# STATISTICS

WEEK 7

By: Hanung N. Prasetyo

## DISTRIBUSI SAMPEL & DALIL LIMIT PUSAT

# Teknik Sampling

Ada 2 macam, sampel probabilitas dan non probabilitas.

Sampel probabilitas ada empat teknik yang semuanya dapat dilakukan dengan pengembalian atau tanpa pengembalian, yaitu :

1. Teknik pengambilan dengan acak sederhana
2. Teknik pengambilan dengan acak sistematis
3. Teknik pengambilan dengan acak stratifikasi
4. Teknik pengambilan dengan acak kluster

# Teknik Pengambilan dengan Acak Sederhana

Pengambilan sampel sebanyak n dimana setiap anggota populasi mempunyai kesempatan yang sama untuk terambil.

Teknik ini dipilih jika populasinya homogen.

Biasanya dilakukan dengan :

1. Menggunakan undian.
2. Dengan tabel bilangan acak.

# Teknik Pengambilan dengan Acak Sistematis

Dengan mengambil unsur ke-k dalam populasi dimana titik awalnya ditentukan secara acak diantara k unsur tersebut.

Sering digunakan karena dapat menarik kesimpulan yang tepat mengenai parameter populasi sebab sampelnya menyebar secara merata di seluruh populasi.

# Teknik Pengambilan dengan Acak Stratifikasi

Dilakukan dengan membagi populasi menjadi beberapa strata (tingkatan) kemudian sampel diambil secara acak dari setiap tingkatan.

Teknik ini dilakukan bila populasinya heterogen.

Cara pengambilan sampel untuk setiap tingkatan tidak sama, harus sebanding dengan jumlah anggota setiap tingkatan (proporsional).

Rumusnya :

$$n_i = \frac{N_i}{N} n$$

# Teknik Pengambilan dengan Acak Kluster

Mengambil beberapa kluster (kelompok) secara acak kemudian semua atau sebagian dari anggota masing-masing kelompok diambil secara acak sebagai sampel.

# Distribusi Sampel

Ada empat macam distribusi sampel :

1. Distribusi sampel rata-rata
2. Distribusi sampel proporsi
3. Distribusi sampel beda dua rata-rata
4. Distribusi sampel beda dua proporsi

# Distribusi Sampel Rata-rata

Bila populasi terbatas berukuran N dengan rata-rata $\mu_x$ dan simpangan baku $\sigma_x$ diambil sampel berukuran n secara <u>berulang tanpa pengembalian</u>, maka diperoleh :

1. Distribusi sampel rata-rata $\mu_{\overline{X}} = \mu_X$
2. Simpangan baku

$$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

dimana $\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$ disebut faktor koreksi

# Distribusi Sampel Rata-rata (lanjutan)

Bila n>=30, maka distribusi sampelnya akan mendekati distribusi normal sehingga variabel random Z dapat dihitung dengan rumus :

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu_{\overline{X}}}{\sigma_{\overline{X}}} = \frac{\overline{X} - \mu_{X}}{\sigma_{\overline{X}}}$$

# Distribusi Sampel Rata-rata (lanjutan)

Contoh :

Kecepatan maksimum 2000 mobil mempunyai rata-rata 135,5 km/jam dengan simpangan baku 5,2 km/jam. Jika sampel sebesar 150 mobil dipilih secara acak tanpa pengembalian, hitung probabilitas kecepatan maksimum rata-rata dari 150 mobil tersebut yang lebih besar dari 136,1 km/jam!

Jawab :

$$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N - n}{N - 1}} = \frac{5,2}{\sqrt{150}} . \sqrt{\frac{2000-150}{2000-1}} = 0,41$$

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu_X}{\sigma_{\overline{X}}} = \frac{136,1 - 135,5}{0,41} = 1,46$$

Jadi probabilitas kecepatan maksimum rata-rata mobil yang lebih besar dari 136,1 km/jam adalah P(X>136,1) = P(Z>1,46) = 0,4279

# Distribusi Sampel Proporsi

Bila populasi berukuran N mengandung jenis p sebanyak X, maka proporsi p adalah X/N.

Jika dari populasi tersebut diambil sampel berukuran n yang juga mengandung proporsi x/n dan sampel diambil berulang maka distribusi sampel proporsinya mempunyai :

1. Rata-rata

$$\mu_{\hat{p}} = \mu_p = \frac{X}{N}$$

2. Simpangan baku

$$\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

3. Variabel random

$$Z = \frac{\hat{p} - p}{\sigma_{\hat{p}}}$$

# Distribusi Sampel Proporsi (lanjutan)

Contoh :

Diketahui sebanyak 10% dari ibu-ibu rumah tangga di Yogyakarta memakai detergen A untuk mencuci pakaiannya. Jika dari populasi tersebut diambil sampel berukuran 100 :

a. Tentukan rata-rata dan simpangan baku dari populasi ibu-ibu rumah tangga yang memakai detergen A!

b. Bila dari sampel tersebut ternyata terdapat paling sedikit 15 ibu rumah tangga yang memakai detergen A, tentukan probabilitasnya!

Jawab :

a. Rata-rata = 0,1

$$\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = \sqrt{\frac{0,1.0,9}{100}} = 0,03$$

b. Proporsi yang memakai detergen A adalah 15/100 = 0,15

$$Z = \frac{\hat{p} - p}{\sigma_{\hat{p}}} = \frac{0,15 - 0,1}{0,03} = 1,67$$

P(Z>1,67) = 0,5 – 0,4525 = 0,0475

# Distribusi Sampel Beda Dua Rata-rata

Terdapat 2 populasi. Populasi 1 sebanyak $N_1$ dan mempunyai rata-rata $\mu_1$ serta simpangan baku $\sigma_1$. Populasi 2 sebanyak $N_2$ mempunyai rata-rata $\mu_2$ serta simpangan baku $\sigma_2$.

Dari populasi 1 diambil sampel acak sebanyak $n_1$ dengan rata-rata $\overline{X}_1$ dan dari populasi 2 sampel acak sebanyak $n_2$ dengan rata-rata $\overline{X}_2$ dimana kedua sampel tersebut dianggap saling bebas.

Dari sampel $\overline{X}_1$ dan $\overline{X}_2$ dapat dibuat sampel baru yang juga bersifat acak, yaitu sampel beda dua rata-rata. Rata-rata dan simpangan baku dari distribusi sampel beda dua rata-rata adalah :

$$\text{Rata-rata}: \quad \mu_{\overline{X}_1-\overline{X}_2} = \mu_1 - \mu_2$$

$$\text{Simpangan baku}: \quad \sigma_{\overline{X}_1-\overline{X}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^{\,2}}{n_1} + \frac{\sigma_2^{\,2}}{n_2}} \cdot \sqrt{\frac{(N_1+N_2)-(n_1+n_2)}{(N_1-N_2)-1}}$$

$$\text{Variabel random}: \quad Z = \frac{\left(\overline{X}1 - \overline{X}2\right) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma_{\overline{X}_1-\overline{X}_2}}$$

# Distribusi Sampel Beda Dua Rata-rata (lanjutan)

Contoh :

Di suatu universitas diketahui rata-rata tinggi badan mahasiswa laki-laki adalah 164 cm dengan simpangan baku 5,3 cm. Sedangkan mahasiswa perempuan tinggi badannya rata-rata 153 cm dengan simpangan baku 5,1 cm. Dari dua populasi tersebut diambil sampel acak yang saling bebas masing-masing 150 orang, berapa probabilitas rata-rata tinggi mahasiswa laki-laki paling sedikit 12 cm lebihnya daripada rata-rata tinggi mahasiswa perempuan?

# Distribusi Sampel Beda Dua Rata-rata (lanjutan)

Jawab :

Diketahui populasi 1 : $\mu_1 = 164$ cm , $\sigma_1 = 5{,}3$ cm dan sampel 1 : $n_1 = 150$ orang

populasi 2 : $\mu_2 = 153$ cm , $\sigma_2 = 5{,}1$ cm dan sampel 2 : $n_2 = 150$ orang

Misal $\overline{X}_1$ = rata - rata tinggi badan mahasiswa laki - laki

$\overline{X}_2$ = rata - rata tinggi badan mahasiswa perempuan

Rata - rata : $\mu_{\overline{X}_1 - \overline{X}_2} = \mu_1 - \mu_2 = 164 - 153 = 11$ cm

Simpangan baku : $\sigma_{\overline{X}_1 - \overline{X}_2} = \sqrt{\dfrac{\sigma_1^{\ 2}}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^{\ 2}}{n_2}} = \sqrt{\dfrac{5{,}3^2}{150} + \dfrac{5{,}1^2}{150}} = 0{,}6$

$$Z = \frac{\left(\overline{X}_1 - \overline{X}_2\right) - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{\sigma_{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}} = \frac{\left(\overline{X}_1 - \overline{X}_2\right) - 11}{0{,}6}$$

Karena rata - rata tinggi badan mahasiswa laki - laki paling sedikit 12 cm lebihnya daripada rata - rata tinggi badan mahasiswa perempuan, maka $\left(\overline{X}_1 - \overline{X}_2\right) \geq 12$ sehingga

$Z = \dfrac{12 - 11}{0{,}6} = 1{,}67$ sehingga probabilitasnya $P(Z \geq 1{,}67) = 0{,}5 - 0{,}4525 = 0{,}0475$

# Distribusi Sampel Beda Dua Proporsi

Ada 2 populasi. Populasi 1 berukuran $N_1$ terdapat jenis $X_1$ dengan proporsi $X_1/N_1$. Populasi 2 berukuran $N_2$ terdapat jenis $X_2$ dengan proporsi $X_2/N_2$.

Bila populasi 1 diambil sampel acak berukuran $n_1$ maka sampel ini akan mengandung jenis $x_1$ dengan proporsi $x_1/n_1$. Demikian juga dengan populasi 2 diambil sampel acak berukuran $n_2$ maka sampel ini akan mengandung jenis $x_2$ dengan proporsi $x_2/n_2$.

Sampel 1 dan 2 dapat membentuk sampel acak baru yaitu sampel beda dua proporsi. Distribusinya mempunyai :

$$\text{Rata-rata: } \mu_{\hat{p}_1-\hat{p}_2} = p_1 - p_2$$

$$\text{Simpangan baku: } \sigma_{\hat{p}_1-\hat{p}_2} = \sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}} \cdot \sqrt{\frac{(N_1+N_2)-(n_1+n_2)}{(N_1-N_2)-1}}$$

$$\text{Variabel random: } Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sigma_{\hat{p}_1-\hat{p}_2}}$$

# Distribusi Sampel Beda Dua Proporsi (lanjutan)

Contoh :

5% barang di gudang timur cacat, sedangkan barang yang cacat di gudang barat sebanyak 10%. Bila diambil sampel acak sebanyak 200 barang dari gudang timur dan 300 barang dari gudang barat, tentukan probabilitas persentase barang yang cacat dalam gudang barat 2% lebih banyak dibanding gudang timur!

# Distribusi Sampel Beda Dua Proporsi (lanjutan)

Jawab :

Gudang barat : $n_1 = 300$, $p_1 = 0{,}1$

Gudang timur : $n_2 = 200$, $p_2 = 0{,}05$

$\hat{p}_1$ = proporsi barang yang cacat di gudang barat dalam sampel

$\hat{p}_2$ = proporsi barang yang cacat di gudang timur dalam sampel

$$\sigma_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2} = \sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}} = \sqrt{\frac{0{,}1(0{,}9)}{300} + \frac{0{,}05(0{,}95)}{200}} = 0{,}023$$

$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sigma_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}} = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (0{,}1 - 0{,}05)}{0{,}023}$$

Karena barang cacat di gudang barat 2% lebih banyak daripada di gudang timur

maka $(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) > 0{,}02$ sehingga diperoleh :

$$Z = \frac{0{,}02 - 0{,}05}{0{,}023} = -1{,}3$$

Jadi probabilitasnya adalah $P(\hat{p}_1 - \hat{p}_2 > 0{,}02) = P(Z > -1{,}3) = 0{,}5 + 0{,}4032 = 0{,}9032 = 90{,}32\%$

# LATIHAN

1. Pada suatu pengiriman barang yang terdiri dari 2000 tube elektronika telah diketahui terdapat 600 unit tube yang tidak memenuhi standar mutu. Jika sampel acak sebanyak 500 unit dipilih dari populasi tersebut tanpa pengembalian, berapakah probabilitas sampel populasi yang tidak memenuhi standar mutu :
   a. akan kurang dari 150/500
   b. antara 144/500 sampai dengan 145/500
   c. lebih besar dari 164/500

# LATIHAN (lanjutan)

2. Besi baja yang diproduksi perusahaan A mempunyai rata-rata daya regang sebesar 4500 lbs dan variansi sebesar 40000 lbs, sedangkan yang diproduksi perusahaan B mempunyai rata-rata daya regang sebesar 4000 lbs dan variansi sebesar 90000 lbs. Misalkan sampel random sebanyak 50 diambil dari perusahaan A dan sampel random sebanyak 100 diambil dari perusahaan B, berapakah probabilitas rata-rata daya regang beda dua rata-rata dari dua sampel itu yang lebih besar dari 600 lbs?

Sifat Distribusi Sampling :

1. Jika sampel random dengan n elemen diambil dari suatu populasi dengan mean $\mu$ dan variansi $\sigma^2$ , maka distribusi sampling harga mean mempunyai mean = $\mu_{\bar{x}}$ dan variansi $=\sigma_{\bar{x}}^2$
2. Jika populasinya berdistribusi normal, maka distribusi sampling harga mean berdistribusi normal juga
3. Jika sampel-sampel random diambil dari suatu populasi yang berdistribusi sembarang dengan mean $\mu$ dan variansi $\sigma^2$ , maka untuk n > 30 :

$$\boxed{Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)}$$

→ Teorema Limit Pusat

## Sampel Random :

1. Dengan Pengembalian :

$\mu_{\bar{x}} = \mu$ dan $\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$ $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

2. Tanpa Pengembalian :

$\mu_{\bar{x}} = \mu$ dan $\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \cdot \frac{N-n}{N-1}$

Jika N sangat besar relative terhadap n, (N tidak disebutkan), maka :

$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$ atau $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Dalam Distribusi Sampling :

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}} \sim N(0,1)$$

## Dalil Limit Pusat / Teorema Limit Sentral.

Di depan telah dikemukakan bahwa sampel harus sedemikian rupa sehingga kita dapat membuat inferensi/menarik kesimpulan tentang populasi **setepat mungkin**. Mengapa sampel acak ?. Dalam setiap kegiatan analisis data/statistik boleh dikatakan selalu dituntut keacakan sampel. Hal ini mengingat bahwa sampel acak memiliki sifat-sifat matematik yang sangat menguntungkan baik yang menyangkut parameter, maupun yang menyangkut bentuk distribusi.

- *Yang menyangkut parameter.*

Misalkan $\mu$ dan $\sigma^2$ adalah mean dan variansi suatu populasi. Jadi $\sigma$ adalah deviasi standarnya. Dari populasi ini diambil sampel acak berukuran n, yang diberi lambang $X_1, X_2, \ldots, X_n$ . Kita tuliskan kembali rata-rata sampel (*sample mean*) dan variansi sampel $s^2$ sebagai berikut (s adalah standar deviasi sampel).

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^2$$

- Jelas harga $\bar{X}$ dan $s^2$ tergantung dari sampel acak yang terambil. Jika untuk setiap sampel acak yang mungkin kita hitung harga masing-masing rata-rata sampel , maka harga-harga ini akan memiliki distribusi tersendiri. Dengan demikian memiliki parameter rata-rata tersendiri dan variansi tersendiri. Rata-rata dari (atau rata-rata dari rata-rata sampel/*mean of sample mean*) diberi lambang m( ). Sedangkan variansi dari $\bar{X}$ (variansi dari rata-rata sampel) diberi lambang Var($\bar{X}$). Selanjutnya, deviasi standar dari diberi lambang sd($\bar{X}$). Mengingat bahwa sampel adalah himpunan bagian dari populasi, maka tentunya;

- a. Harga rata-rata sampel akan menggambarkan harga mean populasi $\mu$.
- b. Harga variansi sampel $s^2$ akan menggambarkan harga variansi populasi $\sigma^2$ .

- Sekali lagi, sampel harus menjamin bahwa inferensi/kesimpulan tentang populasi dapat dilakukan **setepat mungkin**. Pengertian **setepat mungkin** ini sekarang dapat dirumuskan sebagai berikut. Seberapa tepatkah mampu menggambarkan $\mu$ ?. Berikut adalah tiga sifat yang menggambarkan hubungan $\overline{X}$ dan $\mu$.

- <u>Sifat 1.</u> Rata-rata dari rata-rata sampel sama dengan mean populasi. Artinya,

$$\mu(\overline{X}) = \mu$$

## *Contoh*.

- Misalkan kita mempunyai populasi yang terdiri atas 5 orang mahasiswa {A, B, C, D, E} dan kita tertarik untuk meneliti tinggi badannya. Sebut saja tinggi badan itu X. Bila tinggi badan dari A, B, C, D, dan E berturut-turut adalah (dalam cm): 162, 168, 170, 165, 160

  maka kita berhadapan dengan populasi nilai X, atau biasa disebut populasi X, yakni himpunan {162, 168, 170, 165, 160}.

  Dari populasi ini diambil sampel acak berukuran n = 2 tanpa pengembalian.

  a. Tentukan semua sampel acak yang mungkin.

  b. Carilah rata-rata untuk setiap sampel acak yang mungkin.

  c. Periksa apakah $\mu(\overline{X}) = \mu$

*Penyelesaian*.

$\bar{X}$

a. Karena sampel diambil tanpa pengembalian, maka ada = 10 buah sampel yang mungkin seperti terlihat pada himpunan berikut.

W = {(A, B), (A, C), (A,D), (A,E), (B,C), (B,D), (B,E), (C,D), (C,E), (D,E)}

W adalah himpunan semua sampel acak yang mungkin

b. Rata-rata untuk setiap sampel acak yang mungkin disajikan pada Tabel 1 di bawah.

Dari Tabel 1 itu kita peroleh populasi , atau himpunan semua nilai yang mungkin, yakni

{165; 166; 163,5; 161; 169; 166,5; 164; 167,5; 165; 162,5}

**Tabel 1. Nilai yang mungkin**

| Sampel Data | Tinggi Badan | Rata-rata sampel |
|---|---|---|
| (A,B) | (162, 168) | (162 + 168)/2 = 165 |
| (A,C) | (162, 170) | (162 + 170)/2 = 166 |
| (A,D) | (162, 165) | (162 + 165)/2 = 163,5 |
| (A,E) | (162, 160) | (162 + 160)/2 = 161 |
| (B,C) | (168, 170) | (168 + 170)/2 = 169 |
| (B,D) | (168, 165) | (168 + 165)/2 = 166,5 |
| (B,E) | (168, 160) | (168 + 160)/2 = 164 |
| (C,D) | (170, 165) | (170 + 165)/2 = 167,5 |
| (C,E) | (170, 160) | (170 + 160)/2 = 165 |
| (D,E) | (165, 160) | (165 + 160)/2 = 162,5 |

c. Untuk memeriksa apakah , kita hitung m( ) dan m.

(1). Mean populasi $\mu$ adalah (ingat anggota populasinya ada 5),

$$\mu = (162 + 168 + 170 + 165 + 160)/5$$
$$= 825/5 = 165$$

(2). Mean dari $\overline{X}$ adalah (ingat anggota populasi ada 10),

$$\overline{X} = (165 + 166 + 163,5 + 161 + 169 + 166,5 + 164 + 167,5 + 165 + 162,5)/10$$
$$= 1650/10 = 165$$

Tampak bahwa $\mu(\overline{X}) = \mu$

*Catatan*. Hubungan $\mu = \overline{X}$ tetap berlaku untuk pengambilan sampel dengan pengembalian seperti akan terlihat pada contoh berikutnya.

**Sifat 2.** standar Deviasi dari $\overline{X}$ sama dengan standar deviasi populasi dibagi ukuran sampel n. Artinya, $sd(\overline{X}) = \sigma / \sqrt{n}$

*Catatan*. sd( $\overline{X}$ ) disebut juga galat standar (GS). Berdasarkan Sifat 1 dan Sifat 2, populasi mempunyai mean $\mu$ dan variansi $\sigma^2/n$.

# *Contoh*.

Perhatikan lagi populasi 5 orang mahasiswa {A, B, C, D, E}. Populasi tinggi badannya X adalah {162, 168, 170, 165, 160}. Dari populasi ini diambil sampel acak berukuran n = 2 dengan pengembalian.

a. Hitunglah variansi populasi.

b. Apakah $sd(\overline{X}) = \sigma / \sqrt{n}$ ?.

*Penyelesaian*.

a. Variansi populasi, $\sigma^2 = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}(X_i - \mu)^2$

, k = banyaknya anggota populasi X.

= {(162 – 165)$^2$ + (168 – 165)$^2$ + (170 – 165)$^2$ + (165 – 165)$^2$ + (160 – 165)$^2$}/5

= (9 + 9 + 25 + 0 + 25)/5

= 13.6

b. Apakah $sd(\overline{X}) = \sigma / \sqrt{n}$ ?.

Ada 25 sampel yang mungkin, yakni

W = {(A,A), (A,B), (A,C), (A,D), (A,E),
(B,A), (B,B), (B,C), (B,D), (B,E),
(C,A), (C,B), (C,C), (C,D), (C,E),
(D,A), (D,B), (D,C), (D,D),(D,E),
(E,A), (E,B), (E,C), (E,D), (E,E)}

Jadi, populasi adalah,

{162; 165; 166; 163,5; 161; 165; 168; 169; 166,5; 164; 166; 169; 170; 167,5;165; 163,5; 166,5; 167,5; 165; 162,5; 161; 164; 165; 162,5; 160}

162 = rata-rata tinggi badan A dan A,

165 = rata-rata tinggi badan A dan B,

dst.

Sekarang kita hitung rata-rata dari $\bar{X}$ ,

m( $\bar{X}$ ) = (162 + 165 + 166 + 163,5 + 161 + 165 + 168 + 169 + 166,5 + 164 + 166 + 169 + 170 + 167,5 + 165 + 163,5 + 166,5 + 167,5 + 165 + 162,5 + 161 + 164 + 165 + 162,5 + 160)/25

= 165

Selanjutnya kita hitung variansi dari $\bar{X}$ ,dengan m adalah banyaknya anggota populasi $\bar{X}$ , yang sama dengan 25.

$$Var(\bar{X}) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\{X_1 \quad \mu(\bar{X})\}^2$$

Dari perhitungan diperoleh Var( $\bar{X}$ ) = 6,8 dan sd( $\bar{X}$ ) = 2,607681

Diketahui $s^2$ = 13,6 dan n = 2. Dengan demikian, $s/\sqrt{n}$ = 2,607681. Jadi, jika sampel diambil **dengan** pengembalian, tampak bahwa $sd(\bar{X}) = \sigma / \sqrt{n}$

*Catatan*. Apabila sampel diambil tanpa pengembalian, maka $Var(\bar{X}) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\{X_i - \mu(\bar{X})\}^2$ ,

dengan m adalah banyaknya anggota populasi , yang sama dengan 10. Di sini pun m( $\bar{X}$ ) = 165. Jadi, Var( ) = {(165 – 165)$^2$ + (166 – 165)$^2$ + (163,5 – 165)$^2$ + (161 – 165)$^2$ + (169 – 165)$^2$ + (166,5 – 165)$^2$ + (164 – 165)$^2$ + (167,5 – 165)$^2$ + (165 – 165)$^2$ + (162,5 – 165)$^2$} /10

= 5,1

Dengan demikian sd( $\bar{X}$ ) = 2,258318. Ternyata jika sampel diambil **tanpa** pengembalian, maka

$$sd(\overline{X}) \neq \sigma / \sqrt{n}$$

**Sifat 3 (Hukum Bilangan Besar).**
Jika n ® ¥ , maka harga ® m.

***Yang menyangkut bentuk distribusi.***
Ke tiga sifat di atas adalah sifat yang sangat fundamental tentang parameter mean dan parameter variansi dari rata-rata sampel acak . Berikut adalah sifat fundamental yang menyangkut bentuk distribusi dari . Sifat ini terkenal dengan nama dalil limit pusat/*central limit theorem*.

**Sifat 4 (Dalil Limit Pusat/*Central Limit Theorem*).** Jika n ® ¥ , maka bentuk distribusi dari populasi $\bar{X}$ mendekati distribusi normal dengan mean m dan variansi $s^2$/n, disingkat ~ N(m, $s^2$/n).

Contoh:

Nilai kesalahan baku dari nilai tengah penarikan sampel berukuran 36 sebuah populasi adalah 2, berapa ukuran sampel tersebut harus dinaikkan agar kesalahan bakunya = 1,2?

Jawab:

Diketahui sampel dengan n = 36 dan $\sigma_{\bar{x}} = 2$

Bila diinginkan $\sigma_{\bar{x}}$ = 1,2 berapa n?

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma^2}{n} \rightarrow 4 = \frac{\sigma^2}{36} \rightarrow \sigma^2 = 144 (nilai\ \sigma^2\ ini\ tetap)$$

$$Bila\ diinginkan\ \sigma_{\bar{x}} = 1{,}2\ \ maka$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma^2}{n} \rightarrow 1{,}44 = \frac{144}{n} \rightarrow n = 100$$