

TUGAS PPG DALAM JABATAN 2020 TAHAP I

BAHAN AJAR

MATA PELAJARAN : MATEMATIKA

SATUAN PENDIDIKAN : SMK NAWA BHAKTI KEBUMEN

KELAS : XI

MATERI POKOK : PERSAMAAN DAN FUNGSI KUADRAT



DISUSUN OLEH :

VISCARIA MUFTIANA, S.Pd

UNIVERSITAS WIDYA DHARMA
KLATEN
2020



HANDOUT MATEMATIKA I



PERSAMAAN DAN FUNGSI KUADRAT

by : Viscaria Muftiana

KATA PENGANTAR

Puji syukur kita panjatkan kehadirat Allah SWT , atas berkat dan rahmatnya sehingga Modul matematika dengan materi Persamaan dan Fungsi Kuadrat ini dapat kita gunakan untuk pembelajaran. Modul ini dibuat untuk memenuhi kebutuhan belajar bagi para siswa SMK Kelas XI dan sebagai pelengkap bagi Guru Matematika. Setiap kompetensi yang ada di dalam buku ini disampaikan dengan cara yang mudah dipahami oleh para siswa. Untuk mempelajari modul ini, Anda harus mengingat kembali beberapa materi penting yang pernah Anda pelajari waktu di SMP. Sebagai contoh materi tentang bentuk kuadrat sempurna, penarikan akar, menyederhanakan bentuk akar, sumbu simetri, dan titik balik fungsi kuadrat, definit positif dan definit negatif, serta menyelesaikan sistem persamaan linier dua variabel dengan metode eliminasi. Hal ini akan sangat membantu keberhasilan Anda dalam mempelajari modul ini.

Cakupan materi modul ini meliputi pengertian, pemahaman, dan ketrampilan. Oleh karena itu, selain dijelaskan tentang pengertian, juga diberikan contoh-contoh soal, uji kompetensi, tugas dan rangkuman. Keseriusan Anda dalam mempelajari modul ini menjadi kunci keberhasilan Anda. Pemahaman Anda terhadap materi modul ini akan bermanfaat untuk mempelajari matematika di tingkat yang lebih tinggi maupun dalam mata pelajaran lain, seperti fisika, teknik, dan ekonomi. Kompetensi dasar dari materi modul ini adalah melakukan manipulasi aljabar dalam perhitungan teknis yang berkaitan dengan persamaan dan fungsi kuadrat.

Di bagian akhir kompetensi ini diberikan tes formatif yang soalnya berbentuk pilihan ganda mengacu kepada kompetensi yang ada pada modul. Setelah mempelajari materi ini, melalui kegiatan pembelajaran menggunakan model *Problem Based Learning* yang dipadukan dengan metode diskusi kelompok, tanya jawab, dan penugasan, peserta didik diharapkan mampu:

1. Menentukan akar – akar persamaan kuadrat dengan cara memfaktorkan, melengkapkan kuadrat sempurna, dan menggunakan rumus ABC;
2. Menentukan jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan kuadrat;
3. Menerapkan konsep dan strategi pemecahan masalah yang relevan berkaitan dengan persamaan dan fungsi kuadrat;

dengan rasa ingin tahu, tanggung jawab, disiplin, jujur, bersikap santun, percaya diri dan pantang menyerah serta memiliki sikap responsif (berpikir kritis) dan pro aktif, serta mampu berkomunikasi dan bekerjasama dengan baik.

Kritik dan saran selalu saya harapkan dari para siswa, guru, dan pembaca yang budiman, demi perbaikan buku ini kedepan. Semoga amal ibadah kita diterima oleh Allah SWT. Aamiin.

Kebumen, September 2020

MENYELESAIKAN PERSAMAAN KUADRAT

STANDAR KOMPETENSI

Memecahkan masalah yang berkaitan dengan fungsi, persamaan dan fungsi kuadrat serta pertidaksamaan kuadrat

KOMPETENSI DASAR

3.19 Menentukan nilai variabel pada persamaan dan fungsi kuadrat

4.19 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan dan fungsi kuadrat

INDIKATOR

Menentukan akar-akar persamaan kuadrat dengan pefaktoran, melengkapi bentuk kuadrat sempurna, dan rumus ABC

TUJUAN PEMBELAJARAN

Melalui model pembelajaran Problem Based Learning (PBL) model diskusi dengan aplikasi gogle classroom dan Whatsaap, siswa dapat Menentukan akar-akar persamaan kuadrat dengan pefaktoran, melengkapi bentuk kuadrat sempurna, dan rumus ABC, *dengan rasa ingin tahu, tanggung jawab, disiplin, jujur, bersikap santun, percaya diri dan pantang menyerah serta memiliki sikap responsif (berpikir kritis) dan pro aktif, serta mampu berkomunikasi dan bekerjasama dengan baik (karakter)*

MATERI

PERSAMAAN KUADRAT

Dalam kehidupan sehari-hari, seringkali kita jumpai persoalan atau perhitungan yang berkaitan dengan materi persamaan kuadrat. Agar kalian lebih memahami tentang bentuk umum persamaan kuadrat dalam persoalan matematika yang berkaitan dengan persamaan kuadrat tersebut.

Perhatikan permasalahan berikut ini dengan seksama :



Permasalahan

Dari gambar diatas terlihat gambar dua orang sedang memotong selembar triplek berbentuk persegi panjang yang akan dibuat kotak tanpa tutup dengan cara membuang persegi seluas $3 \times 3 \text{ cm}^2$ di masing-masing pojoknya. Apabila panjang alas kotak 2 cm lebih dari lebarnya dan volum kotak itu adalah 105 cm^3 . Sebelum dibuat mereka harus mengukur terlebih dahulu panjang dan lebar alas kotak tersebut.



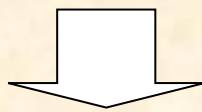
Bagaimana cara
mencarinya ??????????

Permasalahan diatas dapat kita selesaikan menggunakan Persamaan kuadrat. Nah kita cari tau dulu yuk...Dari permasalahan diatas kita akan mengetahui, Seperti apakah materi persamaan kuadrat?

1. Bentuk Umum Persamaan Kuadrat

Bentuk umum persamaan kuadrat dalam variabel (peubah) x dengan a, b, c bilangan riil dan $a \neq 0$ adalah sebagai berikut :

$$ax^2 + bx + c = 0$$



$$ax^2 + bx + c = 0$$

a merupakan bilangan Real dan disebut Koefisien dari variabel x^2

b merupakan bilangan Real dan disebut Koefisien dari variabel x

c merupakan bilangan Real dan disebut sebagai Konstanta

Contoh :

$$2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$a = 2$$

$$b = -5$$

$$c = -3$$

Dari contoh diatas, Perhatikan Contoh Soal dibawah ini :

Tentukanlah nilai a, b, dan c dari persamaan kuadrat dibawah ini:

- $x^2 + 2x - 3 = 0$; mempunyai nilai a = 1, b = 2 dan c = -3
- $2x^2 - x - 6 = 0$; mempunyai nilai a = 2, b = -1 dan c = -6
- $-2x^2 + 3x - 5 = 0$; mempunyai nilai a = -2, b = 3 dan c = -5
- $x^2 + 7x = 0$; mempunyai nilai a = 1, b = 7 dan c = 0
- $-2x^2 + 8 = 0$; mempunyai nilai a = -2, b = 0 dan c = 8

2. Cara-cara menyelesaikan persamaan kuadrat:

+ Memfaktorkan

❖ Memfaktorkan persamaan kuadrat , untuk a = 1

Berarti bentuk persamaan kuadrat menjadi $x^2 + bx + c = 0$

Misal p, q bilangan bulat dan bentuk $x^2 + bx + c$ dapat difaktorkan menjadi : **$(x + p)(x + q)$**

$$\begin{aligned}x^2 + bx + c &\equiv (x + p)(x + q) \\ &\equiv x^2 + px + qx + pq \\ &\equiv x^2 + (p + q)x + pq\end{aligned}$$

Dari identitas terakhir dapat disimpulkan $b = p + q = b$ dan $c = pq$

Sehingga bentuk $x^2 + bx + c = (x + p)(x + q)$

Contoh soal:

Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan kuadrat di bawah ini dengan pemfaktoran;

- $x^2 - 8x + 15 = 0$
- $x^2 + 6x = 0$
- $x + 3 = \frac{60}{x - 1}$

Penyelesaian:

a. $x^2 - 8x + 15 = 0$

$$(x-3)(x-5) = 0$$

$$(x-3) = 0 \quad \text{atau} \quad (x-5) = 0$$

$$x = 3 \quad \text{atau} \quad x = 5$$

Jadi, HP = {3, 5}

b. $x^2 + 6x = 0$

$$x(x+6) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{atau} \quad (x+6) = 0$$

$$x = -6$$

Jadi, HP = {-6, 0}

c. $x+3 = \frac{60}{x-1}$ kalikan kedua ruas dengan $(x-1)$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x+3) = 60$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 63 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-7)(x+9) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-7) = 0 \quad \text{atau} \quad (x+9) = 0$$

$$x = 7 \quad \text{atau} \quad x = -9$$

Jadi, HP = {-9, 7}

❖ **Memfaktorkan persamaan kuadrat, untuk $a \neq 1$**

Misal p, q bilangan bulat dan bentuk $ax^2 + bx + c$ dapat difaktorkan

menjadi : $\frac{1}{a}(ax+p)(ax+q)$

Sehingga :

$$ax^2 + bx + c = \frac{1}{a}(ax+p)(ax+q)$$

$$= \frac{1}{a}(a^2x^2 + apx + aqx + pq)$$

$$= ax^2 + px + qx + \frac{pq}{a}$$

$$= ax^2 + (p+q)x + \frac{pq}{a}$$

Sehingga bentuk $ax^2 + bx + c = \frac{1}{a}(ax+p)(ax+q)$ dengan $p+q = b$ dan $pq = ac$

✚ Melengkapkan Bentuk Kuadrat Sempurna

Menyelesaikan persamaan kuadrat dengan melengkapkan kuadrat artinya mengubah persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ menjadi bentuk $(x \pm p)^2 = q$, dengan $p, q \in \mathbb{R}$ dan $q \geq 0$. bentuk $(x \pm p)^2$ disebut bentuk kuadrat sempurna.

Contoh Soal:

Selesaikan persamaan $2x^2 + 8x + 1 = 0$ dengan melengkapkan kuadrat.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}2x^2 + 8x + 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow 2x^2 + 8x &= -1 \\ \Leftrightarrow 2(x^2 + 4x) &= -1 \\ \Leftrightarrow x^2 + 4x &= -\frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow x^2 + 4x + (2)^2 &= (2)^2 - \frac{1}{2} \quad \text{tiap ruas ditambah dengan } \left(\frac{1}{2}b\right)^2 \\ \Leftrightarrow (x + 2)^2 &= \frac{7}{2} \\ \Leftrightarrow x + 2 &= \pm\sqrt{\frac{7}{2}}\end{aligned}$$

Jadi,

$$x = -2 + \sqrt{\frac{7}{2}} \quad \text{atau} \quad x = -2 - \sqrt{\frac{7}{2}}$$

✚ Menggunakan Rumus abc

Rumus untuk menentukan akar-akar persamaan kuadrat atau sering disebut dengan

Rumus abc adalah:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Menentukan akar-akar dengan melengkapkan kuadrat merupakan proses yang cukup panjang. Jika proses ini diakhiri suatu rumusan, maka diperoleh rumus kuadrat berikut.

Akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ adalah :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{dan} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Contoh soal:

Gunakan rumus untuk menentukan akar-akar persamaan $x^2 - 8x + 15 = 0$

Penyelesaian:

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

Maka,

$$a = 1$$

$$b = -8$$

$$c = 15$$

Substitusi nilai a, b, c ke rumus *abc*

Sehingga,

$$x_{1,2} = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4(1)(15)}}{2(1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 60}}{2}$$

$$x_1 = \frac{8+2}{2} \quad \text{atau} \quad x_2 = \frac{8-2}{2}$$

$$x_1 = 5 \quad \text{atau} \quad x_2 = 3$$

RANGKUMAN

1. Bentuk Umum Persamaan Kuadrat

Bentuk umum persamaan kuadrat dalam variabel (peubah) x dengan a,b,c bilangan riil dan $a \neq 0$ adalah sebagai berikut :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Keterangan :

x = variabel

a = koefisien dari x^2

b = koefisien dari x

c = konstanta

2. Cara-cara menyelesaikan persamaan kuadrat:

✚ Memfaktorkan

❖ Memfaktorkan persamaan kuadrat , untuk $a = 1$

Berarti bentuk persamaan kuadrat menjadi $x^2 + bx + c = 0$

Misal p, q bilangan bulat dan bentuk $x^2 + bx + c$ dapat difaktorkan menjadi :

$$(x + p)(x + q)$$

$$x^2 + bx + c \equiv (x + p)(x + q)$$

$$\equiv x^2 + px + qx + pq$$

$$\equiv x^2 + (p + q)x + pq$$

Dari identitas terakhir dapat disimpulkan $b = p + q = b$ dan $c = pq$

$$\text{Sehingga bentuk } x^2 + bx + c = (x + p)(x + q)$$

❖ **Memfaktorkan persamaan kuadrat , untuk $a \neq 1$**

Misal p, q bilangan bulat dan bentuk $ax^2 + bx + c$ dapat difaktorkan menjadi :

$$\frac{1}{a}(ax + p)(ax + q)$$

Sehingga :

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= \frac{1}{a}(ax + p)(ax + q) \\ &= \frac{1}{a}(a^2x^2 + apx + aqx + pq) \\ &= ax^2 + px + qx + \frac{pq}{a} \\ &= ax^2 + (p + q)x + \frac{pq}{a} \end{aligned}$$

Sehingga bentuk $ax^2 + bx + c = \frac{1}{a}(ax + p)(ax + q)$ dengan $p+q = b$ dan $pq = ac$

✚ **Melengkapkan Bentuk Kuadrat Sempurna**

Menyelesaikan persamaan kuadrat dengan melengkapkan kuadrat artinya mengubah persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ menjadi bentuk $(x \pm p)^2 = q$, dengan $p, q \in \mathbb{R}$ dan $q \geq 0$. bentuk $(x \pm p)^2$ disebut bentuk kuadrat sempurna.

✚ **Menggunakan Rumus abc**

Rumus untuk menentukan akar-akar persamaan kuadrat atau sering disebut dengan

Rumus **abc** adalah:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Menentukan akar-akar dengan melengkapkan kuadrat merupakan proses yang cukup panjang. Jika proses ini diakhiri suatu rumusan, maka diperoleh rumus kuadrat berikut.

Akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ adalah :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ dan } x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

UJI KOMPETENSI

Soal Pilihan Ganda :

1. Diberikan persamaan kuadrat sebagai berikut:
 $2x^2 + x - 6 = 0$
Salah satu akar dari persamaan di atas adalah ...
A. -2
B. -1
C. 0
D. 1
E. 2
2. Salah satu faktor dari $x^2 - 7x + 12 = 0$ adalah..
A. $x - 2$
B. $x - 3$
C. $x + 3$
D. $x + 4$
E. $x - 4$
3. Akar – akar persamaan kuadrat dari $x^2 + 2x - 35 = 0$ adalah
A. -5 dan -7
B. -5 dan 7
C. 5 dan -7
D. 5 dan 7
E. 5 dan -5
4. Jika salah satu akar dari persamaan kuadrat $x^2 + 3x + c = 0$ adalah 2 maka nilai c yang memenuhi adalah ...
A. -10
B. -5
C. 5
D. 10
E. 2
5. Bentuk kuadrat sempurna dari $x^2 - 6x + 8 = 0$ adalah ...
A. $(x - 3)^2 = 17$
B. $(x - 3)^2 = -8$
C. $(x - 3)^2 = 1$
D. $(x - 3)^2 = 8$
E. $(x - 3)^2 = -17$

Soal Essay :

1. Selesaikanlah persamaan kuadrat berikut dengan pefaktorasi , melengkapkan kuadrat sempurna dan menggunakan rumus ABC.
 - a. $x^2 - 5x - 14 = 0$
 - b. $4x^2 + 13x - 12 = 0$

DAFTAR PUSTAKA

- Etsa Indra Irawan dan Cucun Cunayah. 2013. 1700 Bank Soal Matematika. Yrama Widya. Bandung.
- Sukino. 2014. Matematika SMA (Kurikulum 2013). Erlangga. Jakarta.
- Swaditya Rizki. 2015. Aljabar Elementer. FKIP. Universitas Muhammadiyah Metro
- Swaditya Rizki. 2012. Pemanfaatan Teknologi Komputer Untuk Pembelajaran Matematika Khususnya Persamaan Kuadrat. *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan*. Universitas Muhammadiyah Metro. Hal. 171-176
- <https://www.mathsisfun.com/algebra/quadratic-equation-real-world.html>