NOTAS DE ESTADISTICA
EJERCITACION CON CONSIDERACIONES TEORICAS
Y UTILIZANDO HERRAMENTAL INFORMATICO

ACTUALIZADA Y REVISADA AÑO 2015

AUTOR: C.C. LILIANA B. GHERSI

BIBLIOGRAFIA

Si bien la cátedra en su propuesta programática *presenta una extensa bibliografía* ya sea de consulta como ampliatoria; *ante las sugerencias realizadas por alumnos* de esta Facultad que cursaron la materia en anteriores cuatrimestre con la que suscribe; he considerado conveniente e interesante presentar una lista de material bibliográfico a los efectos de poner en conocimiento en forma ágil y/o complementar la ya existente.

1 - DE LECTURA BASICA:

Estadística Aplicada a la Administración y a la Economía - David Hildebrand y R. Lyman Ott - Addison-Wesley Iberoamericana - 1997.
Introducción al análisis estadístico - Harnett/Murphy -Editorial: : Addison-Wesley Iberoamericana 1987
Estadística para administración y economía - Berensons y Leviene Editorial: Interamericana-
Estadística para Administración y Economía Autores: Anderson, Sweeney y Williams Editorial International Thomson – 1999.
Estadística Aplicada a la Empresa y a la Economía Autor: Webster Editorial: Mc Graw Hill – 1998

1.1 - DE EJERCITACION:

Probabilidad - S. Lipschutz - Editorial: Mc G. Hill
Estadística - M. Spiegel - Editorial: Mc G. Hill

2 - AMPLIATORIA:

Estadística para Economía y Administración - R. Mills - Editorial: Mc G. Hill-
Estadística pasa las Ciencia Administrativas - L.Chao - Editorial: Mc G. Hill -
Probabilidad y Aplicaciones Estadísticas - Meyer - Addison-Wesley
Estadística Elemental -Freund/Simon Editorial: Prentice Hall.
Estadística para Administración y Economía. Mason y Lind - Editorial Alfaomega
Estadística para las ciencias sociales - Runyon/Haber - Editorial: Addison-Wesley
Elementos de la Teoría de Probabilidades y alguna de sus aplicaciones - Cramer - editorial: Aguilar
Estadística. Yamane.
Toería Moderna de probabilidades. Parzen.
Teoría de Probabilidades Feller Vol. I y II. Editorial J. Wiley.
Estadística para Administradores. R. Levin. Editorial: Prentice Hall.
Cuadernos de Teoría de la Probabilidad y sus Aplicaciones (I/II/III) - Landro/Gonzalez -Eudeba.

Métodos Estadísticos - Dixon y Massey
Probabilidad y Estadística Aplicaciones y Métodos - Canavos - Editorial: Mc G. Hill

<u>3 - DE CONSULTA:</u>

Probabilidad y Estadística. - Moris DeGroot -Editorial: Addison-Wesley
Introductory Statistics - Weiss - Editorial: - Addison-Wesley. 1994
Métodos matemáticos de estadística - Cramer Editorial: - Aguilar -
Teoría Estadística y Aplicaciones. F. Toranzos. Editorial: Kapeluz.
Inferencia Estadística Introducción. Freeman.

UNIDAD Nº 1
PROBABILIDADES

INTRODUCCIÓN:

"Prigogine no cree en certezas; el premio Nobel de química 1977; cuyo último libro el provocativo título de El Fin de las Certezas, cree que hay una nueva forma de racionalidad en cierne. Para *él las leyes de la ciencia deben expresar posibilidades en lugar de certezas*, fluctuaciones en lugar de equilibrio, porque el cosmos se manifiesta inestable en todas partes. Es más: se le antoja simplista el afán por el orden que cautivó a sabios como Galileo y Copérnico" "Hace 2500 años que se identifica la ciencia con causalidad y la determinación, y se considera que la probabilidad es equivalente a la ignorancia, a un simple estado de ánimo. Sin embargo, el problema del tiempo es un problema de posibilidades. Si el porvenir no está escrito, aparecen ante nosotros diversos caminos posibles. Y la tarea de la ciencia es calcular la probabilidad de una evolución u otra, *algo que nos exige un nuevo enfoque de la racionalidad, volver a pensar lo incierto"* Fuente: Diario La Nación sección ciencia.

"El arte de predecir votos: Gallup fue mucho más lejos; desarrolló un método confiable -basado en la ley de probabilidades del matemático suizo Jakob Bernoulli- para medir algo tan elusivo y misterioso como los cambios de humor en la opinión pública" ... Para bien de la sociedad y para desgracia de legiones de funcionarios, la voz del pueblo llegaba ahora con una nitidez asombrosa" Revista La Nación.

"Cierto que también las regularidades estadísticas pueden ser fundamento de proposiciones cuyo grado de probabilidad es tan elevado que linda con la certeza. Pero en principio siempre pueden darse excepciones. A menudo el concepto de regularidad estadística es sentido como contradictorio. Se dice, por ejemplo, que es posible concebir intuitivamente que los procesos de la Naturaleza estén determinados por leyes, y también que ocurran sin norma de orden, pero la regularidad estadística no expresa nada concebible. Frente a ello hemos de recordar que en la vida ordinaria usamos en todo momento las regularidades estadísticas, y en ellas basamos nuestra acción práctica. Cuando el ingeniero, por ejemplo, construye un pantano, cuenta con una precipitación anual media, a pesar de que no tiene el menor barrunto de cuándo ni cuánto va a llover."
"Las regularidades estadísticas significan por lo común que el correspondiente sistema físico sólo se conoce imperfectamente"....."Pero no fue sino al cabo de un cuarto de siglo que se manifestó que *la teoría de los cuantos obliga a formular toda ley precisamente como una ley estadística*, y por ende abandonar ya en principio el determinismo."...."La teoría de los cuantos puede indicarnos la probabilidad, por unidad de tiempo, de que una partícula abandone el núcleo; pero no puede predeterminar el instante en que ello ocurrirá; dicho instante queda en principio indeterminado. Y no cabe tampoco esperar que más adelante se descubran nuevas regularidades, tales que nos permitan determinar aquel instante con precisión, ya que en caso contrario constituiría un absurdo el hecho de que podemos

también concebir a la partícula α como una onda que se separa del núcleo, y demostrar experimentalmente que esto es en efecto. Los diferentes experimentos que demuestran la naturaleza ondulatoria de la materia atómica, y a la vez su naturaleza corpuscular, nos obligan, para salvar su paradoja, a formular regularidades estadísticas" Fuente: La Imagen de la naturaleza en la física actual ; Werner Heisenberg Premio Nobel de física 1932

"El profesor hielo:....Los habitantes de Montreal acabamos de sobrevivir la peor tormenta de hielo de la historia, que comenzó el 5 de enero último"....Una segunda enseñanza positiva es que no hay que contar con la baja frecuencia de las catástrofes. Su improbabilidad no compensa la enorme pérdida. O sea, no es cuestión de *estimar la utilidad o no utilidad esperada*, producto de la probabilidad por la ganancia o la pérdida, especialmente cuando no se conoce la probabilidad, que es el caso de las catástrofes naturales. Más vale incurrir en los gastos necesarios para evitar los desastres evitables."..."Por ejemplo, hace una año otra tormenta glacial provocó un apagón que duró dos días. En mi universidad se echaron a perder centenares de reactivos y cultivos de tejidos, y se interrumpieron decenas de experimentos. La pérdida pecunaria se elevó a millones de dólares. A esto hay que agregar la enorme pérdida de tiempo y el descorazonamiento."..."Los directores de laboratorio se quejaron a la administración y exigieron que la universidad instalase un equipo electrógeno de emergencia. Los burócratas respondieron que esto no era necesario, porque la empresa hidroeléctrica les había asegurado que la ***probabilidad*** de repetición de semejante siniestro no era sino de uno en 13.000. ¿De dónde sacaron este número? De la galera del ilusionista, como toda **probabilidad subjetiva.** (Quien use probabilidades subjetivas, o sea, arbitrarias, no hace ciencia. Esto vale para todas las teorías de elección racional, tan de moda hoy) Mario Bunge Para La Nación 26/2/98.

"Incertidumbre: La incertidumbre es un estado de ánimo mental. Es el estado de duda entre dos o más alternativas. Por consiguiente lo que carece de mente no puede estar incierto (ni cierto). También se dice que las personas de mente inmadura, tales como los infantes y los fanáticos, ***rara vez*** sienten incertidumbre. La incertidumbre frena la acción pero espolea el entendimiento. En la duda abstente, pero no de pensar sino de actuar. En la duda ponte a pensar. Piensa en cómo salir de la duda. Hay una sola manera de salir de la duda: preguntar, buscar, averiguar, investigar, reflexionar, inventar, ensayar. Esto es así porque la incertidumbre deriva de la escasez de conocimiento. El inversor cauto no invierte en épocas de incertidumbre económica o política. Por esto las inversiones de capital productivo son casi nulas en países de futuro político incierto, tales como el País Vasco, Irlanda del Norte y la ex URSS. Los empresarios odian la incertidumbre tando como la competencia**. La ignorancia es dañina**: La aversión a la incertidumbre.

"Por ahora no aparece la probabilidad de infección, pero hay igual que esperar. Rodrigo sigue medicado con antibióticos. Por el momento no se le extrajo el proyectil que tiene alojado en la cabeza, pues una nueva cirugía podría agravar su situación, informó Tocchini - Del menor baleado en McDonald's" La Nación 19/4/98.

YA HAY UNA CARRERA DE ESPECIALISTA EN OBESIDAD En la Universidad Favaloro desde ayer (6/3/07)

Hay países en los que el 90% de la población es obeso.
En la Argentina, son ocho millones los adultos con índice de masa corporal de más de 30 [el límite entre sobrepeso y obesidad]. La epidemia es hasta ahora imparable. Tenemos que ver qué medidas tomamos, y para eso, aparte de políticas de prevención en gran escala, se necesitan expertos. En la Argentina somos pocos." Esta es la razón, según el doctor Jorge Braguinsky, que llevó a la Universidad Favaloro a lanzar una nueva carrera de especialista en nutrición con eje en la obesidad.
Codirigida por el propio Braguinsky y por la doctora Mónica Katz, los sesenta inscriptos en este primer curso de dos años, todos médicos conmás de dos años de recibidos, tendrán Nutrición y Obesidad como materias troncales, pero también Antropología, Estadística, Epidemiología Nutricional, Conducta Alimentaria, Endocrinología Molecular, Diabetes.
"Se anotaron 90, pero tras las entrevistas fueron admitidos 60 profesionales", cuenta Braguinsky. A todos se les exigió buen dominio del inglés, considerado un requisito indispensable para leer la bibliografía.
"***Nosotros decimos que para ser un experto hay que dominar cuatro «idiomas»: inglés, genética, estadística y biología molecular***", subraya.
Según el especialista, la práctica clínica en obesidad evolucionó mucho en los últimos treinta años. Si antes se la consideraba una disciplina algo trivial, hoy día está en la frontera del conocimiento médico. Sin embargo, cuando no hay una buena formación se puede incurrir en mala praxis. "Para mí, sigue habiendo espacio para esto -dice Braguinsky- por el conflicto o contradicción que se da entre la presión social por la delgadez y la dificultad en el éxito terapéutico."

Domingo 19 de abril de 2015 | **Publicado en edición impresa**

La caída del precio del crudo crea incertidumbre

Puede alejar inversiones y complicar a los que ya desembolsaron dinero
La caída del precio del petróleo sobrevuela por estos días el área de Vaca Muerta, puesto que podría alejar a inversores que a priori pensaban apostar por este yacimiento. Además, de mantenerse los actuales valores, de 80 dólares el barril de crudo hay quien estima que los desembolsos ya efectuados, sobre todo los de YPF, no alcanzarían para recuperar los costos.

"La caída del precio no es buena para Vaca Muerta porque las expectativas de estas inversiones que se realizaron tenían en cuenta un precio que a partir de los 80 dólares iba a avanzar para arriba", opina el ingeniero y consultor Daniel Montamat.

"Hoy el país mantiene un precio de 80 dólares para el petróleo liviano, pero como precio administrado genera muchas dudas. El inversor de largo plazo se mueve por las referencias internacionales y el petróleo «shale», más en la Argentina que recién inicia su explotación y que tiene un contexto adverso a la inversión. De mantenerse estos precios mucha inversión realizada sobre todo por YPF no recuperaría costos", opina Montamat.

El ex secretario de Energía del gobierno de Fernando de la Rúa contradice así a lo que pregona el presidente de la petrolera estatal, Miguel Galuccio.

En tanto, Tomás Hess, manager de relaciones institucionales de ExxonMobil, dice que actualmente se encuentran evaluando distintas opciones para continuar con la siguiente fase de optimización de sus recursos. "Estos proyectos son de muy largo plazo y son independientes del valor del precio del crudo que tiene ciclos de subas y bajas", agrega Hess.

Pablo Pereira, experto de la consultora Accenture, reconoce que el precio mundial del petróleo impacta en Vaca Muerta, pero también recuerda que en la crisis internacional de 2009 el crudo estaba más barato que ahora y fue entonces cuando comenzó a desarrollarse el crudo de esquisto en Estados Unidos. Y fue posible gracias a la baja de costos por el desarrollo tecnológico. Esa es la etapa que ahora se abre a la fuerza en la Argentina.

Pereira lo describe de esta manera: "Las empresas están pensando en adecuar los costos. Se está trabajando en bajar los costos de perforación y producción: temas de materiales, servicios, diseño de pozo y logística".

1 - DEFINICION DE PROBABILIDAD:

Tenga presente que cuenta con tres formas de abordar la definición de probabilidad -la clásica, la frecuentista y la axiomática-. Si bien en la mayoría de los ejercicios propuestos -en este acápite- usted utilizará la definición clásica, no deberá descuidar la definición axiomática; le recomiendo que en cada caso haga un replanteo desde esta definición, para comprobar que todos los axiomas se cumplen, cuando los ejercicios están correctamente resueltos.
Pero más allá de la definición numérica que se use, uno puede decir que *la probabilidad es una medida, que se aplica para cuantificar la incertidumbre de un evento o suceso aleatorio. Es la medida de la expectativa de aparición de un tal suceso.* Por ejemplo si decimos que la probabilidad de que en una universidad un alumno apruebe una evaluación es 0,7; la interpretación que podríamos hacer de tal medida es: si se toman diez alumnos elegidos aleatoriamente de entre los que han rendido la evauación, se espera que siete de ello hayan aprobado la misma.

Espacio Muestral: Conjunto de todos los posibles resultados "elementales" de un experimento aleatorio.

Evento o Suceso aleatorio: Subconjunto del espacio muestral.

Evento Seguro: Es el espacio muestral; y P(E) = 1.
Ahora bien si un suceso tiene probabilidad uno, no se puede concluir que es el evento seguro, recuerde que si admitimos que

$$P(S) = \lim_{n \to \infty} f_r(S),$$

el hecho que una función tenga como límite el valor 1 -por ejemplo- no quiere decir que el mismo se encuentre en el ámbito de la función.

Suceso Imposible: Es el conjunto vacío - o sea el conjunto de resultados no posibles-;
y P(ϕ) = 0. Idem que en situación anterior, que un suceso tenga asociada probabilidad cero no implica que dicho suceso sea el imposible. Analice este ejemplo:

"Pronostican que la ola de frío continuará hasta el domingo: Un fenómeno poco habitual. Un raro fenómeno ocurrió ayer en el país; a las 6, en Santiago del Estero hizo más frío que en la base Marambio, en la Antártida. Mientras a esa hora, en la provincia norteña, el termómetro marcaba 4.9º bajo cero, en la base Marambio se registraba una temperatura de –4.4º. A las 9, la diferencia fue aún más pronunciada: en el continente blanco la columna indicaba –4.2º, mientras en el centro del país marcaba 5º bajo cero. No es un fenómeno habitual, pero sí factible. Las temperaturas en Marambio fueron un poco más elevadas de lo normal porque soplaron vientos del Oeste que produjeron un calentamiento, explicó una fuente del Servicio Meteorológico" La Nación 20/7/2000.

Eventos compatibles: son aquéllos que pueden presentarse conjuntamente; o sea la presencia de uno de ellos no invalida la presencia del otro. No se excluyen mutuamente. Por ejemplo, el dígito verificador usado en infinidad de codificaciones no permite decidir cuál de los posibles números es el correcto -cuando se ha detectado un error-, pues para una infinidad de números el DV es el mismo. O sea dicha infinidad de números se pueden suponer como situaciones compatibles para solucionar el error.

Eventos incompatibles: son aquéllos que no pueden presentarse conjuntamente; o sea la presencia de uno de ellos invalida la presencia del otro. Se excluyen mutuamente. En toda buena codificación de artículos dos de ellos no deben tener asociado el mismo código, de manera tal, que haya incompatibilidad entre lo que representa el código y la realidad en las situaciones erróneas, y poder así detectar la existencia del error.

Eventos incompatibles exhaustivos: son aquéllos que mutuamente se excluyen, pero su unión da como resultado el espacio muestral. Por ejemplo: la producción puede ser aceptable o no aceptable -en términos definidos por control de calidad-; y que un producto sea aceptable y no aceptable al mismo tiempo -bajo las mismas pautas de análisis- es imposible.

Eventos condicionados: La presentación de uno de ellos, está condicionada a la aparición de los otros. Cuando se interrumpe la distribución de energía eléctrica se modifica la expectativa de aparición de un tren eléctrico -aunque la empresa de transporte posea generadores de corriente propios-. No es necesario suponer relación causal.

Eventos independientes: La presentación de uno de ellos no modifica la expectativa de presentación de los otros. Sobre el particular trabajaremos más detalladamente; debido a la importancia del mismo en las ciencias económicas.

EJERCITACION

Nota aclaratoria 1: En el desarrollo de los ejercicios, el símbolo * equivale a símbolo de multiplicación.

Nota aclaratoria 2: Exprese, en la medida de lo posible, el resultado por medio de un número racional.

0 –Este ejercicio es optativo, pues no es propio de los contenidos de la materia Estadística. Se ha decidido insertarlo en esta unidad, pues para resolver muchos de los ejercicios de Estadística, se necesita la habilidad que este ejercicio busca evidenciar.

0.1 - En una encuesta realizada en la Facultad de Ciencias Económicas, se elige un alumno al azar y se le pregunta qué materia aprobó de las ofrecidas para cursar en el Ciclo General.

Sean los sucesos :

A : el alumno aprobó Álgebra
E : el alumno aprobó Estadística

Expresar utilizando operaciones entre conjuntos cada uno de los siguientes sucesos :

a) el alumno no aprobó Álgebra
b) el alumno aprobó las dos materias
c) el alumno sólo aprobó Álgebra
d) el alumno aprobó por lo menos una de las materias
e) el alumno aprobó a lo sumo una de las materias
f) el alumno no aprobó ninguna de las materias
g) el alumno aprobó exactamente una de las materias

En cada caso grafique los sucesos en un diagrama.

a) A^c b) $A \cap E$ c) $A \cap E^c$ d) $A \cup E$ e) $(A \cup E)^c \cup (A \sim E) \cup (E \sim A)$
b) f) $(A \cup E)^c$ g) $(A \sim E) \cup (E \sim A)$

0.2 - Sean los sucesos :

P : promocionó Estadística
T : terminó el Ciclo General

Se elige un alumno de la Facultad de Ciencias Económicas al azar y se le pregunta sobre su situación académica.
Exprese en forma coloquial los sucesos que corresponden a cada una de las operaciones siguientes.

i) $\mathbf{P \cup T}$
El alumno promocionó Estadística o terminó el Ciclo General
El alumno por lo menos hizo alguna de las dos cosas.

ii) $\mathbf{P \sim T}$
El alumno promocionó Estadística y no terminó el Ciclo General
El alumno sólo promocionó Estadística

iii) $\mathbf{(P \sim T) \cup (T \sim P)}$
El alumno sólo promocionó Estadística o sólo terminó el Ciclo General.
El alumno hizo exactamente una de las dos cosas.

iv) $\mathbf{T \sim P^c}$
El alumno terminó el Ciclo General y promocionó Estadística

v) $\mathbf{P^c \cap T}$
El alumno no promocionó Estadística y terminó el Ciclo General

vi) $\mathbf{(P \cup T)^c}$
El alumno no hizo ninguna de las dos cosas

vii) $\mathbf{P^c \cap T^c}$
El alumno no promocionó Estadística y no terminó el Ciclo General

viii) $\mathbf{(P \cap T)^c}$
El alumno hizo a lo sumo alguna de las dos cosas

ix) $\mathbf{P^c \cup T^c}$
El alumno no promocionó Estadística o no terminó el Ciclo General.

Qué relación hay entre v) y vi) y entre vii) y viii) ?
Son expresiones equivalentes.

1.1- Una archivo transitorio contiene 5 legajos, 2 de las cuales tienen los antecedentes incompletos

a) describir un espacio muestral correspondiente al experimento de examinar uno por uno los legajos del archivo hasta que se encuentre uno con los antecedentes incompletos.

E = { I ; CI ; CCI ; CCCI } ; donde I : antecedentes incompletos, C : antecedentes completos

E = 4

b) describir un espacio muestral correspondiente al experimento de examinar uno por uno los legajos del archivo hasta que se encuentren todos los legajos con los antecedentes incompletos.

E = {II ; ICI ; CII ; CCII ; CICI ;ICCI ; CCCII ; CCICI ; CICCI ; ICCCI }

E = 10

1.2 - En un conjunto de 4 artículos hay 2 buenos y dos defectuosos. Se extraen uno por uno, sin reposición, 3 artículos al azar y se registra la sucesión obtenida.
Si denotamos a los artículos con B1, B2, D1, D2 respectivamente, se pide :

a) Describir el espacio muestral E asociado a la experiencia

Para la primera extracción hay 4 posibilidades, para la segunda tres y para la tercera 2.
Luego # E = 4 . 3 . 2 = 12

E = {(B1, B2, D1) ; (B1, B2, D2) ; (B2, B1, D1) ; (B2, B1, D2) ; (B1, D1, B2) ;
(B1, D2, B2) ; (B2, D1, B1) ; (B2, D2, B1) ; (D1, B1, B2) ; (D1, B2, B1) ;
(D2, B1, B2) ; (D2, B2, B1) ; (D1, D2, B1) ; (D1, D2, B2) ; (D2, D1, B1) ;
(D2, D1, B2) ; (D1, B1, D2) ; (D1, B2, D2) ; (D2, B1, D1) ; (D2, B2, D1) ;
(B1, D1, D2) ; (B1, D2, D1) ; (B2, D1, D2) ; (B2, D2, D1) }

b) Describir, enumerando sus elementos, los siguientes sucesos :

i) se extraen exactamente dos artículos buenos

A = {(B1, B2, D1) ; (B1, B2, D2) ; (B2, B1, D1) ; (B2, B1, D2) ; (B1, D1, B2) ;
(B1, D2, B2) ; (B2, D1, B1) ; (B2, D2, B1) ; (D1, B1, B2) ; (D1, B2, B1) ;
(D2, B1, B2) ; (D2, B2, B1) }

ii) se extraen por lo menos dos artículos buenos

Coincide con i)

iii) se extrae a lo sumo un artículo bueno

B = {(D1, D2, B1) ; (D1, D2, B2) ; (D2, D1, B1) ; (D2, D1, B2) ; (D1, B1, D2) ;
(D1, B2, D2) ; (D2, B1, D1) ; (D2, B2, D1) ; (B1, D1, D2) ; (B1, D2, D1) ;
(B2, D1, D2) ; (B2, D2, D1) }

iv) el segundo artículo es defectuoso

C = {B1, D1, B2) ; (B1, D2, B2) ; (B2, D1, B1) ; (B2, D2, B1) ; (D1, D2, B1) ;

(D1, D2, B2) ; (D2, D1, B1) ;(D2, D1, B2) ; (B1, D1, D2) ; (B1, D2, D1) ; (B2, D1, D2) ; (B2, D2, D1) }

v) todos los artículos son buenos
D = ∅

vi) los dos primeros artículos son buenos
G = {(B1, B2, D1) ; (B1, B2, D2) ; (B2, B1, D1) ; (B2, B1, D2) }

Si en cada extracción anotamos un "0" si el artículo es defectuoso y un "1" si el artículo es bueno (es decir, sólo distinguimos entre artículos buenos y defectuosos) se pide :

a) Describir el espacio muestral F asociado a la experiencia
F = { (0, 0 ,1) ; (0, 1, 0) ; (1, 0,0) ; (1, 1, 0) ; (1, 0, 1) ; (0, 1, 1) }

b) (0,,0, 1) es un elemento de F. Cuáles elementos de E se corresponden con este sucesoelemental de F ?
Los elementos de E que corresponden a (0, 0, 1) son los que tienen elementos defectuosos en la primera y segunda extracción y un elemento bueno en la tercera extracción
{(D1, D2, B1) ; (D1, D2, B2) ; (D2, D1, B1) ; (D2, D1, B2)}

1.3 - Al Transportar mercancía de dos tipos (A ó B) en cajas, se sabe que una caja se ha perdido. El total de cajas de A es 40 y el de B 30 antes de la pérdida. En el destino se toma al azar una caja que resultó ser del tipo A. Hallar la probabilidad de que fue extraviada:

1.3.1 una caja con mercancía tipo A;
1.3.2 una caja con mercancía tipo B.

Solución:

1.3.1 - La caja con mercadería de tipo A escogida; evidentemente no puede ser la extraviada; puede si haber sido extraviada cualquiera de las 69 cajas restantes (40 + 30 - 1= 69); además de ellas había 39 con mercadería tipo A (40 - 1 = 39).
Por lo tanto la probabilidad de que fue extraviada una caja con mercadería tipo A es igual; a:

$$P(E_a) = \frac{39}{69}$$

O sea , se espera con una confianza de 39/69, que la caja extraviada sea de mercadería A.

1.3.2 - Entre las cajas de mercadería que pudieron ser extraviadas, había 30 de tipo B. Por lo tanto la probabilidad de que se haya perdido una caja de mercadería tipo B es igual a:

$$P(E_b) = \frac{30}{69}$$

O sea, si medimos la confianza de que se haya perdido una caja de mercadería tipo B, dicho valor es igual a 30/69.

2- En una área de la empresa hay 6 personas que tienen todas ellas entre sí edades distintas. Por un método de búsqueda aleatorio en los archivos computacionales, hallar la probabilidad de que las personas hayan sido ubicadas resultando en orden creciente respecto a su edad.

Solución:
Las posibilidades que tengo para elegir la primera persona son 6; para la segunda son 5; para la tercera son 4; para la cuarta son 3; para la quinta son 2 y para la sexta 1.
Y existe un único caso que responde a que el orden en que aparezcan responda al orden creciente de sus edades; por lo tanto

$$P(O_c) = \frac{1}{720}$$

O sea, la expectativa que se tiene de tomar aleatoriamente al grupo ordenado en forma creciente con respecto a su edad es pequeña; lo cual me lleva a pensar que si repito 7200 veces el mismo experimento en condiciones semejantes espero que en diez veces aparezcan las personas ordenadas en forma creciente respecto a su edad; y; que no quiere decir que realmente sen 10 casos.

3- Una empresa tiene codificados a sus artículos en forma numérica del número 1 al número 10. Se toman aleatoriamente y en condiciones de equiposibilidad 4 fichas técnicas correspondientes a 4 de sus artículos; a los efectos de realizar un trabajo administrativo que es independiente del tipo de artículo elegido.
Hallar la probabilidad de que entre las fichas elegidas se encuentren:

3.1 La correspondiente a la codificada con el número 6.

3.2 Las correspondientes a las codificadas con el número 6 y 4.

3.3 Las correspondientes a las codificadas con el número 6 ,5 y 4. Para que lo resuelva usted.

3.4 Realice el ejercicio, pero la elección se hace para definir el plan de trabajo productivo, y cada artículo para ser producido necesita insumos que no coinciden con los del resto. Tenga en cuenta las variables que influyen en el plan productivo:

Tiempo de mano de obra
Costos de reposición de insumos
Exposición financiera
Otras.

Solución:
3.1 si contamos todos los grupos de cuatro fichas que se pueden armar con 10 fichas distintas; donde es equivalente que salga primero el artículo N1 y luego el N2 a que salga primero el N2 y luego el N1; tenemos que son:

$$C_{10}^{4} = \frac{10!}{4!*6!} = \frac{10*9*8*7}{4*3*2*1} = 210 \text{ grupos posibles}$$

Ahora bien, si deseamos que se encuentre entre las elegidas la que lleva el código 6, para las tres restantes elegidas tengo que pensar qué cantidad de grupos puedo formar con ellas.

$$C_9^3 = \frac{9!}{3!*6!} = \frac{9*8*7}{3*2*1} = 84 \text{ grupos posibles}$$

Por lo tanto la probabilidad buscada es -siempre y cuando todas las fichas tenga la misma posibilidad de ser elegidas :

$$P(P6) = \frac{84}{210} = 0.4$$

O sea, espero que en el 40% de las veces que practique el experimento de tomar aleatoriamente 4 fichas en condiciones semejantes, aparezca la ficha correspondiente al artículo codificado con el número 6. Dicho de otra manera, si repito el experimento 10 veces, espero que en cuatro veces aparezca la ficha del artículo nº 6; tenga en cuenta que se espera pero no quiere decir que cuando practique diez veces el experimento en cuestión aparezca en cuatro veces la ficha del artículo nº 6.

3.2 Para este nuevo suceso, los casos posibles coinciden con el del ítem anterior; sólo varían los casos favorables.
Ahora bien, si deseamos que se encuentre entre las elegidas la que lleva el código 6 y la que lleva el código 4 , para las dos restantes elegidas tengo que pensar qué cantidad de grupos puedo formar con ellas.

$$C_8^2 = \frac{8!}{2!*6!} = \frac{8*7}{2*1} = 28 \text{ grupos posibles}$$

Por lo tanto; si todas las fichas tienen la misma posibilidad de ser elegidas; la probabilidad buscada es :

$$P(P_{6,4}) = \frac{28}{210} = 0.133..$$

Observe que la expectativa de este suceso debería ser menor que la expectativa del anterior ya que tiene asociado un valor de probabilidad menor. Le parece lógico? -tenga presente que este suceso exige más que el anterior-
Intente explicar qué quiere decir 0.133....**En estos casos trabaje con Números Racionales**.

3.3 Observe ahora, que no será lo mismo que primero aparezca el artículo 6 y luego el 4 -por ejemplo- a que primero se presente el 4 y luego el 6.
Veamos de hallar la probabilidad de que entre las fichas elegidas se encuentre
la correspondiente a la codificada con el número 6.
Para calcular los casos posibles debemos recurrir al concepto de variaciones:

$$V(n,m) = \frac{n!}{(n-m)!}$$

$$V(10,4) = \frac{10!}{(10-4)!} = 10*9*8*7 = 5040$$

Ahora bien los casos favorables, los podemos contar teniendo en cuenta que el 6 debe estar y que puede encontrarse en el 1º, 2º, 3º ó 4º lugar, y que para el resto de los lugares tengo 9 elementos; o sea:

$$V(9,3) = \frac{9!}{(9-3)!} = 9*8*7 = 504$$

De manera tal, que la probabilidad buscada es::

$P(P_6)= 4/10=0,4$

(Recuerde que tengo cuatro lugares posibles para ubicar el 6). Compare el resultado con 3.1, como verá el valor de probabilidad es la misma sin embargo
la cantidad de casos posibles en uno y otro difiere, como así también la cantidad de casos favorables.

5 - Para un empleo se han postulado 100 personas, de las cuales 60 cumplen con la totalidad de los requisitos. Se eligen aleatoriamente para la primer sesión de entrevistas posibles a 4 personas. Hallar las siguientes probabilidades:

5.1 Que entre las personas elegidas todas cumplan con la totalidad de los requisitos.

5.2 Que entre las personas elegidas no hay personas que cumplen con todos los requisitos.

5.3 Que entre las personas elegidas hay sólo dos que cumplen con todos los requisitos

5.4 Que entre las personas elegidas hay sólo tres que cumplen con todos los requisitos.

Para realizar usted.

5.5 Para realizar usted: De un grupo de 12 estudiantes de ciencias económicas inscriptos todos ellos en una y solo una carrera, hay 8 que son de la carrera de contador, se han elegido 9 al azar. Cuál es la probabilidad de que entre los estudiantes elegidos 5 solamente sean estudiantes de la carrera de contador?

<u>Solución:</u>

5.1 - Calculemos la cantidad de grupos que se pueden formar -es interesante que note que los grupos serán distintos cuando el menos una de las personas sea distinta- O sea no interesa si primero se entrevistó al postulante A y luego al postulante B ó primero se entrevistó al postulante B y luego al postulante A.

$$C_{100}^{4} = \frac{100!}{4!*96!} = \frac{100*99*98*97}{4*3*2*1} = 3921225 \text{ grupos posibles}$$

Calculemos ahora qué cantidad de grupos de 4 personas se pueden formar con las personas que cumplen con todos los requisitos.

$$C_{60}^{4}=\frac{60!}{4!*56!}=\frac{60*59*58*57}{4*3*2*1}=487635 \text{ grupos posibles}$$

Por lo tanto si todas las personas tienen la misma posibilidad de ser elegidas y se eligen aleatoriamente, se tendrá que:
Si T= Todos Cumplen todos requisitos

$$P(T)=\frac{487635}{3921225}=0.124$$

O sea, si tomara mil grupos de cuatro personas -en las mismas condiciones- espero que 124 grupos estén formados por cuatro personas que cumplen con todos los requisitos.
Observe la relación entre las personas que cumplen con todos los requisitos sobre el total y analice la exigencia del evento -todos deben cumplir con todos los requisitos-; es lógico que el valor de la expectativa del evento sea el hallado.

5.2 La cantidad de grupos posibles que se pueden armar tomando cuatro personas de un total de cien, ya lo hemos calculado en el inciso anterior. Nos queda entonces calcular cuántos grupos de cuatro personas se pueden formar con personas que no cumplen todos los requisitos.

$$C_{40}^{4}=\frac{40!}{4!*36!}=\frac{40*39*38*37}{4*3*2*1}=91390$$

Por lo tanto si todas las personas tienen la misma posibilidad de ser elegidas y se eligen aleatoriamente, se tendrá que:

Si $\bar{T}$: Todos No Cumplen todos los requisitos

$$P(\bar{T})=\frac{91390}{3921225}=0.023$$

O sea, si tomara mil grupos de cuatro personas -en las mismas condiciones- espero que 23 grupos estén formados por cuatro personas que no cumplen con todos los requisitos.

5.3 - Que sólo dos cumplan con todos los requisitos en un grupo de cuatro personas, implican que el resto -2- no cumplan con todos los requisitos. Por lo tanto, para hallar la cantidad de grupos que se pueden armar son:

$$C_{60}^{2}C_{40}^{2}=\frac{60!*40!}{2!*58!*2!*38}=\frac{60*59*40*39}{2*1*2*1}=1380600 \text{ grupos posibles}$$

Por lo tanto si todas las personas tienen la misma posibilidad de ser elegidas y se eligen aleatoriamente, se tendrá que:
Si 2C: 2 Cumplan todos los requisitos y 2 no

$$P(2C)=\frac{1380600}{3921225}=0.35$$

Analice los resultados obtenidos, compárelos; trate de encontrar respuesta a las diferencias existentes.

6 - El área de auditoría detectó que para 100 facturas de un mismo cliente de la empresa; la cancelación de la deuda correspondiente se efectuó en 15 oportunidades fuera de las condiciones de pago pactadas.

6.1 Hallar la frecuencia relativa de aparición de facturas canceladas fuera de las condiciones pactadas.

6.2 Suponga que otro cliente para 75 facturas del mismo, auditoría detectó 15 facturas canceladas fuera de las condiciones de pago estipuladas. Para que realice usted.

6.3 A qué conclusión podría arribar usted, si compara a ambos clientes?

6.4 Para que realice usted: Al probar una partida de grabadores, la frecuencia relativa de grabadores en condiciones óptimas resultó igual a 0.95. Se han adquirido nuevamente 100 grabadores al mismo proveedor, cuál es el número de grabadores esperados de condiciones no óptimas?.

Solución :

La frecuencia relativa del suceso R (aparición de una factura del cliente cancelada fuera de las condiciones pactadas) es igual a la relación entre el número de facturas en tal situación y el número de facturas correspondientes al cliente:

$$f_r(R) = \frac{15}{100}$$

2 TEOREMAS DE LA ADICION Y DEL PRODUCTO DE PROBABILIDADES

* Consideraciones teóricas:

** Teorema de la adición de probabilidades de sucesos mutuamente excluyentes

La probabilidad de que ocurra uno de los dos sucesos mutuamente excluyentes, indistintamente cuál de ellos, es igual a la suma de las probabilidades de estos sucesos:

$$P(AUB) = P(A) + P(B)$$

Se puede extender a varios sucesos que se excluyen mutuamente de a dos.

** Teorema de la adición de probabilidades de sucesos compatibles

La probabilidad de que ocurra por lo menos uno de los dos sucesos compatibles, es igual a la suma de las probabilidades de estos sucesos sin la probabilidad de que ocurran simultáneamente:

$$P(AUB) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Se puede generalizar a un número finito cualquiera de sucesos simultáneos.

** Teorema del producto de probabilidades de sucesos dependientes

La probabilidad de que ocurran simultáneamente dos sucesos dependientes, es igual al producto de la probabilidad de uno de los sucesos por la probabilidad condicional del otro:

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B / A)$$
$$P(A \cap B) = P(B) * P(A / B)$$

** Teorema del producto de probabilidades de sucesos independientes
La probabilidad de que ocurran simultáneamente dos sucesos independientes, es igual al producto de las probabilidades de estos sucesos:

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B / A) = P(A) * P(B)$$
$$P(A \cap B) = P(B) * P(A / B) = P(A) * P(B)$$

Ambos teoremas se pueden generalizar.

7- En el departamento de una empresa hay 15 empleados, de los cuales 5 tienen sus estudios universitarios finalizados. Se eligen aleatoriamente los registros de 3 de ellos.

7.1 Hallar la probabilidad de que por los menos uno de los empleados elegidos resulte con sus estudios universitarios finalizados.
7.2 Halle usted la probabilidad, si se eligen aleatoriamente los registros de 4, de que por los menos uno de los empleados elegidos resulte con sus estudios universitarios finalizados.
7.3 Halle usted la probabilidad, si se eligen aleatoriamente los registros de 4, de que por los menos 3 de los empleados elegidos resulte con sus estudios universitarios finalizados.
7.4 Halle usted la probabilidad, si se eligen aleatoriamente los registros de 6, de que por los menos uno de los empleados elegidos resulte con sus estudios universitarios finalizados.

7.5 Halle usted la probabilidad, si se eligen aleatoriamente los registros de 6, de que más de 5 de los empleados elegidos resulte con sus estudios universitarios finalizados. Qué explicación puede dar de este resultado? Podrá obtener el mismo resultado solicitando la probabilidad de otro evento?

<u>Solución:</u>
Vamos a plantear la resolución del mismo problema por medio de 2 métodos.
Tenga asimismo presente que es lo mismo que primero salga U1 y luego U2 o que primero salga U1 y luego U2.
<u>Método 1:</u> El suceso U, " por los menos uno de los 3 empleados resulte con sus estudios universitarios finalizados", y U^C, "ninguno de los 3 empleados elegidos resulte con sus estudios universitarios finalizados; son disjuntos y su unión da como resultado el conjunto de todos los resultados posibles, por lo tanto:

$$P(U) + P(U^C) = 1 \Rightarrow P(U) = 1 - P(U^C)$$

y si tenemos en cuenta que la probabilidad de suceso U^C es:

$$P(U^C) = \frac{C_{10}^3}{C_{15}^3} = \frac{24}{91}$$

La probabilidad buscada es:

$$P(U) = 1 - P(U^C) = 1 - \frac{24}{91} = \frac{67}{91}$$

<u>Método 2:</u> si definimos los siguientes sucesos, U_1, U_2 , U_3 , de la siguiente manera:

U_1: un empleado tiene sus estudios universitarios finalizados y los otros dos no tienen sus estudios universitarios finalizados

U_2: dos empleados tienen sus estudios universitarios finalizados y el otro no tiene sus estudios universitarios finalizados

U_3: tres empleados tienen sus estudios universitarios finalizados.

El suceso U, que consiste en por los menos uno de los empleados tienen sus estudios universitarios finalizados, se puede concebir como:

$$U = U_1 \bigcup U_2 \bigcup U_3$$

Y como estos eventos son incompatibles dos a dos, tenemos que:

$$\mathrm{P(U) = P(U_1 \bigcup U_2 \bigcup U_3) = P(U_1) + P(U_2) + P(U_{3)})}$$

$$P(U_1) = \frac{C_5^1 * C_{10}^2}{C_{15}^3} = \frac{45}{91}$$

$$P(U_2) = \frac{C_5^2 * C_{10}^1}{C_{15}^3} = \frac{20}{91}$$

$$P(U_3) = \frac{C_5^3 * C_{10}^0}{C_{15}^3} = \frac{2}{91}$$

$$P(U) = P(U_1) + P(U_2) + P(U_{3)}) = \frac{45}{91} + \frac{20}{91} + \frac{2}{91} = \frac{67}{91} = 0.74$$

Por lo tanto de cada 100 veces que repita el experimento de tomar aleatoriamente a tres personas del departamento en cuestión espero que en 74 veces aparezcan grupos formados por lo menos por un empleado que tiene sus estudios universitarios finalizados.

8.1 - Durante una jornada no laboral, en una empresa, se ha designado a dos responsables para que se hagan presentes en la misma y conducir un proceso productivo nuevo. Se tiene registrada información sobre cada uno de ellos -respecto de su presentismo- y se sabe que E_1 tiene una probabilidad de ausencia del 0.05 y que E_2 una probabilidad de ausencia de 0.01.

Por otro lado el presentismo es una variable independiente cuando se consideran 2 empleados de este conjunto en cuestión.

Hallar la probabilidad que en el día no laborable asignado se ausente uno y sólo uno de estos responsables.

Solución:
Debemos considerar el evento: E_1 se ausente y E_2 no se ausente ó E_2 se ausente y E_1 no se ausente.
P(E1 se ausente y E2 no se ausente ó E_2 se ausente y E_1 no se ausente) = $P(E_{12} \text{ U } E_{21})$
Observe la denotación elegida para los eventos en cuestión -pudo haber elegido otra- en este caso se puede concebir como una notación matricial; Por qué?

$$P(E_{12} \cup E_{21}) = P(E_{12}) + P(E_{21})$$

$$P(E_{12}) + P(E_{21}) = P(AE_1)P\left(\bar{A}E_2\right) + P\left(\bar{A}E_1\right)P(AE_2)$$

$$= 0.05 * 0.99 + 0.95 * 0.01$$

$$= 0.059$$

Por lo tanto espero que en 59 veces de 1000 días no laborables, la personas elegidas se ausenten una y sólo una de ellas.

8.2 – En una cajón hay veinticinco pares de zapatos, diez pares son marrones y el resto son negros. De los marrones, cinco pares son nº 36 y cinco pares son nº 37; de los negros ocho pares son nº 36 y el resto nº 37.
Se extraen dos zapatos que resultaron ser marrones.
8.2.1 - Determinar la probabilidad de que ambos sean nº 37.
8.2.2 - Determinar la probabilidad de que ambos formen un par nº 37.
8.2.3 – Cuáles de los eventos planteados en los incisos anteriores tiene menor expectativa de aparición? Es lógico?

Solución:
Denotemos por:

A: zapato nº 37
M: zapatos de color marrón
C: zapato de pie contrario

8.2.1 - Determinar la probabilidad de que ambos sean nº 37.

$$\boldsymbol{P(AyA/MyM) = P(1^o\ A/M) * P(2^o\ A/((1^o\ AyM)y2^o\ M)) = \frac{10}{20} * \frac{9}{19} = \frac{90}{380}}$$

8.2.2 - Determinar la probabilidad de que ambos formen un par nº 37.

$$\boldsymbol{P(Ay(AyC)/MyM) = P(1^o\ A/M) * P(2^o\ (AyC)/((1^o\ AyM)y2^o\ M)) = \frac{10}{20} * \frac{5}{19} = \frac{50}{380}}$$

8.2.3 – Cuáles de los eventos planteados en los incisos anteriores tiene menor expectativa de aparición? Es lógico?

El planteado en 8.2.2; y es lógico pues requiere mayor exigencias; observe que entran en juego tres variables sobre las que se exige alguna condición, en tanto que en el suceso del inciso 8.2.1 entran en juego dos variables sobre las que se exige alguna condición.

9 - En un grupo de 20 personas, hay 12 que son profesionales. Si se eligen aleatoriamente 4 personas. hallar la probabilidad de que por lo menos una sea profesional.
Solución: si tomamos el evento "por los menos una sea profesional" y tomamos el evento "ninguno es profesional" vemos que ambos conjuntamente dan el espacio muestral y que ambos son disjuntos, por lo tanto se tiene:

P(Por lo menos 1 sea profesional) + P(ninguno es profesional) = 1

P(por lo menos 1 sea profesional) = 1 - P(ninguno es profesional)

P(por lo menos 1 sea profesional) = $1-\dfrac{C_8^4}{C_{20}^4}=1-0.014=0.986$

Observe que el valor dado es una valor cercano a 1, observe también que la cantidad de profesionales es mayor a la de no profesional, o sea que es lógico que tenga una alta expectativa en que al tomar cuatro de estas personas por lo menos una sea profesional.

10 -1 La probabilidad de que un alumno no apruebe una materia es 0.4 y la probabilidad que un alumno sea elegido -aleatoriamente- para una entrevista es 0.1. La probabilidad que un alumno no apruebe una materia o sea elegido para una entrevista es 0.45.
Cuál es la probabilidad que sabiendo que fue elegido para una entrevista no apruebe una materia? Son eventos independientes?
10-2 Si P(A) = 0.4; P(B) = 0.1 y P(A/B) = 0.5; determinar P(AUB).

<u>Solución:</u>
10-1 Si A: un alumno no apruebe una materia y, si B: un alumno sea elegido para una entrevista, se tiene:

P(A) = 0.4 P(B) = 0.1 P(AUB) = 0.45 Por lo tanto:

$0.45 = 0.4 + 0.1 - P(A \cap B)$

$P(A \cap B) = 0.5 - 0.45 = 0.05$

Por lo que se tiene entonces:

$P(A/B) = 0.05/0.1 = 0.5$

Como P(A) ≠ P(A/B), podemos afirmar que dichos eventos no son independientes; o sea la expectativa que se presente el suceso el alumno no aprueba la materia" se modifica si se sabe que se trata de un alumno elegido para una entrevista.

11 - En un grupo de 100 personas, se encuentran 30 extranjeras de habla hispana; siendo 70 el total de las personas de habla hispana; y 40 el total de las personas extranjeras.
Si se elige aleatoriamente una persona, calcular las siguientes probabilidades:

11-1 Que sea extranjera

11-2 Que sea de habla hispana
11-3 Que sea extranjera y de habla hispana
11-4 Que sea extranjera o de habla hispana
11-5 Que no sea extranjera o de habla hispana
11-6 Que sabiendo que es extranjera sea de habla hispana
11-7 Que sabiendo que es extranjera no sea de habla hispana
11-8 Que sabiendo que es de habla hispana sea extranjera
11-9 Que sabiendo que es de habla hispana no sea extranjera
11-10 Plantee usted todas las posibilidades restantes
11-11 Analice si son independientes estocásticamente estas variables.

Solución:
En estos casos, conviene tener determinados todos los subconjuntos posibles que se pueden generar, para ello se puede armar un cuadro de 2x2 casillas con los correspondientes totales por filas y columnas.
En las casillas que los valores han sido calculados -o sea no son datos- , los mismos aparecen entre corchetes, observe que son valores complementos.
Se tiene entonces:

	Extranjeros	No extranjeros	Totales
Habla hispana	30	[40]	70
No habla hispana	[10]	[20]	[30]
Totales	40	[60]	100

11-1 Que sea extranjera
Debido a que la situación de extranjera de una persona no tiene en cuenta el habla de la misma, decimos que estamos buscando una probabilidad marginal -marginamos la variable habla-. En nuestra situación:

$$P(E) = \frac{40}{100} = 0.4$$

Esperamos que en diez repeticiones de extraer una persona en cien -del mismo grupo- 4 veces la persona que aparezca sea extranjera.

11-2 Que sea de habla hispana
En este caso, marginamos la pertenencia de la persona y sólo nos preocupamos por su habla.

$$P(H) = \frac{70}{100} = 0.7$$

Esperamos que en diez repeticiones de extraer una persona en cien -del mismo grupo- 7 veces la persona que aparezca sea de habla hispana.
Observe que en estos casos nos hemos referenciado a valores que se encuentran en los márgenes de la matriz -en la columna o en la fila de los totales-.

11-3 Que sea extranjera y de habla hispana
En este caso, debemos considerar a aquellas personas que son extranjeras y que al mismo tiempo son de habla hispana, por lo tanto atendemos conjuntamente a las variables. En esta situaciones debemos de remitirnos -para los casos favorables- a valores que se encuentran en la matriz, en la intersección de la fila y la columna correspondiente -para esta situación columna Extranjeros fila Habla Hispana-

$$P(E \cap H) = \frac{30}{100} = 0.3$$

Por lo tanto, cada 3 veces de 10, que repetimos el experimentos de elegir al azar una persona de este grupo, esperamos que la persona elegida sea extranjero y de habla hispana.
Observe que el valor hallado, en este caso es menor a cada uno de los valores hallados anteriormente; donde cada uno de ellos correspondía a las situaciones marginales de los que ahora pedimos conjuntamente. A los sumo el valor de una probabilidad conjunta coincide con el de una marginal.

11-4 Que sea extranjera o de habla hispana
En este caso, estamos pensando en **todas las personas que son extranjeras -sean de habla hispana** o no- y en **todas las de habla hispana -sean extranjeras** o no-. Para estas situaciones lógicas, debemos remitirnos a situaciones marginales y a conjuntas -o sea deberemos tomar valores de casos favorables tanto en las márgenes de la matriz como en su interior-.

$$P(E \cup H) = P(E) + P(H) - P(E \cap H)$$

Estamos aplicando el teorema de la probabilidad total, y tenga presente -por eso hemos resaltado algunas palabras en el párrafo anterior- que la explicitar la situación un mismo caso se mencionó dos veces y que es el correspondiente a la conjunción de los eventos habla hispana y extranjero.

$$P(E \cup H) = \frac{70}{100} + \frac{40}{100} - \frac{30}{100} = \frac{80}{100} = 0.8$$

Esperamos que en diez repeticiones de extraer una persona en cien -del mismo grupo- 8 veces la persona que aparezca sea de habla hispana o extranjera; o los que es lo mismo decir que sea extranjera o que sea de habla hispana y no extranjera -en símbolos EU(HE^{C}). Puede interpretarlo de otra manera anímese, si lo hace está comprendiendo, de lo contrario consulte al docente.
Observe que el valor de probabilidad hallado es mayor que cada uno de los valores de probabilidad marginal, debido a que estamos considerando eventos que son compatibles pero que no todos los elementos de los conjuntos en cuestión presentan ambas características conjuntamente.

11-5 Que no sea extranjera o de habla hispana

En este caso, estamos pensando en **todas las personas que no son extranjeras** -**sean de habla hispana** o no- y en **todas las de habla hispana** -sean extranjeras o **no-**. Para estas situaciones lógicas, debemos remitirnos a situaciones marginales y a conjuntas -o sea deberemos tomar valores de casos favorables tanto en las márgenes de la matriz como en su interior-.

$$P(E^C \cup H) = P(E^C) + P(H) - P(E^C \cap H) = P(E^C \cap H) + P(E^C \cap H^C) + P(E \cap H)$$

Tenga presente esta otra forma de abordar el ejercicio; le facilitará el camino del aprendizaje de la materia.

$$P(E^C \cup H) = \frac{60}{100} + \frac{70}{100} - \frac{40}{100} = 0.9 = \frac{40}{100} + \frac{20}{100} + \frac{30}{100}$$

Se puede decir que la mayor parte de los elementos del conjunto cumplen con alguna de las dos condiciones planteadas (E^CUH). Tenga el cuenta que tan solo diez -en cien- son los que son extranjeros y no hablan hispano.

11-6 Que sabiendo que es extranjera sea de habla hispana

Aquí, se presenta la situación de condicionamiento de una de las variables sobre la otra. Se sabe que la persona de la cual estamos hablando es extranjera y expectamos sobre su modalidad de habla -en este caso hispana-. Por lo tanto debemos remitirnos al subconjuntos de personas extranjeras y analizar cuántas de ellas son de habla hispana; o lo que es lo mismo:

$$P(H / E) = \frac{P(E \cap H)}{P(E)} = \frac{30}{40} = 0.75$$

En 100 repeticiones del experimento de extraer una persona -sobre las personas extranjeras del grupo- esperamos que 75 veces aparezca una de habla hispana.

11-7 Que sabiendo que es extranjera no sea de habla hispana

Aquí, se presenta la situación de condicionamiento de una de las variables sobre la otra. Se sabe que la persona de la cual estamos hablando es extranjera y expectamos sobre su modalidad de habla -en este caso que no sea hispana-. Por lo tanto debemos remitirnos al subconjuntos de personas extranjeras y analizar cuántas de ellas no son de habla hispana; o lo que es lo mismo:

$$P(H^C / E) = \frac{P(E \cap H^C)}{P(E)} = \frac{10}{40} = 0.25$$

En 100 repeticiones del experimento de extraer una persona -sobre las personas extranjeras del grupo- esperamos que 25 veces aparezca una de habla hispana. Observe asimismo que si sumamos 75 -del item anterior-+ 25-de este item- obtenemos las cien repeticiones, o sea la totalidad. Dicho de otra manera $P(H^C/E) + P(H/E) = 1$; cosa totalmente lógica; entre las personas extranjeras sólo hay personas de habla hispana y personas de no habla hispana.

11-8 Que sabiendo que es de habla hispana sea extranjera

Ahora, sabemos que es de habla hispana la persona que ha sido elegida, pero aún no sabemos si es o no extranjera y queremos medir la expectativa de que sea extranjera. se tendrá entonces:

$$P(E/H)=\frac{P(E\cap H)}{P(H)}=\frac{30}{70}\approx 0.43$$

Observe, que ahora nos remitimos a las 70 personas son de habla hispana. Si compara con el inciso 10-6 podrá comprobar que el numerador corresponde a la misma categoría; (E∩H) y por ello toma el mismo valor; pero dicha categoría se relativiza con distintos conjuntos en cada caso -el denominador de cada uno de ellos-.

11-9 Que sabiendo que es de habla hispana no sea extranjera

$$P(E^C/H)=\frac{P(H\cap E^C)}{P(H)}=\frac{70-30}{70}=\frac{40}{70}\approx 0.57$$

Nuevamente, tenemos en el inciso 11-8 y en el inciso 11-9 eventos que son incompatibles pero que conjuntamente dan el suceso seguro. Realice la suma de ambas probabilidades y podrá comprobar que el valor obtenido es 1. Pero además razone que realmente es el suceso seguro; si no puede llegar a comprenderlo y justificarlo consulte al docente.

11-11 Analice si son independientes estocásticamente estas variables.
Para analizar si los sucesos son independientes hay que ver si se cumple alguna de las siguientes igualdades -si se cumple con una se cumple con todas-
$P(E^C/H) = P(E^C)$; $P(E^C/H^C) = P(E^C)$; $P(E/H) = P(E)$; $P(E/H^C) = P(E)$; $P(H/E) = P(H)$; $P(H/E^C) = P(H)$; $P(H/E) = P(H)$; $P(H^C/E^C) = P(H^C)$; $P(H^C/E) = P(H^C)$.

En el inciso 11-8 calculamos $P(E/H)\approx 0.43$ y en el inciso 11-1 $P(E)=0.4$; vemos que ambos valores no son iguales, por lo tanto podemos afirmar que dichas variables no son independientes; o sea conocer por ejemplo, que es de habla hispana aumenta la expectativa sobre el evento extranjero -o sea modifica la expectativa de aparición de este último evento-

12- La probabilidad que un individuo consuma bebidas alcohólicas y fume es 0.3; que consuma bebidas alcohólicas es 0.5 y que fume es 0.4. Hallar las probabilidades que se enuncian a continuación:

12-1 Que un individuo fume o consuma bebidas alcohólicas.
12-2 Que un individuo no consuma bebidas alcohólicas.
12-3 Que un individuo no fume
12-4 Que un individuo no fume y no consuma bebidas alcohólicas (“le espera una larga vida” este comentario es para distenderlo un poquito y que trate de divertirse mientras estudia)
12.5 Que fume sabiendo que consume bebidas alcohólicas.
12-6 Que no fume sabiendo que consume bebidas alcohólicas.
12-7 Los sucesos son independientes? Justifique

12-8 Plantee una situación alternativa de manera tal que los sucesos sean independientes.
12-9 Los sucesos son excluyentes? Justifique.
12-10 Plantee una situación alternativa de manera tal que los sucesos sean excluyentes.

Solución:
Denotemos con A el suceso consume bebidas alcohólicas y con F al suceso fuma.

12-1 $P(A \cup F) = P(A) + P(F) - P(A \cap F)$

$= 0.5 + 0.4 - 0.3$

$= 0.6$

Por lo tanto el 60% de la población consume bebidas alcohólicas solamente o fuma solamente o fuma y consume bebidas alcohólicas.

12-2 $P(A^C) = 1 - P(A)$

$= 1 - 0.5$

$= 0.5$

Puedo estimar que en la población hay una misma cantidad de personas que consumen bebidas alcohólicas como que no consumen de este tipo de bebidas. Tenga en cuenta que hablamos de estimación, puede llegar a suceder que realmente la cantidad de personas que no consumen bebidas alcohólicas no sea igual a la mitad de la cantidad de personas que tiene la población en cuestión.

12-3 $P(F^C) = 1 - P(F)$

$= 1 - 0.4$

$= 0.6$

Puedo estimar que en la población hay un 10% más de personas que no fuman que de personas que fuman. Tenga en cuenta que hablamos de estimación, puede llegar a suceder que realmente la cantidad de personas que no fuman no sea igual al 10% más de la cantidad de personas que fuman.

12-4 $P(A^C \cap F^C) = P(A^C \cup F^C) - P(A^C) - P(F^C) = 1 - P(A \cup F) \Rightarrow$

$P(A^C \cap F^C) = 1 - 0.6 = 0.4$

Espero que al tomar aleatoriamente 100 personas de dicha población 40 de ellas no fumen y no beban bebidas alcohólicas. Podrá resultar que al tomar 100 personas suceda que 45 no fumen y no beban bebidas alcohólicas?

12-5

$$P(F/A) = \frac{P(F \cap A)}{P(A)}$$

Recuerde, que si sabemos que la persona elegida toma bebidas alcohólicas, aprovechamos esta información para definir nuestra expectativa de aparición del suceso fuma.

$$P(F/A) = \frac{0.3}{0.5} = \frac{3}{5} = 0.6$$

Observe que el hecho de saber que la persona toma bebidas alcohólicas, ha modificado la expectativa de aparición del suceso "que fume"; en este caso concretamente ha incrementado el valor de probabilidad en 0.2 (de 0.4 en forma marginal ha pasado a 0.6 en forma condicional)

12-6

$$P(F^C / A) = \frac{P(F^C \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A) - P(A \cap F)}{P(A)} = \frac{0.5 - 0.3}{0.5} = \frac{0.2}{0.5} = 0.4$$

Observe que el conocer que la persona toma bebidas alcohólicas disminuye la expectativa de aparición del suceso "que no fume ".

12-7 Si son independientes se tendrá que $P(F^C/A) = P(F^C)$ (ó cualquiera de las otras posibles relaciones, yo particularmente elegí esta).
Pero ya hemos dicho que las expectativas no son coincidentes, o sea la igualdad no se cumple; por lo tanto podemos afirmar que estas características no son independientes; en esta población.

12-8 Debemos plantear una situación alternativa de manera tal que los sucesos sean independientes.
Como para que sean independientes se debe dar, por ejemplo que:

$P(A/F) = P(A)$ y;

$$P(A/F) = \frac{P(F \cap A)}{P(F)}$$

Con tal de redefinir la probabilidad marginal de A en términos de esta última igualdad, habríamos logrado el objetivo - dejando a los valores de probabilidad conjunta y marginal de B de acuerdo a los inicialmente dados-.

$$P(A/F) = \frac{0.3}{0.4} = 0.75 \Rightarrow P(A) = 0.75$$

12-9 Los sucesos son excluyentes? Justifique.
Si los sucesos son excluyentes sucede que su posibilidad de presentación conjunta es imposible o se la probabilidad de presentación conjunta es nula; y en este caso $P(A \cap F)$ es 0.3; luego no son excluyentes

12-10 Plantee una situación alternativa de manera tal que los sucesos sean excluyentes.
Si mantenemos los valores de las probabilidades marginales, y variamos el valor de la probabilidad conjunta $P(A \cap F)$, haciendo que dicho valor sea cero -que es el valor asociado al suceso imposible, recuerde que si son excluyentes no se pueden dar conjuntamente-, hemos resuelto el problema.
Ahora bien, tenga presente que el suceso toma bebidas alcohólicas y el suceso fuma son excluyentes, pero los sucesos: no toma bebidas alcohólicas y no fuma; o el suceso toma

bebidas alcohólicas y no fuma; o el suceso no toma bebidas alcohólicas y no fuma ninguno de ellos son excluyentes.
Para que sean realizados por usted:

13 -La probabilidad que un individuo en una población específica consuma el producto A es 8/13. La probabilidad que el mismo individuo consuma el producto A y no consuma el producto B es cero; y la probabilidad que consuma el producto B es 9/13. Hallar las siguientes probabilidades:

13-1 Que un individuo consuma el producto y consuma el producto B.
13-2 Que un individuo no consuma el producto A.
13-3 Que un individuo no consuma el producto A y que consuma el producto B
13-4 Que consuma el producto o que consuma el producto B
13-5 Que consuma el producto A sabiendo que consume el producto B.
13 6 Que consuma el producto B sabiendo que consume el producto A.
13-7 Analice si los eventos son independientes; de no serlo plantee una situación alternativa para que sí lo sean. Me gustaría que recuerde un operativo montado hace un tiempo atrás por una marca de una bebida sin alcohol, que usted sin conocer de qué marca se trataba debía degustar la bebida y reconocer de cuál se trataba.

14 Semejante al ejercicio 11 - En un grupo de 1000 empresas, se encuentran 750 argentinas; siendo de ellas, 350 las radicadas en el interior. El total de éstas últimas asciende a 550.
Si se elige aleatoriamente una empresa, calcular las siguientes probabilidades:

14-1 Que sea argentina
14-2 Que sea radicada en el interior
14-3 Que sea argentina y radicada en el interior
14-4 Que sea argentina o radicada en el interior
14-5 Que no sea argentina o radicada en el interior
14-6 Que sabiendo que es argentina sea radicada en el interior
14-7 Que sabiendo que es argentina no sea radicada en el interior
14-8 Que sabiendo que es radicada en el interior sea argentina
14-9 Que sabiendo que es radicada en el interior no sea argentina
14-10 Plantee usted todas las posibilidades restantes
14-11 Analice si son independientes estocásticamente estas variables.

15 - La Dirección General Impositiva, tiene en sus archivos computacionales -sobre un millón de empresas- la información referida al lugar de radicación de la administración y la categorización correspondiente a capacidad contributiva. .
Ha totalizado 200000 que son gran contribuyente y están sus administraciones radicadas en la capital; y 150000 que son medianos contribuyentes con administración también en la Ciudad de Bs.As.; totalizando las que tienen sus administraciones en ésta 700000.
Por su parte sabe que las grandes contribuyentes ascienden a 300000 y las medianas a 300000.; si se toma aleatoriamente una empresa, hallar las siguientes probabilidades:

15-1 Que no sea gran contribuyente y que tampoco sea mediano contribuyente.
15-2 Que su administración no esté radicada en la Ciudad de Bs.As. y que sea gran contribuyente.
15-3 Que su administración no esté radicada en la Ciudad de Bs.As o que sea gran contribuyente
15-4 Que sabiendo que no es pequeño contribuyente, su administración se encuentre radicada en la Ciudad de Bs.As.
15-5 Que sabiendo que no es pequeño contribuyente, su administración no se encuentre radicada en la Ciudad de Bs.As.
15-6 Que sabiendo que su administración se encuentra radicada en la Ciudad de Bs.As sea gran contribuyente.
15-7 Que sabiendo que su administración se encuentra radicada en la Ciudad de Bs.As sea mediano contribuyente.
15-8 Que sabiendo que su administración se encuentra radicada en la Ciudad de Bs.As sea pequeño contribuyente
15-9 Que sea gran contribuyente o esté radicada su administración en la Ciudad de Bs.As.
15-10 Que sea gran contribuyente o mediano contribuyente
15-11 Que sea gran contribuyente o pequeño contribuyente
15.12 Que sea gran contribuyente o mediano contribuyente o esté radicada en la Ciudad de Bs.As.

Solución:
plantearemos la matriz correspondiente; entre corchetes aparecerán los valores que no son dato; o sea que han sido calculados por complementación

	Gran Contribuyente	Mediano Contribuyente	Pequeño Contribuyente	Totales
Administración en Cdad. Bs. As.	200000	150000	[350000]	700000
Administración fuera de Cdad. Bs. As.	[100000]	[150000]	[50000]	[300000]
Totales	300000	300000	[400000]	1000000

Si denotamos con G,M,P a los valores que puede asumir la característica tipo de contribuyente por su capacidad contributiva; y ABA al valor reside en Ciudad de Bs. As. la administración para la característica residencia de la administración, tendremos:

15-1 Que no sea gran contribuyente y que no sea mediano contribuyente.

$$P(G^C \cap M^C) = P(P)$$
$$= 0.4$$

Esperamos que en un 40% de los casos; la empresa elegida no sea gran contribuyente y no sea mediano contribuyente.

15-2 Que su administración no esté radicada en la Ciudad de Bs.As. y que sea gran contribuyente.

$$P((ABA)^C \cap G) = 0.1$$

Esperamos que en un 10% de los casos, la empresa elegida no esté radicada en la Ciudad de Bs. As. y sea gran contribuyente.

15-3 Que su administración no esté radicada en la Ciudad de Bs.As o que sea gran contribuyente

$$P((ABA)^C \cup G) = P((ABA)^C) + P(G) - P((ABA)^C \cap G) = 0.3 + 0.3 - 0.1 = 0.5$$

Esperamos que en un 50% de los casos, la empresa elegida no esté radicada en la Ciudad de Bs. As. o sea gran contribuyente

15-4 Que sabiendo que no es pequeño contribuyente, su administración se encuentre radicada en la Ciudad de Bs.As.

$$P((ABA) / P^C) = \frac{P(P^C \cap (ABA))}{P(P^C)} = \frac{350000}{600000} \approx 0.583$$

En 1000 veces que repitamos el experimento de extraer una empresa sabiendo que no es pequeño contribuyente, esperamos que aproximadamente 583 las administraciones de las mismas se encuentren radicadas en la Ciudad de Buenos Aires.

15-5 Que sabiendo que no es pequeño contribuyente, su administración no se encuentre radicada en la Ciudad de Bs.As.

$$P((ABA)^C / P^C) = \frac{P(P^C \cap (ABA)^C)}{P(P^C)} = \frac{250000}{600000} \approx 0.416$$

Observe que si sumamos los valores hallados en 14-4 y 14-5 obtenemos el valor de probabilidad 1

¿Por qué sucede esto?

15-6 Que sabiendo que su administración se encuentra radicada en la Ciudad de Bs.As sea gran contribuyente.

$$P(G / (ABA)) = \frac{P(G \cap (ABA))}{P(ABA)} = \frac{200000}{700000} \approx 0.285$$

Observe que estas características no son independientes.

15-7 Que sabiendo que su administración se encuentra radicada en la Ciudad de Bs.As sea mediano contribuyente.

$$P(M/(ABA)) = \frac{P(M \cap (ABA))}{P(ABA)} = \frac{150000}{700000} \approx 0.2142$$

15-8 Que sabiendo que su administración se encuentra radicada en la Ciudad de Bs.As sea pequeño contribuyente.

$$P(P/(ABA)) = \frac{P(P \cap (ABA))}{P(ABA)} = \frac{350000}{700000} = 0.5$$

Observe que la suma de los valores de probabilidad hallados en estos tres últimos incisos arroja el valor uno. Analice el por qué.

15-9 Que sea gran contribuyente o esté radicada su administración en la Ciudad de Bs.As.

$$P(G \cup (ABA)) = P(G) + P(ABA) - P(G \cap (ABA))$$
$$= 0.3 + 0.7 - 0.2$$
$$= 0.8$$

Interprete el resultado.

15-10 Que sea gran contribuyente o mediano contribuyente

$$P(G \cup M) = P(G) + P(M) - P(G \cap M)$$
$$= 0.3 + 0.3$$
$$= 0.6$$

Interprete el resultado.

15-11 Que sea gran contribuyente o pequeño contribuyente

$$P(G \cup P) = P(G) + P(P) - P(G \cap P)$$
$$= 0.3 + 0.4$$
$$= 0.7$$

Interprete el resultado.

15.12 Que sea gran contribuyente o mediano contribuyente o esté radicada en la Ciudad de Bs.As.

$$P(G \cup M \cup (ABA)) = P(G) + P(M) + P(ABA) - P(G \cap M) - P(G \cap (ABA)) - P(M \cap (ABA)) + P(G \cap M \cap (ABA))$$
$$= 0.3 + 0.3 + 0.7 - 0.2 - 0.15$$
$$= 0.95$$

Interprete el resultado

16 - Arme usted, un ejercicio donde entran en juego las dos características del ejercicio anterior, con la misma desagregación, pero que resulten independientes estocásticamente.

TEOREMA DE BAYES:

Supongamos que el suceso A puede ocurrir a condición de que aparezca uno de los sucesos mutuamente excluyentes (hipótesis) B_1, B_2,.... B_n, que forman un grupo completo de sucesos. Si el suceso A ya ocurrió, las probabilidades de las hipótesis pueden ser estimadas nuevamente por :

$$P(B_i / A) = \frac{P(B_i)P(A/B_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(B_i)P(A/B_i)} = \frac{P(B_i)P(A/B_i)}{P(A)}$$

La regla de Bayes sirve para calcular probabilidades condicionales, pero su importancia tiene que ver con el uso de probabilidades subjetivas para tratar problemas de decisión bajo incertidumbre. El interés de Bayes fue buscar la probabilidad de una causa específica cuando se observa un fenómeno particular.
Ahora bien: tenga en cuenta que el denominador es una probabilidad marginal.
Además en el numerador del 2º miembro aparecen probabilidades que se conocen como a priori y de verosimilitud en el caso de trabajar con elementos muestrales; y en el 1º miembro aparece una probabilidad que se conoce como a posteriori -o sea que surge luego de haber observado una muestra. Surge de esta manera lo que se ha dado en llamar el análisis bayesiano de la decisión.

16 - En una empresa tres personas-P_1,P_2,P_3- son las encargadas de ingresar por teclado la información de todos los movimientos relacionados con el sistema de compras. A partir de la experiencia recogida el 40% del volumen de los datos son ingresados por P_1, el 25% , P_2, y el 35% por P_3 Asimismo se sabe que cada uno de ellos comete errores sobre su producción de acuerdo a los siguientes datos P_1 el 1%, P_2 el 2% y P_3 el 4%.
Se toma un movimiento ingresado y se chequea con el formulario original, y resulta ser un movimiento con error, calcular las siguientes probabilidades:

16-1 Que haya sido generado por P_1
16-2 Que haya sido generado por P_2
16-3 Que haya sido generado pro P_3

<u>Solución:</u>
Se tiene que las causas de los errores en la información grabada son las personas designadas como P_1,P_2,P_3 -y no existe otra causa posible, como tampoco es posible que un formulario haya sido ingresado conjuntamente por dos de ellos-. Por otro lado el hecho de que la información no sea correcta es consecuencia de aquéllas, por lo tanto, podemos aplicar la fórmula de Bayes:

16-1 Si denotamos con E, el evento información errónea se tiene:

$$P(P_i / E) = \frac{P(P_i)P(E/P_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(P_i)P(E/P_i)} = \frac{P(P_i)P(E/P_i)}{P(E)}$$

y para nuestro evento, concretamente:

$$P(P_1 / E) = \frac{P(P_1)P(E/P_1)}{\sum_{i=1}^{3} P(P_i)P(E/P_i)} = \frac{P(P_1)P(E/P_1)}{P(E)}$$

$$P(P_1 / E) = \frac{0.4 * 0.01}{0.4 * 0.01 + 0.25 * 0.02 + 0.35 * 0.04} = \frac{0.004}{0.023} \approx 0.174$$

O sea la probabilidad que el error aparecido haya sido generado por P_1 es 0.174

16-2

$$P(P_2 / E) = \frac{P(P_2)P(E/P_2)}{\sum_{i=1}^{3} P(P_i)P(E/P_i)} = \frac{P(P_2)P(E/P_2)}{P(E)}$$

Observe que el denominador es el mismo, por lo tanto:

$$P(P_2 / E) = \frac{0.25 * 0.02}{0.4 * 0.01 + 0.25 * 0.02 + 0.35 * 0.04} = \frac{0.005}{0.023} \approx 0.217$$

O sea la probabilidad que el error aparecido haya sido generado por P_2 es 0.217
Ha notado que este valor es mayor que el calculado en el item anterior? Le parece lógico? analícelo.

16-3 Por último si calculamos la probabilidad solicitada se tendrá:

$$P(P_3 / E) = \frac{P(P_3)P(E/P_3)}{\sum_{i=1}^{3} P(P_i)P(E/P_i)} = \frac{P(P_3)P(E/P_3)}{P(E)}$$

Observe que el denominador es el mismo, por lo tanto:

$$P(P_3 / E) = \frac{0.35 * 0.04}{0.4 * 0.01 + 0.25 * 0.02 + 0.35 * 0.04} = \frac{0.014}{0.023} \approx 0.609$$

O sea la probabilidad que el error aparecido haya sido generado por P_3 es 0.609
En este caso, aún es mucho mayor el valor obtenido respecto de los anteriores; y si usted analiza observará que la suma de los tres valores es igual a la unidad. Dicha situación es consecuencia de que $P(P_1/E \cup P_2/E \cup P_3/E)$ es la medida del suceso seguro.

17- Para que sea resuelto por usted y con la ayuda de una planilla de cálculo:
Una empresa tiene tres plantas productivas, que generan el total de lo producido y no hay productos que sean producidos en dos plantas conjuntamente. La participación porcentual de cada planta en la producción es:
planta 1: 45%; planta 2: 35%; planta 3: 20%.

Por otro lado, control de producción ha estimado los valores estándares de productos defectuosos para cada planta:
planta 1: 1%; planta 2: 3% planta 3: 5%
Calcule las probabilidades de cada una de las causas -no causas primeras- sabiendo que el producto que ha surgido es defectuoso; y luego sabiendo que el producto que ha surgido no es defectuoso
Para ello arme una planilla donde en cada columna se ingresarán los datos correspondientes a cada planta; y en las filas correspondiente a los eventos defectuosos ó no defectuosos, calculará las probabilidades marginales correspondientes (en una columna específica para ello, usando fórmulas)
Por último habrá de definir las probabilidades solicitadas en otro rango, pero respetando las columnas asignada s a cada planta.

MATRIZ DE DATOS	Columna 1	Columna 2	Columna 3	Columna 4
Fila 1	A1	A2	A3	
	PROBABILIDADES A PRIORI			
Fila 2	P(A1)	P(A2)	P(A3)	Pmarginal
	VEROSIMILITUDES			
Fila 3	P(B1/A1)	P(B1/A2)	P(B1/A3)	Sumai [P(Pi)*P(B1/Ai)]
Fila 4	P(B2/A1)	P(B2/A2)	P(B2/A3)	Sumai [P(Pi)*P(B2/Ai)]

MATRIZ DE RESULTA-DOS	PROBABILIDADES A POSTERIORI [P(AI/BK)= P(AI)*P(BK/AI)/[SUMAi]			
Fila 5	P(A1/B1)	P(A2/B1)	P(A3/B1)	Suma (i)[P(Ai/B1)
Fila 6	P(A1/B2)	P(A2/B2)	P(A3/B2)	Suma (i)[P(Ai/B2)
	suma(j) [P(A1/Bj)]	suma(j) [P(A2/Bj)]	suma(j) [P(A3/Bj)]	

Una vez armada la planilla; podrá modificar los valores datos para realizar una simulación; para cada conjunto de datos imprima los resultados.
Se detallan a continuación los distintos conjuntos de datos:

17-2 Mantenga los mismos valores para la participación de las plantas; modifique los valores de probabilidades de defectuosos: P1: 5%, P2: 3% P3: 1%

17-3 Mantenga los valores de probabilidades de defectuosos presentados inicialmente, y modifique la participación de las plantas en la producción de acuerdo a los siguientes datos: planta 1: 60%; planta 2: 30%; planta 3: 10%.

17-4 Vuelva a modificar los valores de participación en la producción de las plantas, de acuerdo a lo que se detalla a continuación; planta 1: 34 %; planta 2: 33% y planta 3: 33%.

18 - – En la sección de compras, hay cuatro empleados que ingresan los movimientos al sistema informático. Dos de ellos -que trabajan a la misma velocidad - superan en un 25% y un 15% a los restantes.
También se sabe que la probabilidad que los más veloces generen errores en los movimientos que ellos ingresan es 0,1; y que la probabilidad de generar error en los movimientos que ingresan los restantes es en un caso el doble –para el primero de los más lentos- y en el otro el 50% más, ambos respecto de los más veloces. Auditoria toma un movimiento que resulta ser no erróneo, calcular la probabilidad que lo haya generado uno de los más veloces.

Supongamos que los empleados que trabajan a la misma velocidad se denotan por
E_1 y E_2 y que los empleados más lentos por E_3 -el que es superado por los más veloces en un 25% - y E_4 el que los por un 15%.
Para calcular la probabilidad de obtener un movimiento generado por cada uno de los empleados, debemos plantear las siguientes ecuaciones:
Para los más veloces:

$$P(E_1) = P(E_2)$$

Para los más lentos se tiene:

$$1{,}25 * P(E_3) = P(E_1)$$

$$1{,}15 * P(E_4) = P(E_1)$$

Y como la producción total viene dada por los cuatro empleados, se tiene que:

$$1 = 2 * P(E_1) + 0.8 * P(E_1) + \frac{100}{115} P(E_1) = \frac{422}{115} * P(E_1)$$

Por lo tanto:

$$P(E_1) = \frac{115}{422} = P(E_2)$$

$$P(E_3) = \frac{100}{125}\frac{115}{422} = \frac{46}{211}$$

$$P(E_4) = \frac{100}{115}\frac{115}{422} = \frac{50}{211}$$

Obtuvimos así, las probabilidades a priori; también podríamos pensar que son las probabilidades subjetivas-

Ahora bien, como la probabilidad que los más veloces generen errores en los movimientos que ellos ingresan es 0,1;, se tiene que:

$$P(E/E_1) = 0{,}1;\ P(\bar{E}/E_1) = 0{,}9$$

$$P(E/E_2) = 0{,}1;\ P(\bar{E}/E_2) = 0{,}9$$

Y como la probabilidad de generar error en los movimientos que ingresan los restantes es en un caso el doble –para el primero de los más lentos- y en el otro el 50% más, ambos respecto de los más veloces; se tiene que:

$$P(E/E_3) = 0{,}2;\ P(\bar{E}/E_3) = 0{,}8$$

$$P(E/E_4) = 0{,}15;\ P(\bar{E}/E_4) = 0{,}85$$

Se debe calcular la probabilidad que el movimiento tomado por auditoría -que resulto ser no erróneo-, lo haya generado uno de los más veloces. Por lo tanto:

$$P((E_1 \cup E_2)/\bar{E}) = \frac{P((E_1 \cup E_2) \cap \bar{E})}{P(\bar{E})} = \frac{P(E_1 \cap \bar{E}) + P(E_2 \cap \bar{E})}{P(\bar{E})} =$$

$$= \frac{P(\bar{E}/E_1) * P(E_1) + P(\bar{E}/E_2) * P(E_2)}{P(\bar{E}/E_1) * P(E_1) + P(\bar{E}/E_2) * P(E_2) + P(\bar{E}/E_3) * P(E_3) + P(\bar{E}/E_4) * P(E_4)}$$

Por lo tanto:

$$P\left((E_1 \cup E_2)/\bar{E}\right) = \frac{0{,}9 * \frac{115}{422} + 0{,}9 * \frac{115}{422}}{0{,}9 * \frac{115}{422} + 0{,}9 * \frac{115}{422} + 0{,}8 * \frac{46}{211} + 0{,}85 * \frac{50}{211}}$$

$$P\left((E_1 \cup E_2)/\bar{E}\right) = \frac{0{,}9 * \frac{115}{422} + 0{,}9 * \frac{115}{422}}{0{,}9 * \frac{115}{422} + 0{,}9 * \frac{115}{422} + 0{,}8 * \frac{92}{422} + 0{,}85 * \frac{100}{422}}$$

$$P\left((E_1 \cup E_2)/\bar{E}\right) = \frac{207}{365{,}6} = \frac{2070}{3656} \approx 0.566$$

Damos el valor aproximado para que pueda tener una idea más acabada de la medida.

19 - En la sección de compras, hay cuatro empleados que ingresan los movimientos al sistema informático. Dos de ellos -que trabajan a la misma velocidad - superan en un 20% y un 30% a los restantes.

También se sabe que la probabilidad que los más veloces generen errores en los movimientos que ellos ingresan es 0,1; y que la probabilidad de generar error en los movimientos que ingresan los restantes es 0,15. Auditoria toma un movimiento que resulta ser no erróneo, calcular la probabilidad que lo haya generado uno de los más veloces.

Primeramente calculamos las probabilidades de obtener un movimiento correspondiente a cada uno de los empleados:

$$P(E_1) = P(E_2)$$
$$1{,}2 * P(E_3) = P(E_1)$$
$$1{,}30 * P(E_4) = P(E_1)$$
$$1 = 2 * P(E_1) + \frac{10}{12} P(E_1) + \frac{10}{13} P(E_1) = \frac{562}{156} * P(E_1)$$
$$P(E_1) = \frac{156}{562} = P(E_2)$$
$$P(E_3) = \frac{10}{12}\frac{156}{562} = \frac{1560}{6744}$$
$$P(E_4) = \frac{10}{13}\frac{156}{562} = \frac{1560}{7306}$$

Se obtienen luego las probabilidades de obtener un movimiento no erróneo sabiendo que el empleado es el i-ésimo –para i entero entre 1 y 4-, o sea las probabilidades siguientes:

$$P(E / E_1) = 0{,}1; P(\bar{E} / E_1) = 0{,}9$$

$$P(E / E_2) = 0{,}1; P(\bar{E} / E_2) = 0{,}9$$

$$P(E / E_3) = 0{,}15; P(\bar{E} / E_3) = 0{,}85$$

$$P(E / E_4) = 0{,}15; P(\bar{E} / E_4) = 0{,}85$$

Y por último se aplica la fórmula que plantea el teorema de Bayes:

$$P((E_1 \cup E_2) / \bar{E}) = \frac{P((E_1 \cup E_2) \cap \bar{E})}{P(\bar{E})} = \frac{P(E_1 \cap \bar{E}) + P(E_2 \cap \bar{E})}{P(\bar{E})} =$$

$$= \frac{P(\bar{E}/E_1) * P(E_1) + P(\bar{E}/E_2) * P(E_2)}{P(\bar{E}/E_1) * P(E_1) + P(\bar{E}/E_2) * P(E_2) + P(\bar{E}/E_3) * P(E_3) + P(\bar{E}/E_4) * P(E_4)}$$

Realice usted las cuentas y luego interprete el resultado.