



Penerapan Matrik pada Ekonomi

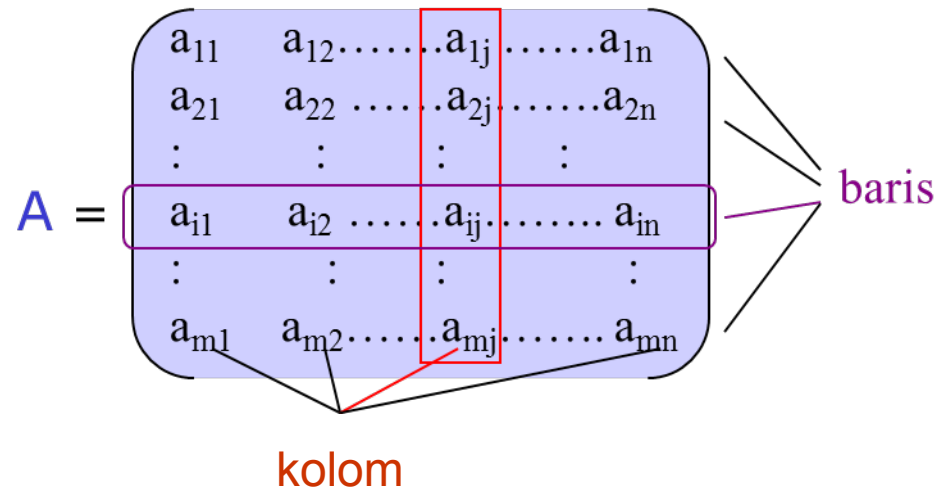
Dosen : Deden Rizal Riadi,SE.ME



Matriks

Matriks adalah susunan bilangan-bilangan yang terdiri atas baris-baris dan kolom-kolom.

Masing-masing bilangan dalam matriks disebut **entri** atau **elemen**. Ordo (ukuran) matriks adalah jumlah baris kali jumlah kolom.



Banyaknya baris (m) dan kolom (n) menentukan dimensi matrik ($m \times n$), yang dibaca m kali n



$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \pi r^2 \quad B = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} \pi r^2 \quad C = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix} \pi r^2$$

A adalah matrik 3 x 3 ,
B adalah matrik 2 x 3 ,
C adalah matrik 3 x 1

A' adalah transpose matrik A ,
C' adalah matrik C

$$A' = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix} \pi r^2 \quad C' = [7 \quad 4 \quad 5] \pi r^2$$



PERANAN MATRIKS

Matriks memungkinkan :

- Menyatakan suatu sistem persamaan yang rumit dalam suatu cara yang ringkas dan sederhana
- Memberikan cara yang cepat untuk menentukan apakah suatu persamaan terdapat pemecahan sebelum dicoba
- Memberikan sarana penyelesaian sistem persamaan



Contoh :

Sebuah perusahaan dengan beberapa saluran distribusi dan menjual beberapa jenis produk yang berbeda, matrik memberikan cara yang ringkas untuk mengendalikan persediaan

Produk

Saluran Dist	A	B	C	D
1	120	110	95	150
2	180	180	205	125
3	175	190	155	90
4	140	175	180	140



KAJIDAH DALAM MARIKS

PENJUMLAHAN DAN PENGURANGAN MARIK

- ❑ Syaratnya kedua matrik yang akan dijumlah (dikurangkan) harus berdimensi sama
- ❑ Elemen dari matrik satu ditambahkan (dikurangkan) langsung dengan matrik lainnya. a_{11} dalam matrik A ditambahkan (dikurangkan) dengan b_{11} dalam matrik B, a_{12} ke b_{12} dan seterusnya

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 9 & 7 \\ 3 & 6 & 2 \\ 4 & 5 & 10 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 8 + 1 & 9 + 3 & 7 + 6 \\ 3 + 5 & 6 + 2 & 2 + 4 \\ 4 + 7 & 5 + 9 & 10 + 2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 5 & 2 & 4 \\ 7 & 9 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 9 & 12 & 13 \\ 8 & 8 & 6 \\ 11 & 14 & 12 \end{bmatrix}$$

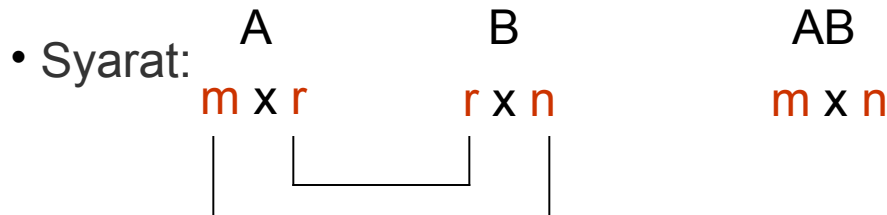


PERKALIAN MATRIK

Definisi:

Jika $A = [a_{ij}]$ berukuran $m \times r$, dan $B = [b_{ij}]$ berukuran $r \times n$, maka matriks hasil kali A dan B, yaitu $C = AB$ mempunyai elemen-elemen yang didefinisikan sebagai berikut:

$$(C)_{ij} = (AB)_{ij} = \sum_{k=1}^r a_{ik} b_{kj} = a_{i1} b_{1j} + a_{i2} b_{2j} + \dots + a_{ir} b_{rj}$$





$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 8 & -7 & 9 & -4 \\ 1 & -5 & 7 & -8 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 7 & -6 \\ 4 & -9 \end{pmatrix}$$

Tentukan AB dan BA

$$(3 \times 4) \longleftrightarrow (4 \times 2)$$

$$(3 \times 2)$$

$$A B = \begin{pmatrix} 2 \cdot 1 + 3 \cdot 7 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 11 & -35 \\ -49 & -35 \\ -94 & -55 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{94} & -35 \\ -49 & -35 \\ -94 & -55 \end{pmatrix}$$



Persamaan Linier dalam persamaan matriks

Persamaan Linier dalam bentuk:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$$

:

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$$

dapat disajikan dalam bentuk persamaan matriks:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

A: matriks koefisien **x** **b**

$$A x = b$$



Contoh Persamaan Linier

$$\begin{array}{rcl} \text{SPL} & x_1 + 2x_2 + x_3 & = 6 \\ & -x_2 + x_3 & = 1 \\ & 4x_1 + 2x_2 + x_3 & = 4 \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} 1.x_1 + 2.x_2 + 1.x_3 \\ 0.x_1 + -1.x_2 + 1.x_3 \\ 4.x_1 + 2.x_2 + 1.x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$



Matriks Penerapan Ekonomi

Penyelesaian Linier Programming dengan Kaidah / Metode “Cramer” :

$$X_i = \frac{|A_i|}{|A|}$$

X_i = variabel ke i yang tidak diketahui dalam suatu seri persamaan

$|A|$ = Determinan dari matrik koefisien

$|A_i|$ = Determinan dari matrik khusus yang dibentuk dari matrik koefisien asalnya dengan mengganti kolom dari koefisien x_i dengan vektor kolom dari konstanta



Menghitung Determinan

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad \text{Maka determinan dari A atau } |A|$$

$$\begin{aligned} |A| &= a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + (-1)a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \\ &= a_{11} (a_{22} a_{33} - a_{23} a_{32}) - a_{12} (a_{21} a_{33} - a_{23} a_{31}) + a_{13} (a_{21} a_{32} - a_{22} a_{31}) \end{aligned}$$

Contoh :

$$A = \begin{vmatrix} 5 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -5 \\ 4 & -5 & 6 \end{vmatrix}$$

$$|A| = 5x(3x6 - (-5x-5)) - (-2)x(2x6 - 4x(-5)) + 3x(2x(-5) - 4x3)$$

$$|A| = 5(18-25) + 2(12+20) + 3(-10-12) = -37$$



Contoh soal :

Permintaan dan Penawaran suatu barang ditunjukkan oleh fungsi berikut : $Q_s = -5 + 3P$ dan $Q_d = 10 - 2P$, berapakah harga dan kuantitas keseimbangan produk tersebut :

Cara I : $Q_d = Q_s$

$$-5 + 3P = 10 - 2P$$

$$5P = 15 \rightarrow P = 3$$

$$Q_d = -5 + 3(3) = 4 = Q_s$$

Cara II : Matrik

Persamaan dirubah menjadi :

$$Q_s - 3P = -5 \quad \text{dan} \quad Q_d + 2P = 10$$

Dalam bentuk matrik menjadi

$$\begin{array}{cc|c} 1 & -3 & -5 \\ 1 & 2 & 10 \end{array} \begin{array}{c} Q \\ P \end{array} = \begin{array}{c} -5 \\ 10 \end{array}$$

A X B



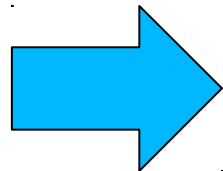
Metode Cramer : $X_i = \frac{|A_i|}{|A|}$

$$A = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \quad \rightarrow |A| = 1 \times 2 - (-3) \times 1 = 5$$

$$A_1 = \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ 10 & 2 \end{vmatrix} \quad \rightarrow |A_1| = |Q| = -5 \times 2 - (-3) \times (10) = -10 + 30 = 20$$

$$A_2 = \begin{vmatrix} 1 & -5 \\ 1 & 10 \end{vmatrix} \quad \rightarrow |A_2| = |P| = 1 \times 10 - (-5) \times 1 = 10 + 5 = 15$$

Maka besaran
P dan Q adalah



$$Q = \frac{|A_1|}{|A|} = \frac{20}{5} = 4$$

$$P = \frac{|A_2|}{|A|} = \frac{15}{5} = 3$$