupils used visualization in solving word problems. The main technique used for data collection was clinical interviews and the data obtained was analyzed qualitatively. Five forms of representations were identified: images, components of questions, situations, goals and contexts. The visualization process carried out by pupils was found to be useful in facilitating them to get the correct solutions. In the context of this research, *a picture is worth a thousand words* seemed to apply. Research findings also indicated that pupils used various strategies including mental images, sketches, and drawings to represent their

visualization. The discussion includes implications of the findings towards the teaching and learning process and suggestions for the mathematics curriculum development are also put forth.

PENGENALAN

Masalah matematik berayat merupakan komponen penting dalam kurikulum matematik KBSR (Kurikulum Bersepadu Sekolah Rendah). Kajian menunjukkan murid sekolah rendah belum berupaya menyelesaikan masalah matematik berayat walaupun mereka menguasai kemahiran menjalankan operasi secara prosedural [Mokhtar, Aminah & Lim 2001; Third International Mathematics and Science Study (TIMSS) 1999; Fatimah 1999; Hassan 1998; Mohd. Daud et al. 1997]. Fenomena ini dikesan dalam beberapa kajian di luar negara seperti yang telah dijalankan oleh Verschaffel, De Corte dan Vierstraete (1999), Bransford et al. (1996) dan Hegarty, Mayer dan Monk (1995). Mereka juga mendapati masalah matematik berayat menimbulkan banyak kesukaran dan kesilapan dalam kalangan murid peringkat awal persekolahan.

ASAS TEORI

Penyelesaian masalah matematik berayat bukan hanya bermatlamatkan jawapan akhir, tetapi membabitkan kefahaman kognitif yang lebih kompleks seperti memahami maksud soalan, menghubungkan maklumat dengan operasi, mengenal pasti strategi, menjalankan operasi dan mendapatkan penyelesaian yang dikehendaki. Pandangan ini selaras dengan penjelasan Mayer (1985, 1987) yang mengusulkan empat peringkat yang harus dilalui oleh seseorang individu semasa penyelesaian masalah, iaitu menterjemahkan masalah, mengintegrasikan masalah, merancang dan mencari strategi, dan melaksanakan penyelesaian.

Dalam menjelaskan tentang proses penyelesaian masalah matematik, murid cenderung menyelesaikan masalah matematik menggunakan teknik menghafal prosedur dan operasi matematik serta menggunakan angka-angka dan istilah yang menjadi kata kunci [Mohd Uzi 1999; Hassan 1998; Jemaah Nazir Sekolah Persekutuan (JNSP) 1993]. Kadang-kadang murid berjaya melaksanakan penyelesaian tanpa memahami dengan sempurna maksud keseluruhan sesuatu masalah semasa menyelesaikan masalah matematik berayat tersebut (Bransford et al. 1996; Hegarty et al. 1995).

Teori perkembangan kognitif Piaget (1952) menyatakan bahawa perkembangan kognitif kanak-kanak adalah berbeza dan berubah mengikut empat peringkat umur, iaitu sensori-motor (0–2 tahun), praoperasi (2–7 tahun), operasi konkrit

(7–11 tahun) dan operasi formal (12 tahun ke atas). Yang jelas, murid sekolah rendah (7–11 tahun) berada pada peringkat operasi konkrit. Murid pada peringkat operasi konkrit berupaya untuk berfikir secara logik tetapi masih terbatas kepada sesuatu yang bersifat nyata. Sehubungan itu, aktiviti pembelajaran pada peringkat operasi konkrit masih bergantung pada objek maujud dan menggunakan *hands-on material*. Murid pada peringkat ini memerlukan bahan sokongan yang bersifat konkrit dan boleh diolah dalam usaha mengukuhkan kefahaman konsep matematik mereka.

Murid memerlukan pengalaman yang pelbagai seperti pengalaman enaktif, ikonik dan simbolik untuk membantu mereka menguasai konsep matematik dengan lebih mudah (Lim, Fatimah & Munirah 2003). Pada peringkat pengalaman ikonik, kanak-kanak sudah boleh menggunakan keupayaan kognitif (minda) untuk memikirkan sesuatu dan membina gambaran mental tentang objek atau situasi yang terlintas dalam minda mereka.

Murid sekolah rendah lebih mudah memahami sesuatu konsep matematik melalui penggunaan objek konkrit dan lakaran. Saranan ini juga dibuat oleh Dienes (1973), yang menyatakan bahawa konsep matematik menjadi lebih mudah difahami jika konsep itu dipersembahkan kepada murid dengan menggunakan contoh yang konkrit. Sehubungan itu, Dienes mengusulkan lima peringkat persekitaran dalam pengajaran dan pembelajaran matematik, iaitu permainan bebas, memerhati ciri, perwakilan diagramatik, perwakilan simbolik dan formalisasi. Dalam persekitaran perwakilan diagramatik, murid dibimbing untuk menghubungkan objek-objek konkrit dengan konsep matematik melalui aktiviti melukis rajah yang sesuai. Imej dan gambar atau rajah seharusnya digunakan untuk menerangkan konsep matematik. Dalam peringkat persekitaran perwakilan simbolik, murid haruslah dibimbing supaya menghubungkan bahasa dan simbol untuk memahami matematik.

PROSES VISUALISASI DAN PENYELESAIAN MASALAH

Visualisasi merupakan proses kognitif atau tindakan seseorang individu yang menghubungkan konstruk dalaman dengan perkara yang berlaku di persekitarannya. Hasil yang mungkin terbina daripada visualisasi merangkumi sebarang imej visual sesuatu objek atau situasi yang diterima oleh individu (Zazkis, Dubinsky & Dauterman 1996). Selain itu, visualisasi merupakan proses mental apabila individu menggambarkan objek atau situasi (Bishop 1989). Justeru, visualisasi boleh menjadi satu teknik berguna semasa menyelesaikan masalah matematik (Horgan 1993; Barwise & Etchemendy 1991; Theadgill-Sowder & Sowder 1982; Moses 1982). Penyelidik seperti Nemirovsky dan Noble (1997), dan Campell, Collins dan Watson (1995) menyokong pandangan bahawa

visualisasi berguna dalam proses penyelesaian masalah matematik. Pandangan ini juga dikongsi oleh Moses (1982) yang menyatakan bahawa visualisasi berguna pada setiap peringkat penyelesaian masalah matematik.

Penyelesaian masalah pula merupakan suatu proses kognitif yang sangat kompleks, membabitkan beberapa tahap pemahaman sebelum seseorang individu boleh dikatakan berjaya dalam penyelesaian masalah matematik. Menurut Polya (dalam Mohd. Said Bono et al. 1993) empat fasa penting dalam penyelesaian masalah merangkumi memahami masalah, merancang strategi pelaksanaan, melaksanakan strategi dan menyemak kembali. Kajian-kajian lepas (Moses 1982; Fatimah 1999; Mohd. Uzi 2000; Kelly 1999) mendapati bahawa bukan sahaja murid menghadapi banyak kesulitan dalam memahami penyelesaian masalah matematik, tetapi guru juga berdepan dengan kesulitan dalam pengajaran matematik yang melibatkan proses penyelesaian masalah.

Menurut Moses (1982) murid boleh memahami masalah matematik dengan lebih baik apabila mereka dapat menghasilkan imej visual yang mewakili situasi dalam masalah tersebut. Visualisasi boleh membantu murid menyatakan semula maksud soalan dengan menggunakan perkataan mereka sendiri. Visualisasi juga membantu murid mewakili dan membina model konkrit bagi situasi yang dinyatakan dalam masalah matematik berayat. Pada peringkat merancang strategi dan melaksanakan penyelesaian, seseorang individu mungkin perlu untuk memfokus kepada gambar/gambar rajah atau lakaran. Dengan memfokus kepada perwakilan diagramatik atau simbolik yang mewakili maklumat yang diberi dalam masalah matematik, ia memudahkan tugas seseorang individu merancang strategi penyelesaian.

Proses visualisasi membantu murid dengan cara membuat penambahan imej visual kepada masalah matematik yang dihadapi. Teknik penyelesaian secara visualisasi membabitkan individu menggambarkan secara mental proses atau situasi dalam soalan. Hasil yang terbina daripada visualisasi mungkin terdiri daripada sebarang imej visual sesuatu objek/proses/situasi yang digambarkan. Imej visual juga boleh wujud sebagai gambaran secara mental sahaja. Selain itu, teknik penyelesaian masalah matematik secara visualisasi membabitkan penggunaan imej visual yang wujud sama ada dalam bentuk gambar atau tanpa gambar sebagai sebahagian daripada teknik penyelesaian (Presmeg 1986). Imej visual yang wujud dalam bentuk gambar/gambar rajah, lakaran dan jadual boleh membantu individu dalam usaha memahami masalah matematik yang bakal diselesaikan (Essen & Hamaker 1990; Larkin & Simon 1987; De Corte, Verschaffel & De Win 1985; Schoenfeld 1985). Manakala Nik Azis (1996) dan Wheatley (1991) berpendapat bahawa strategi melukis gambar rajah yang sesuai dan membuat penaakulan yang betul merupakan dua kemahiran penting dalam proses penyelesaian masalah matematik. Tidak dinafikan bahawa teknik

menghafal prosedur dan operasi juga dapat menghasilkan penyelesaian yang betul, tetapi biasanya terbatas kepada masalah matematik yang rutin sahaja. Teknik lain yang bersesuaian dengan peringkat perkembangan kognitif murid juga perlu digalakkan untuk membantu ketidakupayaan mereka, terutama dalam menghadapi masalah matematik yang belum pernah mereka temui.

REKA BENTUK DAN SAMPEL KAJIAN

Kajian bertujuan mengenal pasti sejauh mana murid membuat gambaran visual, apakah bentuk gambaran yang timbul, dan bagaimana murid mewakili gambaran mereka semasa menyelesaikan masalah matematik berayat. Sampel kajian melibatkan 17 orang murid Tahun 5 berprestasi baik dan sederhana di dua buah sekolah rendah di Pulau Pinang. Seramai 188 orang murid telah menduduki satu ujian diagnostik yang mengandungi 10 item, setiap item terdiri daripada tiga aras yang mewakili tiga fasa penyelesaian yang berlainan. Sampel yang dipilih untuk temu duga adalah terdiri daripada mereka yang mendapat antara 5 hingga 8 item betul dalam ujian diagnostik. Setiap murid telah ditemu duga secara individu untuk mendapatkan maklumat terperinci tentang bagaimana mereka menyelesaikan masalah matematik yang diberi. Murid diminta melukis atau melakar sesuatu untuk menjelaskan lagi gambaran yang timbul dalam minda mereka. Pengkaji membuat catatan tentang perlakuan subjek semasa mereka mencari penyelesaian. Pengkaji membuat pemerhatian dan meminta penjelasan daripada subjek tentang perlakuan mereka. Pemerhatian yang dibuat memfokus kepada perkara berikut:

1. Adakah murid membuat gambaran visual, melukis gambar atau gambar rajah semasa atau selepas membaca soalan?
2. Apakah gambaran yang dilukis oleh subjek?
3. Apakah jenis maklumat yang dikaitkan dengan imej visual?
4. Bagaimanakah murid menggunakan rajah atau gambar yang dilukis dalam memilih operasi dan memahami maksud soalan?
5. Adakah murid melakukan kesilapan semasa melaksanakan operasi penyelesaian?

Transkripsi temu duga, catatan pengkaji, langkah pengiraan yang ditunjukkan oleh subjek dan lakaran yang mereka lakukan menyumbang kepada maklumat tentang proses visualisasi, gambaran imej visual mereka semasa menyelesaikan soalan matematik berayat. Maklumat yang diperolehi telah dianalisis secara pembinaan protokol dan berikut adalah rumusan dan perbincangan tentang dapatan kajian.

1. Proses Visualisasi

Dalam penyelesaian masalah matematik, menggambarkan situasi masalah merupakan langkah berguna yang diamalkan oleh murid. Pelbagai imej dan gambaran yang timbul dalam minda murid dan dikategorikan sebagai imej, komponen soalan, situasi masalah, matlamat dan konteks soalan. Semua ini merupakan proses visualisasi yang dilakukan oleh murid semasa menyelesaikan masalah matematik berayat.

(a) Imej

Objek dan maklumat bernombor dikenal pasti terlintas dalam pemikiran murid semasa mereka menyelesaikan soalan matematik berayat. Din menjelaskan bahawa beliau menggambarkan objek yang terkandung dalam soalan. Dia menggambarkan objek seperti "kilang, pekerja, kotak, jam, orang menjual radio dan kamera, serta almari". Selain itu, ada murid yang menggambarkan nombor-nombor dalam soalan. Misalnya, Jaz menggambarkan "angka-angka seperti 7.3 kg, RM450, 2.1 m dan 3.45 petang". Proses visualisasi murid juga meliputi hubungan antara nombor-nombor yang digambarkan. Contohnya, Ernie menggambarkan perkaitan antara maklumat tentang bilangan pekerja lelaki dan perempuan seperti "bilangan pekerja perempuan 536 dan bilangan pekerja lelaki kurang daripada bilangan pekerja perempuan". Petikan 1 dan 2 menggambarkan perlakuan Din dan Ernie.

Petikan 1: Din

- P: Gambarkan sesuatu yang boleh membantu awak menyelesaikan soalan tiga.
S: (Diam seketika.) Nampak sebuah kilang, pekerja lelaki dan pekerja perempuan
P: Ada apa lagi yang awak nampak?
S: Ya... pekerja lelaki sedikit

Petikan 2: Jaz

- P: Jelaskan sesuatu yang awak gambarkan.
S: (Diam dan merenung sesuatu.) Nampak bilangan pekerja perempuan lima ratus tiga puluh enam
P: Apa lagi yang awak gambarkan?
S: Na... bilangan pekerja lelaki
P: Lukiskan gambaran awak.
S: (lakaran subjek)



- P: Bentuk apa awak lukis tu?
S: Segi empat
P: Segi empat itu untuk mewakili apa?
S: Bilangan pekerja perempuan dan bilangan pekerja lelaki
P: Mengapa segi empat yang mewakili bilangan pekerja lelaki kecil daripada segi empat yang mewakili bilangan pekerja perempuan?
S: Kerana bilangan pekerja lelaki kurang daripada bilangan pekerja perempuan

Din dan Jaz menjelaskan bahawa gambaran yang timbul telah membantu mereka dalam beberapa cara, misalnya:

1. membantu dalam mengenal pasti perkaitan antara maklumat-maklumat tentang objek atau nombor yang digambarkan,
2. mempercepatkan tugas mengenal pasti keperluan soalan, dan
3. memudahkan tugas memahami maksud soalan.

Sebagai contoh, Din tidak memahami ayat "bilangan pekerja lelaki adalah 263 orang kurang daripada bilangan pekerja perempuan" semasa menjawab soalan aras 1 bagi soalan 3. Selepas membuat visualisasi Din berjaya memahami maksud soalan 3. Hasilnya, Din berjaya mengenal pasti langkah pengiraan yang bakal dilaksanakan untuk mencari bilangan pekerja lelaki. Perlakuan ini menunjukkan bahawa gambaran yang merangkumi hubungan antara maklumat telah membantu murid mengenal pasti maklumat yang perlu untuk mendapatkan penyelesaian.

(b) Komponen soalan

Soalan matematik berayat terdiri daripada beberapa komponen seperti maklumat dan keperluan soalan. Faz, Zul, Syah, Aby, Maz dan Sam menjelaskan bahawa mereka menggambarkan komponen soalan itu sendiri semasa mereka menyelesaikan soalan matematik. Mereka menggambarkan sebahagian daripada komponen soalan seperti maklumat-maklumat yang diberi dalam soalan. Gambaran ini telah menjadikan masalah matematik berayat lebih jelas maksudnya kepada murid dan lebih mudah difahami.

Kajian Glendon et al. (1990) juga mendapati hubungan antara komponen-komponen yang terkandung dalam masalah matematik berayat merupakan salah satu faktor yang menimbulkan kesukaran semasa murid menyelesaikan masalah matematik berayat. Petikan 3 menunjukkan perlakuan Faz.

Petikan 3: Faz

- P: Jelaskan apa yang awak gambarkan.
S: Nampak... jam yang menunjukkan waktu
P: Apa lagi yang awak gambarkan?
S: Na... jam yang menunjukkan waktu lima belas minit sebelum pukul empat petang

(c) Peristiwa

Kebiasaannya, soalan matematik berayat dikemukakan dalam situasi tertentu. Terdapat murid yang menggambarkan situasi masalah seperti Yus "menggambarkan peristiwa yang berlaku ke atas tali". Gambaran yang terdiri daripada peristiwa dalam soalan telah membantu Yus mengenal pasti langkah pengiraan yang bakal dilaksanakan untuk mendapatkan jawapan akhir. Kajian Hegarty et al. (1992) juga mendapati individu menterjemahkan masalah kepada model minda bagi situasi yang dinyatakan dalam masalah matematik berayat. Petikan 4 menggambarkan perlakuan Yus.

Petikan 4: Yus

- P: Gambarkan sesuatu yang boleh membantu awak menyelesaikan soalan 10.
S: Ada nampak ... tali panjang dua perpuluhan satu meter
P: Apa lagi yang awak gambarkan?
S: Tu ... tali dibahagikan tujuh bahagian yang sama panjang dan Shima mempunyai dua bahagian

(d) Matlamat soalan

Dalam menjelaskan sesuatu yang digambarkan oleh murid semasa mereka menyelesaikan masalah matematik berayat, matlamat soalan juga terlintas dalam pemikiran mereka. Misalnya, Raj menggambarkan matlamat soalan seperti "mencari jumlah harga" semasa menyelesaikan soalan matematik. Hasilnya, Raj telah berjaya mengenal pasti keperluan soalan. Perlakuan ini menunjukkan bahawa kewujudan gambaran tersebut telah menyedarkan murid tentang keperluan dan kehendak soalan. Sebagai contoh, petikan 5 menggambarkan perlakuan Raj.

Petikan 5: Raj

- P: Gambarkan sesuatu yang boleh membantu awak menyelesaikan soalan 1.
S: Na... empat ratus lima puluh dan harga sebuah radio
P: Apa lagi yang awak gambarkan?
S: Ingat nak cari jumlah harga

(e) Konteks soalan

Soalan-soalan matematik berayat biasanya dikemukakan dalam konteks tertentu. Bagi sebilangan murid, konteks seperti "harga untuk beberapa buah buku" merupakan sesuatu yang terlintas dalam minda mereka. Contohnya, Esot menggambarkan "4 buah buku harganya RM1.40" dan "20 buah buku berapa harganya". Konteks soalan yang digambarkan oleh Esot telah membantu beliau mengenal pasti operasi atau pengiraan yang bakal dilaksanakan. Langkah pengiraan yang ditunjukkan oleh murid ini didapati betul selepas melalui proses visualisasi. Petikan 6 menunjukkan perlakuan Esot.

Petikan 6: Esot

- P: Gambarkan sesuatu yang boleh membantu awak menyelesaikan soalan 8.
S: Empat buah buku
P: Apa lagi yang awak gambarkan?
S: Satu ringgit empat puluh sen, dua puluh buah buku
P: Dua puluh buah buku rampaian adalah bilangan apa?
S: Ditanya harganya

Sebagai kesimpulan, gambaran-gambaran yang dibuat oleh murid seperti imej, komponen soalan, situasi masalah, matlamat dan konteks soalan yang disebut sebagai proses visualisasi semasa menyelesaikan masalah matematik berayat telah membantu mereka mendapatkan penyelesaian yang betul. Tanpa dibantu dengan proses visualisasi murid berkemungkinan gagal mendapatkan penyelesaian. Perkara ini diakui sendiri oleh Esot, Raj dan Yus semasa ditemu duga.

2. Gambaran Imej Visual

Satu lagi bentuk gambaran yang timbul apabila murid menyelesaikan soalan matematik berayat ialah imej visual. Tiga pola tentang gambaran imej visual telah dikenal pasti, iaitu menggambarkan secara mental, membuat lakaran dan membina ikon.

(a) Gambaran secara mental

Dalam menjelaskan tentang gambaran imej visual, Saroya, Ernie, Lin dan Yus tidak membuat sebarang lakaran untuk mewakili gambaran mereka, sebaliknya membina gambaran secara mental sahaja. Gambaran tersebut merangkumi komponen soalan matematik berayat. Sebagai contoh, Saroya terbayang "Encik Wong mengeluarkan RM486, kemudian memasukkan RM378 dalam akaun banknya". Selepas menggambarkan secara mental situasi dalam soalan, Saroya berjaya mengenal pasti operasi yang sesuai, yang bakal dilaksanakan untuk mendapatkan penyelesaian. Dapatan kajian ini juga menepati definisi visualisasi yang dikemukakan oleh Zazkis et al. (1996), Presmeg (1986) dan Hembree (1992) yang menjelaskan bahawa gambaran imej visual boleh wujud sama ada dalam minda seseorang individu atau dilukis di atas kertas.

Perlakuan murid yang tidak membuat sebarang lakaran menunjukkan bahawa mereka memberi tumpuan kepada gambaran secara mental semasa menyelesaikan masalah matematik berayat. Walau bagaimanapun, murid menjelaskan bahawa gambaran secara mental telah memudahkan tugas mereka memahami maksud soalan dan mengenal pasti keperluan soalan. Perwakilan dalam bentuk gambaran mental membantu murid mengelolakan pemikiran mereka dan menyediakan konteks untuk mencuba pelbagai teknik penyelesaian. Petikan 7 menggambarkan perlakuan Saroya.

Petikan 7: Saroya

- P: Gambarkan sesuatu yang boleh membantu awak menyelesaikan soalan 7.
S: Wang seribu ringgit
P: Apa lagi yang awak gambarkan?
S: Terbayang Encik Wong mengeluarkan empat ratus lapan puluh enam
P: Ada lagi yang awak gambarkan?
S: Kemudian memasukkan tiga ratus tujuh puluh lapan
P: Lukiskan gambaran yang awak gambarkan itu.
S: Tidak boleh melukis

- P: Bagaimana gambaran itu membantu?
 S: Na... akan dapat jawapan dengan lebih senang
 P: Apa maksud awak?
 S: Boleh memberitahu operasi yang hendak dibuat
 P: Apakah operasi yang awak pilih?
 S: Tolak
 P: Jelaskan macam mana awak tahu ia tolak.
 S: Kerana Encik Wong telah mengeluarkan empat ratus lapan puluh enam
 P: Apakah operasi satu lagi?
 S: Tambah
 P: Macam mana awak tahu ia tambah?
 S: Kerana dia memasukkan tiga ratus tujuh puluh lapan
 P: Selesaikan soalan 7
 S: (langkah pengiraan)

The image shows two handwritten mathematical calculations. On the left, a subtraction problem is shown: 1000 minus 486, with a horizontal line under 1000 and another under 486, resulting in 514. On the right, an addition problem is shown: 514 plus 378, with a horizontal line under 514 and another under 378, resulting in 892.

$$\begin{array}{r} 1000 \\ - 486 \\ \hline 514 \end{array}$$

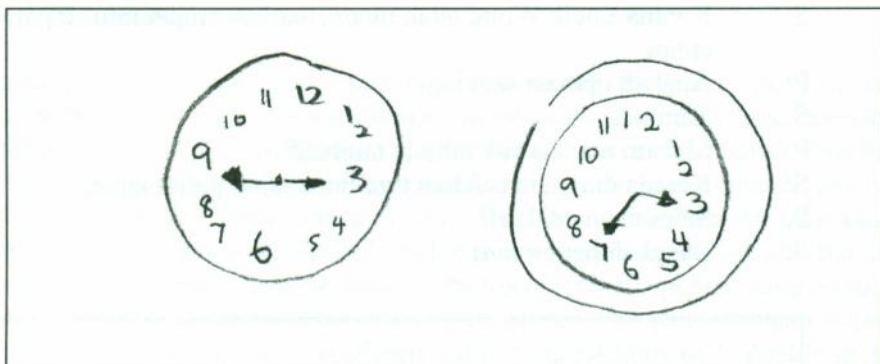
$$\begin{array}{r} 514 \\ + 378 \\ \hline 892 \end{array}$$

(b) Membuat lakaran

Terdapat juga murid yang membuat lakaran untuk mewakili objek yang digambarkan. Gambar yang dilukis tidak disertai maklumat lain. Perlakuan ini menunjukkan bahawa mereka menggambarkan imej visual melalui lakaran tanpa maklumat. Misalnya, murid melakar "gambar jam yang menunjukkan waktu-waktu tertentu". Walaupun lakaran yang dibuat tanpa disertai maklumat lain, ia juga membantu kefahaman murid. Murid menyatakan bahawa maklumat yang diberi lebih mudah difahami selepas membuat lakaran. Tingkah laku ini mendedahkan bahawa lakaran yang dibuat oleh murid telah membantu mereka memahami masalah matematik berayat dengan lebih baik.

Murid membuat lakaran objek untuk mewakili gambarannya dan mencatat maklumat pada lakaran itu. Perlakuan ini menunjukkan bahawa murid

menggambarkan imej visual melalui lakaran bermaklumat. Sebagai contoh, Faz menjelaskan bahawa beliau melakar "rajah berbentuk kuboid" untuk mewakili imej tiga buah kotak dan mencatat "jumlah berat ketiga-tiga kotak dan berat setiap satu daripada dua buah kotak itu". Lakaran bermaklumat yang telah dibuat oleh Faz telah membantu beliau mengenal pasti langkah pengiraan yang bakal dijalankan. Petikan 8 mendedahkan perlakuan Faz.



Petikan 8: Faz

- P: Jelaskan apa yang awak gambarkan.
S: Nampak... jam yang menunjukkan waktu
P: Apa lagi yang awak gambarkan?
S: Na... jam yang menunjukkan waktu 15 minit sebelum pukul 4:00 petang
P: Lukiskan gambaran tersebut.
S: (lakaran subjek)
P: Rajah apa awak yang lukis?
S: Jam yang menunjukkan 15 minit sebelum 4:00 petang dan jam yang menunjukkan 10 minit sebelum 3:45 petang
P: Bagaimana ia membantu?
S: Mudah untuk memahami soalan. Dapat menunjukkan waktu dengan jelas.

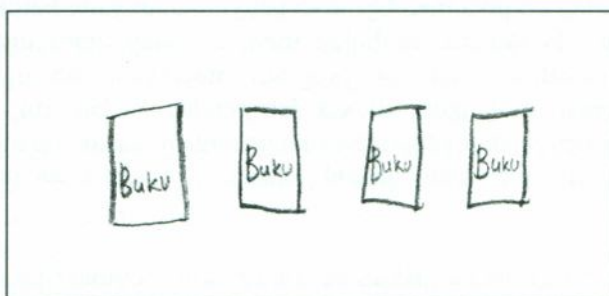
(c) Membina perlambangan (ikon)

Satu lagi cara murid menggambarkan imej visual ialah dengan membina perlambangan untuk mewakili sesuatu yang timbul dalam pemikiran mereka. Sebagai contoh, Jaz membina dua buah rajah berbentuk segi empat yang berbeza saiz untuk mewakili gambaran mereka tentang bilangan pekerja lelaki kurang berbanding pekerja perempuan. Selain itu, Niz membina empat buah rajah berbentuk segi empat untuk mewakili objek yang terlintas dalam

mindanya. Perlambangan yang dibina murid telah membantu mereka melaksanakan tugas memahami maksud soalan dengan lebih baik. Niz berupaya mengenal pasti matlamat soalan dan seterusnya berjaya mendapatkan penyelesaian yang betul selepas membuat visualisasi. Perlakuan ini menunjukkan bahawa membina perlambangan telah membantu murid dalam proses penyelesaian masalah matematik. Petikan 9 mendedahkan perlakuan Niz.

Petikan 9: Niz

- P: Jelaskan apa yang awak gambarkan.
S: 4 buah buku
P: Apa lagi yang awak gambarkan?
S: RM1.40
P: Ada lagi yang awak gambarkan?
S: Harga 20 buah buku berapa
P: Lukiskan gambaran yang awak gambarkan tadi.
S: (lakaran subjek)
P: Apa yang awak lukis tu?
S: 4 buah buku
P: Tuliskan maklumat yang diberi di dalam soalan pada lukisan itu.
S: (buku)



Niz membina dua buah rajah berbentuk segi empat yang berbeza saiz untuk mewakili gambarannya. Beliau memberi penjelasan tentang saiz lambang dan melabelnya. Perlakuan ini menunjukkan bahawa Niz bukan hanya menggambarkan maklumat bernombor tetapi hubungan antara maklumat juga terlibat. Niz berjaya mengenal pasti langkah pengiraan untuk mendapatkan bilangan pekerja lelaki selepas membina perlambangan. Niz berjaya memahami maksud soalan 3 yang beliau gagal selesaikan sebelumnya. Perlakuan ini menunjukkan bahawa dengan membina perlambangan untuk mewakili gambaran yang timbul dalam pemikiran murid telah membantu mereka mengenal pasti

maklumat yang perlu untuk menyelesaikan soalan 3 dan memahami maksud soalan dengan lebih baik.

Daripada perbincangan di atas, gambaran imej visual dirumus sebagai gambaran mental, membuat lakaran dan membina perlambangan. Gambaran ini dapat membantu murid dalam tiga aspek berikut: (1) mengenal pasti operasi yang bakal dilaksanakan, (2) mengenal pasti langkah pengiraan, keperluan dan matlamat soalan, dan (3) menjadikan tugas memahami maksud soalan lebih mudah. Penemuan ini menyokong pendapat Wheatly dan Reynolds (1999), Nemirosky dan Noble (1997) dan Presmeg (1986) yang menyatakan imej visual berguna dalam proses penyelesaian masalah matematik.

IMPLIKASI KAJIAN

1. Kajian ini telah mengenal pasti murid yang membuat visualisasi semasa menyelesaikan soalan matematik berayat berjaya mendapatkan penyelesaian, walaupun sebelumnya murid gagal memberi jawapan betul seperti yang mereka akui semasa temu duga. Perlakuan ini menunjukkan bahawa teknik visualisasi dapat membantu murid menangani kesukaran yang dihadapi semasa menyelesaikan masalah matematik berayat.
2. Lima orang murid (33%) yang gagal menjawab soalan matematik berayat semasa ujian berjaya mendapatkan penyelesaian yang betul selepas membuat visualisasi. Fenomena ini boleh memotivasikan guru untuk menggunakan teknik visualisasi semasa program intervensi dalam pengajaran dan pembelajaran matematik di sekolah rendah. Selain itu, latihan guru dan pedagogi pengajaran seharusnya menekankan teknik visualisasi sebagai satu kaedah untuk membantu murid semasa menyelesaikan masalah matematik berayat.
3. Dapatan kajian menunjukkan bahawa murid membuat lakaran dan membina perlambangan untuk mewakili gambaran mereka. Gambaran-gambaran tersebut telah membantu murid menangani kesukaran yang dihadapi dalam menyelesaikan masalah matematik berayat. Fenomena ini seharusnya mendorong para pendidik untuk memberi penekanan kepada strategi melukis gambar atau gambar rajah sebagai salah satu cara untuk membantu murid menangani kesukaran yang dihadapi semasa mendapatkan penyelesaian bagi masalah matematik berayat.

CADANGAN DAN KESIMPULAN

Kajian yang dijalankan telah mengenal pasti murid membina perlambangan untuk mewakili gambaran mereka semasa menyelesaikan masalah matematik berayat. Perlambangan yang dibina telah membantu murid mengenal pasti keperluan soalan, langkah pengiraan yang bakal dilaksanakan dan memudah tugas murid memahami maksud soalan. Maklumat ini wajar diguna pakai oleh pihak-pihak yang berkaitan dengan latihan guru supaya memberi perhatian khusus kepada teknik yang telah didapati berkesan kepada proses pengajaran dan pembelajaran matematik, khususnya di peringkat awal persekolahan. Fenomena ini juga didapati menyokong kajian-kajian yang terdahulu seperti kajian Nesher dan Hershkovitz (1994) di Israel yang memfokus kepada proses menginterpretasi dan membina perlambangan untuk mewakili gambaran mereka tentang masalah matematik berayat. Dengan itu, murid tidak harus dikongkong dengan satu teknik penyelesaian yang biasa disampaikan oleh guru. Teknik penyelesaian yang bersesuaian dengan peringkat kognitif murid, pengalaman dan persekitaran pembelajaran yang dilalui oleh murid perlu digalakkan.

Sebagai kesimpulan, teknik visualisasi telah dapat membantu murid terutama mereka yang berada dalam tahap pencapaian sederhana dalam proses penyelesaian masalah matematik berayat. Murid yang berpencapaian baik juga boleh menggunakan teknik visualisasi tetapi gambaran mereka lebih bersifat abstrak. Lazimnya, pengajaran dan pembelajaran matematik di sekolah kurang memberi penekanan kepada aspek membuat visualisasi kerana batasan masa. Walau bagaimanapun, kefahaman dan pengukuhan konsep matematik kepada murid adalah jauh lebih penting dan berguna dalam mencapai matlamat pendidikan matematik. Justeru, adalah disyorkan amalan membuat visualisasi menjadi satu teknik pengajaran penyelesaian masalah di peringkat awal persekolahan. Para guru harus memberi peluang kepada murid, malah perlu menggalakkan murid melakukan aktiviti visualisasi walaupun mereka mungkin memerlukan banyak masa di peringkat permulaan. Apabila proses ini menjadi amalan kepada murid, guru juga akan menikmati hasilnya apabila murid lebih berupaya untuk menyelesaikan masalah matematik berayat.

RUJUKAN

- Bransford, J. D., Linda Z., Daniel S., Brigid, B., Nancy, V. dan The Cognition and Technology Group at Vanderbilt. (1996). Fostering mathematical thinking in middle school students: lessons from research. Di dalam Sternberg, R. J. dan Ben-Zeev, T. (ed.). *The nature of mathematical thinking*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

- Bishop, A. J. (1989). Review of research on visualization in mathematics education. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11: 7–16.
- Campell, K. J., Collins, K. F. dan Watson, J. M. (1995). Visual processing during mathematical problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 28: 177–194.
- De Corte, E., Verschaffel, L. dan De Win, L. (1985). Influence of rewording verbal problems on children's problem representations and solutions. *Journal of Educational Psychology*, 77: 460–470.
- Elliott, S. dan Hudson, B. (1999). Visualisation and the influence of technology in "A" level mathematics: a classroom investigation. Di dalam Rowland, T. dan Morgan, C. (ed.). *Research in mathematics education*. Volume 2. London, England: British Society for Research into Learning Mathematics.
- Fatimah Saleh. (1999). Visualisasi sebagai satu teknik pengajaran matematik. *Journal of The Association for Science and Mathematics Education*, 7: 36–42.
- Glendon, A. L., Clements, M. A. dan Campo, G. D. (1990). Linguistic and pedagogical factors affecting children's understanding of arithmetics word problems: a comparative study. *Educational Studies in Mathematics*, 21: 165–191.
- Hassan Pardi. (1998). *Pola kesilapan murid tahun 3 menyelesaikan masalah bercerita dalam matematik: satu kajian kes*. Tesis M.Ed., Universiti Malaya, Kuala Lumpur.
- Hegarty, M., Mayer, R. E. dan Monk, C. A. (1995). Comprehension of arithmetic word problems: a comparison of successful and unsuccessful problems solvers. *Journal of Educational Psychology*, 87 (1): 18–32.
- Hembree, R. (1992). Experiment and relational studies in problem solving. *Research in Mathematics Education*, 23 (3): 242–273.
- Jemaah Nazir Sekolah Persekutuan, Kementerian Pendidikan Malaysia. (1993). Laporan kajian pengajaran dan pembelajaran penyelesaian masalah dalam matematik KBSR, Kuala Lumpur.
- Kelly, J. A. (1999). Improving problem solving through drawings. *Teaching Children Mathematics*, 6 (1): 48–51.

- Lembaga Peperiksaan Kementerian Pendidikan Malaysia. (2001). Matematik Kertas 1, Ujian Pencapaian Sekolah Rendah Tahun 2001, Kuala Lumpur.
- Lim, C. S., Fatimah, S. dan Munirah, G. (2003). *Alat bantu mengajar matematik*. Kuala Lumpur: PTS Publication & Distributions Sdn. Bhd.
- Mayer, R. E. (1985). Mathematical ability. Di dalam Sternberg, R. J. (ed.). *Human ability: an information-processing approach*. New York: Freeman.
- _____. (1987). *Educational psychology: a cognitive approach*. Boston: Little Brown.
- Mohd. Daud Hamzah, Mustapha Kassim, Mokhtar Ismail, Zakaria Kassim, Fatimah Saleh, Munirah Ghazali, Lim Chap Sam dan Mohd. Shaari Mohd. Din. (1997). *Projek penaakulan matematik bagi kanak-kanak sekolah rendah luar bandar/terpencil di daerah Kuala Nerang, Padang Terap*. Laporan yang dihantar kepada Educational Policy and Research Division, Ministry of Education for "Program for Innovation Excellence and Research" [PIER].
- Mohd. Uzi Dollah. (2000). *Penyelesaian masalah matematik: satu kajian kes pelajar tingkatan 2*. Tesis M.Ed., Universiti Sains Malaysia, Pulau Pinang.
- Mokhtar Ismail, Aminah Ayub dan Lim Thong. (2001). Monitoring mathematical word problem solving weaknesses of primary school children. Kertas kerja yang dibentangkan di *Seminar Malaysian Educational Research Association (MERA)*, Universiti Sains Malaysia, Pulau Pinang.
- Moses, B. (1982). Visualization: a different approach to problem solving. *School Science and Mathematics*, 82: 141–147.
- Nemirovsky, R. dan Noble, T. (1997). On mathematical visualization and the place where we live. *Educational Studies in Mathematics*, 33: 99–131.
- Nesher, P. dan Hershkovitz, S. (1994). The role of schemes in two-step problems: analysis and research findings. *Educational Studies in Mathematics*, 26: 1–23.
- Nik Azis Nik Pa. (1996). *Penghayatan matematik, perkembangan profesional, KBSR dan KBSM*. Kuala Lumpur: Dewan Bahasa dan Pustaka.
- Piaget, J. (1952). *The origins of intelligence in children*. New York: International Universities Press.

- Polya, G. (1957). *How to solve it: a new aspect of mathematical method*. USA: Princeton University Press. Diterjemahkan oleh Mohd. Said, B., Lee, C. S., Fatimah, S. dan Yeong, A. L. (1993). *Bagaimana ia diselesaikan: aspek baru kaedah matematik*. Pulau Pinang: Penerbit Universiti Sains Malaysia.
- Presmeg, N. C. (1986). Visualization and mathematics giftedness. *Educational Studies in Mathematics*, 17: 297–311.
- Teng Pooi Kui. (1997). *Analysis of errors of year six pupils in solving arithmetic word problems*. Laporan kajian yang tidak diterbitkan. Fakulti Pendidikan, Universiti Malaya, Kuala Lumpur.
- Third International Mathematics and Science Study. (1999). A project of the international study center. Boston College, Lynch School of Education. timss.org/timss1999.html TIMSS 1999.
- Threadgill-Sowder, J. dan Sowder, L. (1982). Drawn vs. verbal formats for mathematical story problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13 (5): 324–331.
- Verschaffel, L., De Corte, E. dan Vierstraete, H. (1999). Upper elementary school pupils' difficulties in modeling and solving nonstandard additive word problems involving ordinal numbers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30 (3): 265–285.
- Wheatley, G. H. (1991). Enhancing mathematics learning through imagery. *Arithmetic Teacher*, 39 (1): 34–36.
- Wheatley, G. H. dan Brown, D. (1994). The construction and representation of images in mathematical activity: image as metaphor. Di dalam Ponte, J. P. dan Matos, J. F. (ed.). *Proceedings of the 18th Conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Lisbon, Portugal: University of Lisbon.
- Wheatley, G. H. dan Reynolds, A. M. (1999). Image maker: developing spatial sense. *Teaching Children Mathematics*, 5(6): 374–378.
- Zazkis, R., Dubinsky, E. dan Dauterman, J. (1996). Using visual and analytic strategies: a study of students understanding of permutation and symmetry groups. *Journal of Research in Mathematics Education*, 27 (4): 435–457.

Zweng, M. J., Geraghty, J. dan Turner, J. (1979). *Children's strategies of solving verbal problems*. Final Report. Washington, DC: National Institute of Education. (ERIC Reproduction Service No. ED 178 359)

LAMPIRAN 1

Contoh Item dalam Ujian Diagnostik

Soalan 3

Sebuah kilang mempunyai 536 orang pekerja perempuan. Bilangan pekerja lelaki adalah 263 orang kurang daripada bilangan pekerja perempuan. Berapakah jumlah pekerja di kilang itu?

Aras 1

Apakah yang anda faham dengan ayat, "**Bilangan pekerja lelaki adalah 263 orang kurang daripada bilangan pekerja wanita.**"

- A. Bilangan pekerja lelaki ialah 263 orang.
- B. Bilangan pekerja lelaki adalah bilangan pekerja wanita ditambah dengan 263 orang.
- C. Bilangan pekerja lelaki adalah bilangan pekerja wanita didarab dengan 263 orang.
- D. Bilangan pekerja lelaki adalah bilangan pekerja wanita ditolak dengan 263 orang.

Aras 2

Bagaimanakah anda menyelesaikan **soalan 3**?

- A. $536 \div 2 \times 263$
- B. $536 \times 2 \div 263$
- C. $536 + 263 + 536$
- D. $536 - 263 + 536$

Aras 3

Apakah jawapan akhir **soalan 3**?

- A. 70 484
- B. 1 335
- C. 809
- D. 4