

PLANO DE AULA SOBRE INTRODUÇÃO A GEOMETRIA ESPACIAL

Nome: Flávia Borges Ferraz Pitz Alves

Série: 2º ano

Grupo: 5

Tutor: Paulo Alexandre Alves de Carvalho

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	3
Desenvolvimentos	3
Objetivos	3
Pré-requisitos	3
Recursos didáticos	3
Metodologia	4
Métodos de avaliação	4
1ª aula : Apresentação de Poliedros.	5
1.1 Procedimentos:	5
1.2 Definição:	6
1.3 Classificação dos poliedros:	6
1.4 Poliedros Regulares	7
2ª aula Construção dos Poliedros	8
2.1 Procedimentos:	8
2.2 Relação de Euler	10
3ª aula : Oficina de Origami	11
3.1 Procedimentos	11
3.2 Exemplos de montagem de alguns poliedros	15
3.3 Sólidos com faces formados por triangulos equiláteros.	18
3.4 Montagem de alguns poliedros com essas faces triangulares.	21
Referencias bibliográficas	22

1- INTRODUÇÃO:

Este plano de aula utiliza as dobraduras (Origami) para a construção de Poliedros. A dinâmica da construção requer a utilização de alguns conceitos básicos da Geometria Espacial que serão apresentados na primeira aula.

Após compreenderem as definições dos poliedros, os alunos terão a oportunidade de visualizar os vértices, as faces e as arestas dessas figuras espaciais de maneira diferente e concreta, diminuindo a dificuldade do entendimento do tema que na maioria das vezes é apresentado através de desenhos feitos no plano.

Por fim, o aluno terá a oportunidade de conhecer o Teorema de Euler de forma lúdica, o plano de aula terá também algumas sugestões de conteúdos matemáticos que podem ser explorados com esse material no ensino da Geometria.

2- DESENVOLVIMENTO:

O plano de aula, foi elaborado em três partes, cada parte contém duas aulas de 50 minutos.

- 1ª aula: Será apresentado os pré-requisitos e os poliedros e suas definições;
- 2ª aula: Será feita uma dinâmica onde os alunos irão montar poliedros utilizando canudos para poderem visualizar, vértices, faces e arestas de forma lúdica.
- 3ª aula: Será uma oficina, onde os alunos aprenderam a montar alguns poliedros através da arte do origami.

3- OBJETIVOS:

- Identificar poliedros e seus elementos
- Reconhecer poliedros convexos e não convexos
- Reconhecer os poliedros de Platão e os poliedros regulares

4- PRÉ-REQUISITOS

- Conceitos de Geometria Plana e Matemática do ensino fundamental

5 –RECURSOS PEDAGÓGICOS

- Quadro, Piloto , Livro didático , Apagador e Sala de informática

6- METADOLOGIA:

- Aulas expositivas;
- Exercícios de fixação;
- Aplicações práticas.

7- MÉTODOS DE AVALIAÇÃO

As avaliações terão caráter de diagnosticar como está sendo realizado o processo ensino-aprendizem do aluno , onde será considerado a participação do aluno em cada aula sendo avaliado e pontuado no final com 2,0 ponto na média bimestral, pois as notas são somatórias e o todo resulta em 10,0 pontos.

1º Aula: Apresentação de Poliedros.

Duração: 2 aulas de 50 minutos.

Local: sala de aula

Objetivo:

- Identificar elementos de um poliedro como: arestas, vértices e faces;
- Deduzir e compreender a Relação de Euler.
- Construir poliedros através de algumas planificações.
- Identificar outros tipos de poliedros.

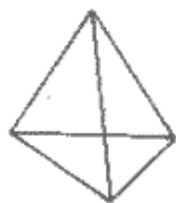
Estratégias:

- Iniciar a aula com assuntos envolvendo a geometria plana como pré-requisito
- Trabalhar com as planificações dos poliedros para que os alunos sejam capazes de identificar e compreender os elementos dos sólidos.

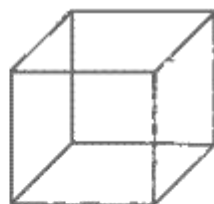
1.1 Procedimentos:

Iniciar com uma revisão dos pré-requisitos necessários para a compreensão da Geometria espacial.

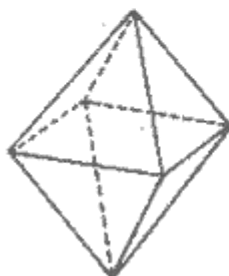
Iniciar a aula com a apresentação de alguns objetos em formas de poliedros para que possam ser explorados alguns elementos pertencentes aos sólidos.



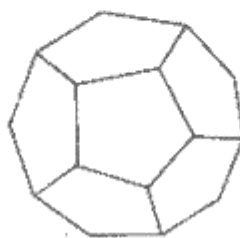
Tetraedro



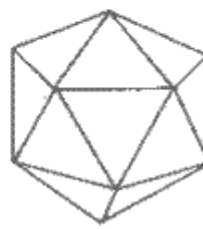
Hexaedro



Octaedro



Dodecaedro



Icosaedro

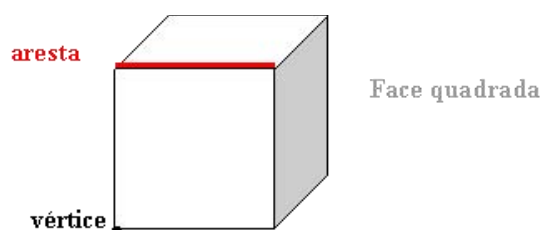
1.2 Definição:

Toda figura geométrica de três dimensões, formada por polígonos é chamada de **poliedro**.

Em um poliedro, podemos destacar os seguintes elementos:

- **FACES:** são os polígonos que limitam os poliedros. Todo poliedro tem uma quantidade finita de faces.
- **ARESTAS:** é o nome que se dá a cada lado de uma face do poliedro. Cada aresta de um poliedro é comum a somente duas faces.
- **VÉRTICE:** é cada uma dos pontos de interseção de 3 ou mais arestas. O vértice de cada face também é o vértice do poliedro.

Exemplo, o cubo:

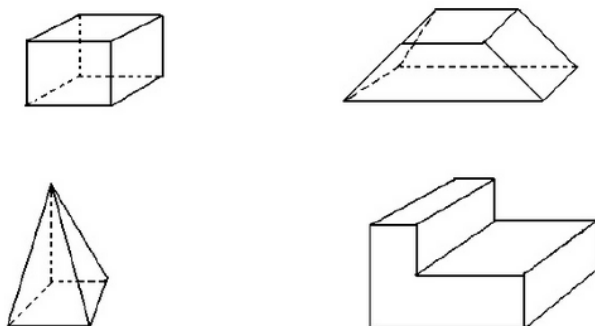


O cubo possui comprimento, largura e altura (3 dimensões), e é formado por 6 quadrados (figuras planas).

Tais quadrados estão unidos, dois a dois, pelas arestas.

São 12 arestas e 8 vértices

Outros exemplos para os alunos verificarem quantas faces, arestas e vértices possuem cada poliedro:



Trabalhar com exercícios do livro didático.

1.3 Classificação dos poliedros:

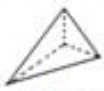
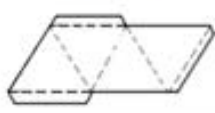

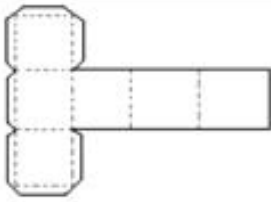

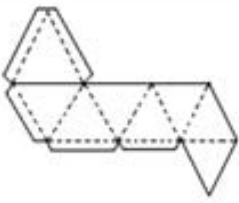

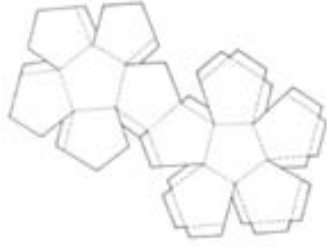

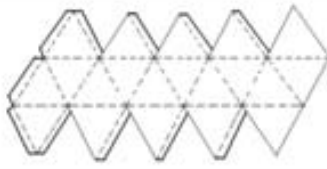
- Um poliedro é classificado como **convexo**, quando um segmento de reta que liga quaisquer dois de seus pontos está inteiramente contido nele. Além disso, um

poliedro é convexo se toda reta não paralela a nenhuma das faces corta suas faces em dois pontos, no máximo.

1.4 Poliedros regulares

Um poliedro convexo é regular quando suas faces são polígonos regulares e congruentes entre si.

Existem 5 poliedros regulares:

Poliedro	Planificação	Elementos
 Tetraedro		4 faces triangulares 4 vértices 6 arestas
 Hexaedro		6 faces quadrangulares 8 vértices 12 arestas
 Octaedro		8 faces triangulares 6 vértices 12 arestas
 Dodecaedro		12 faces pentagonais 20 vértices 30 arestas
 Icosaedro		20 faces triangulares 12 vértices 30 arestas

Atividade:

Separe a turma em grupos de até 3 alunos, distribua material para as planificações dos poliedros regulares.

Objetivo: Compreender as definições sobre arestas, vértices e faces de cada poliedro regular através das suas planificações.

Material: Xerox das planificações

Cola, tesoura, papel cartão colorido.

Ajudar os alunos a montarem os poliedros e com isso sanar as possíveis dúvidas que por ventura possam surgir.

Avaliação será feita através da participação dos alunos na atividade proposta.

Encerrar a aula com as planificações e exercícios do livro didático.

2º Aula: Construção dos Poliedros

Duração: 2 aulas de 50 minutos.

Local: sala de aula

Objetivo:

- Conhecer os Poliedros de Platão
- Deduzir e compreender a Relação de Euler
- Construir poliedros através material lúdico.

Estratégias:

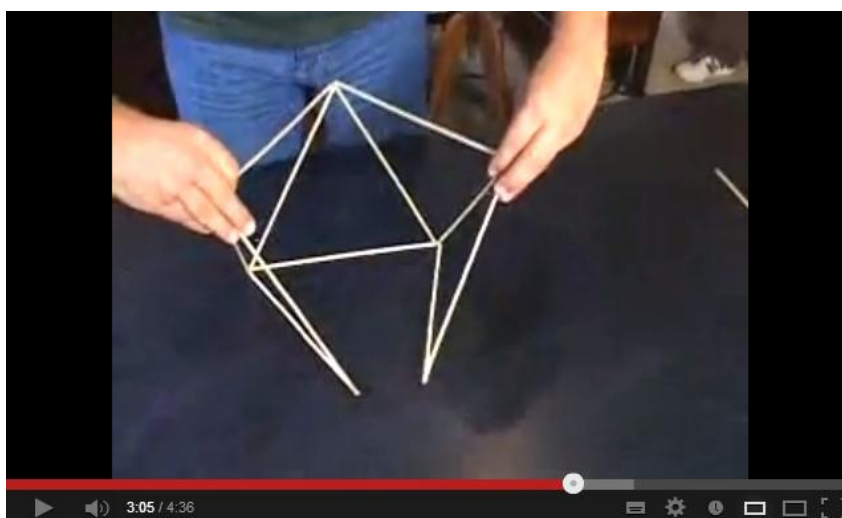
- Construir poliedros com varetas para que possam compreender as definições de poliedros e compreender a Relação de Euler

2.1 Procedimentos:

Mostrar aos alunos quem são os poliedros de Platão e depois disso, apresentar um vídeo do arquiteto Roberto Pompéia, estudioso da Geometria, que ensina a construir poliedros com varetas de churrasco.

Endereço: <http://www.youtube.com/watch?v=AR-aF0JB6ik&noredirect=1>

Tempo: 4:36 minutos



Após a apresentação do vídeo, forme grupos de até 4 alunos e distribua o material em que eles terão que utilizar para montar alguns sólidos propostos em sala

Material Necessário:

- Canudos;Barbante; Tabela de coleta de dados (modelo abaixo).

POLIEDROS	FACES	ARESTAS	VÉRTICES

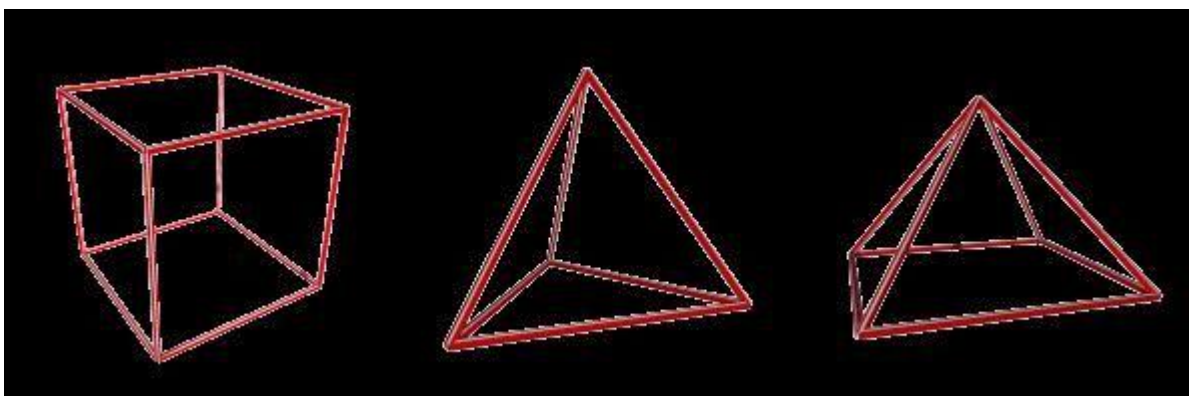
Início da Atividade:

Proponha os poliedros de Platão, sem mostrar as definições, só orientar os alunos quanto a quantidade de faces e que polígono será utilizado para a montagem, pode-se mostrar figuras desses poliedros para ajudar na montagem.

- Tetraedro, hexaedro, octaedro,dodecaedro e icosaedro.

Para servir como auxílio para a construção de outros poliedros poderá ser utilizado o vídeo que ensina como construir poliedros utilizando varetas, encontrado em:

<http://www.youtube.com/watch?v=AR-aF0JB6ik>



Peça aos alunos que montem primeiro um cubo, começando a montagem com dois quadrados,

Após as montagens dos poliedros, os alunos terão que preencher a tabela com seus respectivos dados.

Em seguida, deverão reconhecer as regularidades para cada sólido geométrico exposto na tabela.

Iniciar uma discussão na turma sobre os valores encontrados na relação de diferentes poliedros, depois dê exemplos de situações nas quais faltem algumas informações como o número de arestas, mantendo as informações sobre faces e vértices.

Mostrar aos alunos que cada um destes poliedros possui o número de vértices V mais o número de faces F igual ao número de arestas A mais dois.

Por meio desta atividade espera-se que a turma chegue à relação de Euler, que deverá ser formalizada logo em seguida.

Avaliação será feita através da participação do aluno e da tabela que será avaliada em até 1,0 ponto.

2.2 Relação de Euler

Em todo poliedro convexo:

$$V + F = A + 2 \quad \text{ou} \quad V + F - A = 2$$

Onde:

- V : número de vértices
- F : número de faces
- A : número de arestas.

Poliedro de Platão

Um poliedro convexo é chamado poliedro de Platão se e somente se, satisfaz as seguintes condições:

- Todas as faces têm o mesmo número n de arestas.
- De cada vértice do poliedro parte o mesmo número m de arestas.
- Vale a Relação de Euler.

NOME	TIPO DE FACE	Nº DE FACES	Nº DE ARESTAS	Nº DE VÉRTICES
Tetraedro	Triângulo	4	6	4
Hexaedro	Quadrilátero	6	12	8
Octaedro	Triângulo	8	12	6
Dodecaedro	Pentágono	12	30	20
Icosaedro	Triângulo	20	30	12

Encerrar a aula com questões do livro didático.

3º Aula: Oficina de Origami

Duração: 2 aulas de 50 minutos.

Local: sala de artes e vídeo.

Objetivo: Permitir que o aluno manuseie o objeto em estudo, para analisar suas propriedades e características de forma lúdica e agradável.

Estratégia: Construir alguns módulos utilizando a arte do origami que, ligados uns aos outros, dão forma aos poliedros.

3.1 Procedimento:

Salvar o vídeo sobre a montagem de uma figura e mostrar em data-show aos alunos para que possam ter uma noção de como se montar a figura inicial.

Nome: Modular Origami: Sonobe (30 units)

Site: <http://www.youtube.com/watch?feature=endscreen&v=Brix0IKbC6A&NR=1>

tempo de duração: 10: 51

Descrição: O vídeo mostra a montagem do Sonobe quadrado.

Após o vídeo ou durante ele, montar as figuras planas e depois unir através de seus conectores para montar polígonos.

Material:

- Folha de papel colorido ou branco.

Montagem

Em um pedaço de papel quadrado, será realizado algumas dobras que será obtido um quadrado com duas pontas triangulares que será utilizado para a conexão entre os vários módulos que são necessários para a confecção de poliedros que possuem faces quadrangulares ou faces triangulares, uma vez que o quadrado poderá ser partido ao meio.

Seqüência passo a passo, conforme o vídeo.

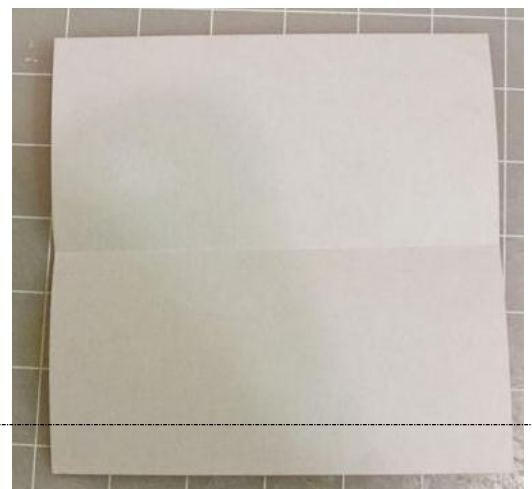
- 1- Pegar um folha de papel ofício e dobrar na sua diagonal, corte a sobra lateral e terá uma figura quadrada. Depois de cortar, desdobre a folha.



- 2- Faça quadrados menores, então dobre no meio na horizontal e depois na vertical fazendo vinco, corte no vindo para obter quatro quadrados menores de aproximadamente 4,2cm cada lado.



Se preferir pode utilizar papel colorido, o sólido final fica mais bonito.



3- Pegue um quadradinho, dobre na horizontal, marque o vinco e desdobre novamente.



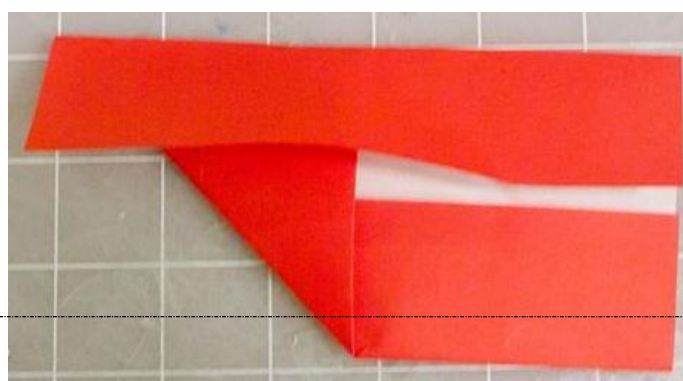
4- Agora você vai dobrar o papel em quartas. Comece dobrando a parte superior para baixo para encontrar o vinco no meio e depois dobre a parte inferior para cima para encontrar novamente o vinco no meio:



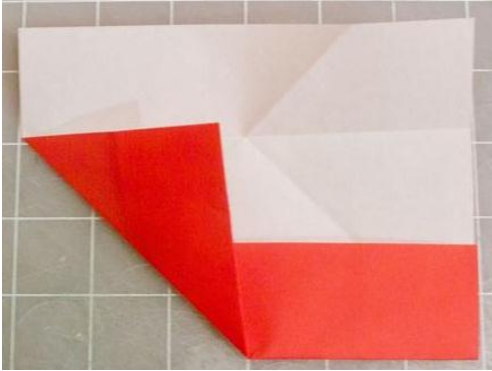
5- Desdobre a parte de cima e dobre o canto inferior para encontrar o vinco superior:



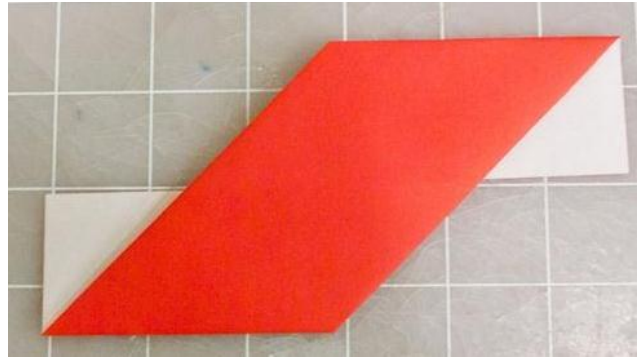
6- Desdobrar. Girar 180 graus. Dobre a aba de baixo para cima para atender o aumento do meio.



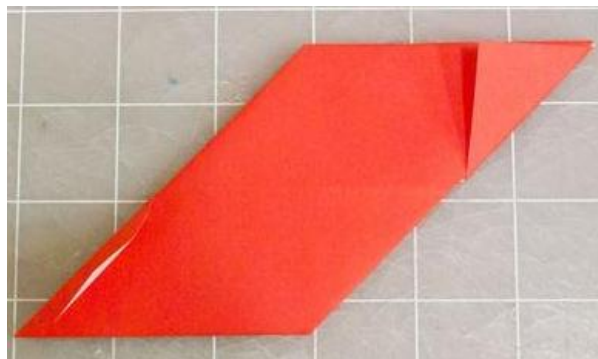
Dobre o canto inferior para encontrar o vinco superior, depois dobre o de cima para baixo:



8- Dobre o canto de cima para baixo ao longo do vinco formado anteriormente. Comprima na aba inferior, agora vire a figura e veja como ficou:



9- Dobre os cantos:



10- Dobre os cantos em forma de um quadrado. Um canto primeiro, depois o outro canto



11- Virar a figura para poder ver o outro lado. Ela deve conter dois “bolsos” triangulares que serão utilizados para inserir em outras figuras semelhantes.



Tem-se então um módulo no formato final de um quadrado que possui duas pontas triangulares que são os elementos de penetração (machos). Deve-se encaixá-las nas reentrâncias (fêmeas) de um módulo idêntico. A conexão será feita de três em três módulos.

Obs: Essa figura é conhecida como Sonobe no mundo dos origamis.

É preciso montar vários Sonobe desse tipo para poder montar um poliedro;

3.2 Exemplos de montagem de alguns poliedros

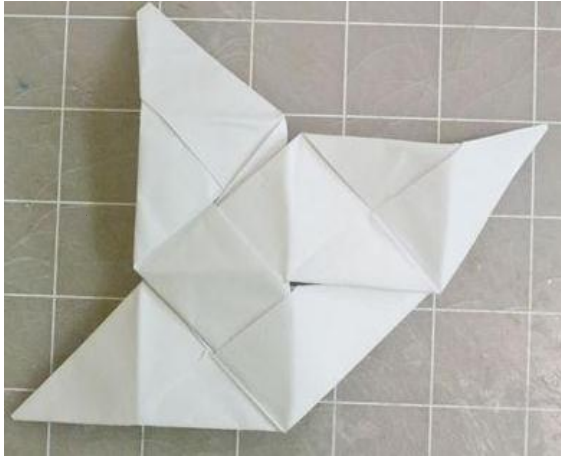
- Montagem do cubo.

É preciso seis Sonobe, para poder montar um cubo.

1- Vá unindo os Sonobe pelos bolsos triangulares existentes neles.



Agora dobre os quadrados em conjunto de modo a formar ângulos retos e ligue as unidades. Você deve ter três faces do cubo e um canto.

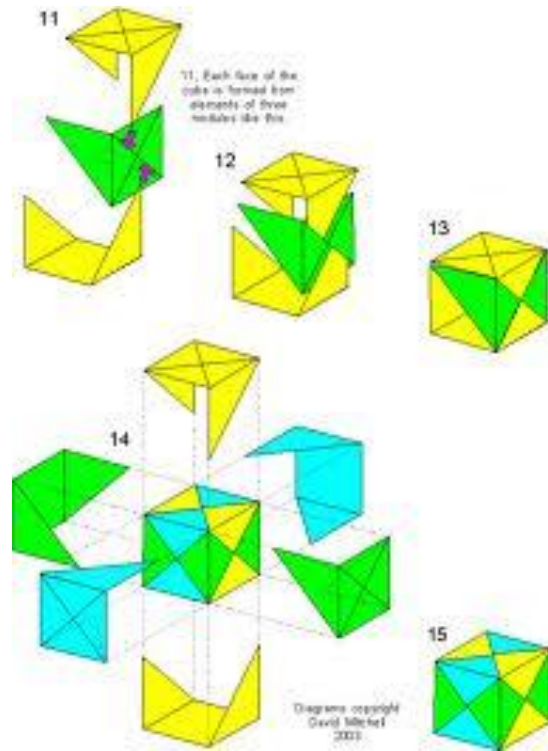


2- Continuar a formar o cubo. Deve olhar como este antes de inserir a última unidade:

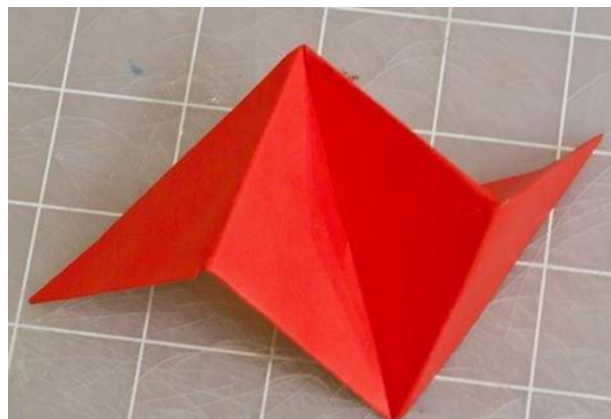


3- Finalize com a última peça e feche o cubo.





- Para montar o octaedro e o icosaedro você precisa fazer uma dobra adicional na diagonal em toda a parte quadrado da unidade. E proceder como o processo do cubo.



Octaedro



Icosaedro



3.3 Sólidos com faces formados por triângulos equiláteros.

Para montar sólidos com esse tipo de face é preciso montar ou tipo de Sonobe.

Apresentar o vídeo em data-show, para que os alunos tenham uma idéia de como montar este Sonobe.

Nome: Módulo de Sonobe - Triângulo

<http://www.youtube.com/watch?v=Z0dGbIBUH1w>

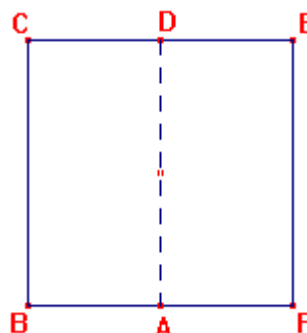
Tempo: 2:57

Descrição: mostrar passo a passo a montagem do Sonobe triangular.

Após o vídeo, pedir para os alunos montarem os Sonobes, conforme o vídeo e o esquema abaixo.

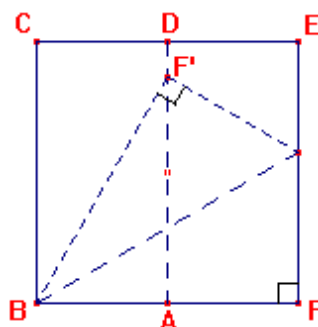
Montagem

- 1- Siga o mesmos passos do 1 e 2 do quadrado para formar quatro quadradinhos.
- 2- Pegue um quadradinho e dobre na vertical ou horizontal tanto faz.

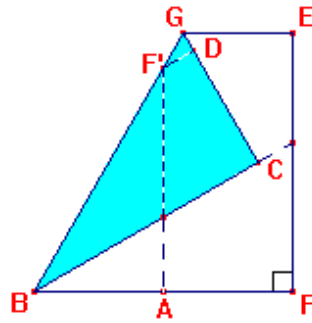


3 – Traga F até o segmento desfaça.

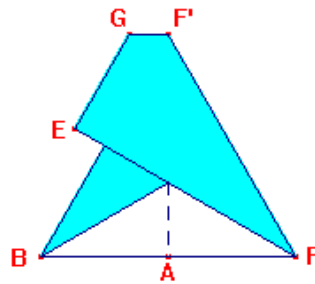
AD, faça uma dobra por B e



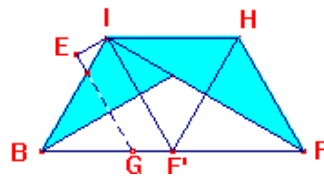
4- Dobre BF' com BC coincido com a dobra anterior.



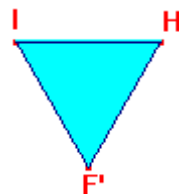
5- Traga E para fazer a dobra FF'.



6- Faça o segmento GF' coincidir com BF por trás e dobre IH.



7- Esconda E, dobrando em BI, Leve B até H por trás e F até I por trás de forma que B encaixe em FI.

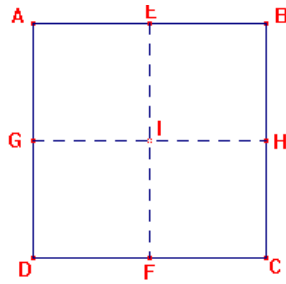


O lado do triângulo eqüilátero IHF' é metade de BF' que é igual ao lado do quadrado inicial e então vale $L/2$.

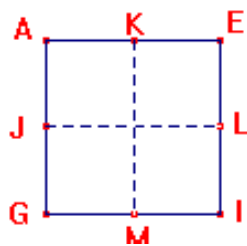
O Sonobe obtido é um triângulo eqüilátero com 3 abas. Para montar um sólido é preciso de um elemento de penetração que será ou o módulo quadrado ou o elemento conector.

Conector para montagem de alguns poliedros

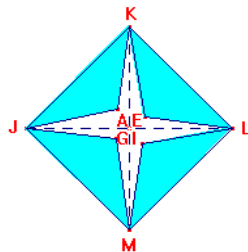
1 – A partir de um quadrado cujo lado seja metade dos quadrados usados nos módulos anteriores, dobre as duas mediatrizes dos seus lados. Recorte, dividindo-o em 4 quadrados menores congruentes.



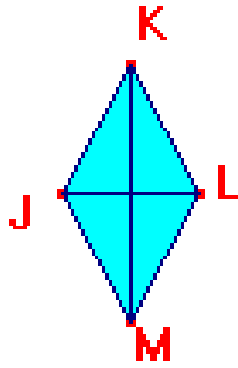
2 – Pegue um destes quadrados e dobre as duas mediatrizes e desfaça.



3 – Faça as dobras JK, KL, LM e MJ.



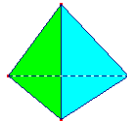
4 – Faça a dobra KM



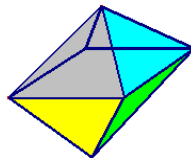
O módulo é formado por dois triângulos retângulos com mesma hipotenusa KM

3.4 Montagem de alguns poliedros com essas faces triangulares.

- **TETRAEDRO REGULAR** – 4 módulos formam o tetraedro regular juntamente com 6 conectores. Para cada vértice, convergem 4 destes módulos.



- **OCTAEDRO REGULAR** – 8 módulos formam o octaedro regular juntamente com 12 conectores. Para cada vértice, convergem 4 destes módulos.



A avaliação é feita através da participação do aluno na oficina de montagem de poliedros com Origami. (1,0 ponto)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GIOVANNI, José Ruy ; BONJORNO, José Roberto; JR., José Ruy Giovanni- **Matemática Fundamental - Uma Nova Abordagem**, Volume único- São Paulo, Editora FTD

IMENES, L. M. **Vivendo a Matemática: Geometria das dobraduras**. São Paulo: Scipione, 1988.

GÊNOVA, Antonio Carlos. **Origami 1**, São Paulo: Global editora, 1990.

Sites acessados

<http://superorigami.com/geometria.html> acessada em 24/02/2013

<http://blogdoprofessornovaes.blogspot.com.br/2012/03/construcao-de-poliedros-atraves-de.html> acessada em 24/02/2013

<http://youtube.com.br> acessada em 02/03/2013