

# *HYDRAULIQUE*

*COURS*

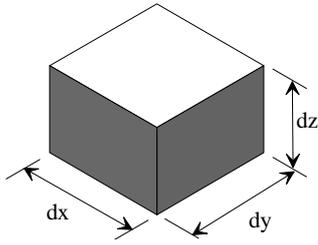
<b>NOTIONS GENERALES .....</b>	<b>5</b>
<b>I – Rappels de mathématiques .....</b>	<b>5</b>
<b>II – Rappels de mécanique des milieux continus .....</b>	<b>5</b>
II – 1 – Introduction .....	5
II – 2 - La masse volumique : .....	6
II – 3 - Forces dans un milieu continu en équilibre .....	6
II – 4 - Conditions d'équilibre : équation du tétraèdre .....	6
II – 5 - Les équations de base .....	7
 <b>STATIQUE DES FLUIDES .....</b>	 <b>8</b>
<b>I - Hypothèses .....</b>	<b>8</b>
<b>II – Pression dans un fluide en équilibre.....</b>	<b>8</b>
II – 1 – Définition de la pression .....	8
II – 2 – Unités de pression.....	8
<b>III – Expression de l'équilibre d'un fluide.....</b>	<b>9</b>
III – 1 – Cas d'un fluide soumis à la pesanteur .....	9
III – 2 – Application à l'hydrostatique .....	10
III – 3 – Application à un gaz parfait .....	10
III – 4 – Cas d'un fluide soumis à une accélération radiale.....	11
<b>IV – Les différentes pressions .....</b>	<b>11</b>
IV – 1 – La pression atmosphérique.....	11
IV – 2 – La pression absolue .....	11
IV – 3 – La pression relative ou effective .....	12
<b>V – Les forces de pression sur un corps immergé .....</b>	<b>12</b>
V – 1 – La poussée d'Archimède .....	12
V – 2 – Action des forces de pression sur une paroi .....	13
 <b>DYNAMIQUE DES FLUIDES .....</b>	 <b>16</b>
<b>I - Hypothèses .....</b>	<b>16</b>
<b>II – Conservation de la masse – équation de continuité.....</b>	<b>16</b>
II – 1 – La vitesse .....	16
II – 2 – Les débits.....	17
II – 3 – Conservation de la masse.....	17
<b>III – Equation d'Euler et théorème de Bernoulli (1700 – 1782).....</b>	<b>18</b>
III – 1 – Démonstration .....	18
III – 2 – Equation de Bernoulli.....	19
III – 3 – Interprétation de l'équation de Bernoulli.....	20
III – 4 – Applications du théorème de Bernoulli .....	22
III – 5 – Théorème d'Euler.....	25
<b>IV – Dynamique des fluides visqueux et incompressibles.....</b>	<b>27</b>
IV – 1 – La viscosité dynamique d'un fluide .....	27
IV – 2 – La viscosité cinématique d'un fluide.....	28
IV – 3 – Quelques valeurs de viscosité .....	28
IV – 4 – Fluides newtoniens et non newtoniens .....	29

IV – 5 – Mesure de la viscosité .....	30
IV – 6 – Expression de Bernoulli avec pertes de charge .....	30
IV – 7 – La rugosité absolue .....	31
IV – 8 – La rugosité relative .....	31
IV – 9 – Valeurs de rugosité .....	31
IV – 10 – Les régimes d'écoulement .....	32
<b>V – Pertes de charges singulières et linéaires .....</b>	<b>33</b>
V – 1 – Expression générale des pertes de charge singulières .....	33
V – 2 – Expression générale des pertes de charge linéaires .....	33
V – 3 – Nouvelle expression de la relation de Bernoulli .....	34
<b>MACHINES HYDRAULIQUES .....</b>	<b>35</b>
<b>I – Définition et domaine d'application .....</b>	<b>35</b>
<b>II – Les différents types de machines hydrauliques .....</b>	<b>35</b>
II – 1 – Les pompes volumétriques .....	35
II – 2 – Les pompes centrifuges ou turbomachines .....	40
II – 3 – Les turbines .....	42
<b>III – Les caractéristiques d'une pompe .....</b>	<b>44</b>
III – 1 – La hauteur manométrique .....	44
III – 2 – Puissance et rendement .....	44
III – 3 – La cavitation et le N.P.S.H. ....	45
III – 4 – Point de fonctionnement .....	46
III – 5 – Association de pompes en série .....	47
III – 6 – Association de pompes en parallèle .....	47
III – 7 – Modification du point de fonctionnement .....	48
III – 8 – Les lois de Rateau ou lois de similitude .....	49
<b>ÉCOULEMENTS .....</b>	<b>50</b>
<b>I – Systèmes complexes de conduites .....</b>	<b>50</b>
I – 1 – Conduites équivalentes .....	50
I – 2 – Conduites en série .....	50
I – 3 – Conduites en parallèle .....	51
I – 4 – Conduites ramifiées .....	51
I – 5 – Réseaux de conduites .....	52
<b>II – Écoulements dans les canaux ouverts .....</b>	<b>54</b>
II – 1 – Introduction .....	54
II – 2 – Charge et charge spécifique .....	57
II – 3 – Profil des vitesses et des vitesses limites .....	57
II – 4 – Écoulement uniforme et permanent .....	58
II – 5 – La profondeur normale $h_n$ .....	59
II – 6 – Les sections de débit maximal .....	59
<b>III – Ouvrages particuliers .....</b>	<b>60</b>
III – 1 – Mesure du débit d'un canal par un venturi .....	60
III – 2 – Les déversoirs .....	60
III – 2 – Les différents types d'écoulement .....	61
<b>DEMONSTRATIONS .....</b>	<b>62</b>
<b>I – APPLICATIONS DU THEOREME D'EULER .....</b>	<b>62</b>
I – 1 – Calcul des pertes de charge dans le cas d'un élargissement brusque .....	62
I – 2 – Calcul des pertes de charge dans le cas d'un élargissement brusque .....	64

<b>II – Hydraulique à surface libre .....</b>	<b>65</b>
II – 1 – Détermination de la célérité de l'onde de gravité .....	65
II – 2 – Les déversoirs .....	67
 <b>ABAQUES.....</b>	 <b>69</b>
<b>I – Caractéristiques de quelques fluides.....</b>	<b>69</b>
I – 1 - Caractéristiques physiques de l'eau .....	69
I – 2 - Caractéristiques physiques de l'air sec à la pression atmosphérique .....	69
I – 3 - Valeurs de la rugosité absolue de quelques matériaux.....	69
 <b>II – Pertes de charge singulières .....</b>	 <b>70</b>
II – 1 - Coude arrondi : .....	70
II – 2 - Coude brusque : .....	70
II – 3 - Rétrécissement brusque : .....	70
II – 4 - Elargissement brusque : .....	70
II – 5 - Cas particuliers : .....	71
 <b>III – Pertes de charge linéiques.....</b>	 <b>72</b>
III – 1 – Diagramme de Moody : .....	72
III – 2 – Formulaire : .....	73
III – 3 - Tables de pertes de charge dans les conduites d'eau.....	74
III – 4 – Formulaire pour les écoulements des canaux ouverts : .....	85
III – 5 – Géométrie des sections : .....	86

## NOTIONS GENERALES

### I – Rappels de mathématiques



Elément de volume :  $dV = dx \cdot dy \cdot dz$

Dérivée partielle :  $\frac{\partial}{\partial x}$

Dérivée

totale :  $dP = \frac{\partial P}{\partial t} \cdot dt + \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial P}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial P}{\partial z} \cdot dz$

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial P}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{\partial P}{\partial z} \cdot \frac{dz}{dt}$$

Gradient d'un scalaire :  $grad(f) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial f}{\partial z} \end{bmatrix}$

Gradient d'un vecteur :  $grad \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_x}{\partial x} & \frac{\partial V_x}{\partial y} & \frac{\partial V_x}{\partial z} \\ \frac{\partial V_y}{\partial x} & \frac{\partial V_y}{\partial y} & \frac{\partial V_y}{\partial z} \\ \frac{\partial V_z}{\partial x} & \frac{\partial V_z}{\partial y} & \frac{\partial V_z}{\partial z} \end{bmatrix}$

Divergence d'un vecteur :  $div \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z}$

Rotationnel d'un vecteur :  $rot \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z} \\ \frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x} \\ \frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \end{bmatrix}$

### II – Rappels de mécanique des milieux continus

#### II – 1 – Introduction

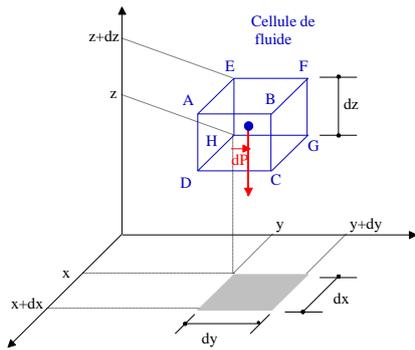
En mécanique des fluides, on considère les propriétés du fluide du point de vue macroscopique, en utilisant les lois de la mécanique de Newton :

- la composition moléculaire est négligée ;
- le milieu est considéré comme continu.

Un élément de volume de fluide contient un grand nombre de molécules! Du point de vue mathématique, une particule est un point matériel.

Les fluides sont considérés comme des milieux déformables. Plusieurs modèles de comportement sont possibles et sont décrits au chapitre {IV-4}.

## II – 2 - La masse volumique :



A chaque instant  $t$ , une fonction scalaire  $\rho(M,t)$  est définie telle que :

$$\rho(M,t) = \frac{dm}{dv}$$

En statique  $\rho$  est indépendante du temps, cette grandeur est appelée masse volumique du milieu.

$$m = \iiint_V \rho(m) \cdot dv$$

## II – 3 - Forces dans un milieu continu en équilibre

Pour déterminer le comportement d'un milieu soumis à une contrainte, il faut connaître la distribution de forces en chaque point.

Nous distinguerons :

- les forces volumiques s'exerçant sur chaque élément de volume du milieu ;
- les forces superficielles s'exerçant sur chaque élément de surface du milieu.

Dans le cas des forces volumiques, le système de forces peut être réduit à :

- une force unique :  $\vec{R} = \iiint_V \vec{F}_{(M)} \cdot dV$  ;

- un moment résultant par rapport à un point du repère :  $\vec{M}_{/O} = \iiint_V \vec{OM} \wedge \vec{F} \cdot dV$ .

Les forces superficielles représentent les forces de cohésion exercées sur chaque élément de surface limitant le volume par le milieu extérieur. Ces forces peuvent être d'origine solide (forces inter atomiques) ou fluides (forces électriques et de transfert de quantité de mouvement).

Si l'on note  $\sigma$  la densité superficielle de force, nous obtenons :  $d\vec{f} = \sigma \cdot dS \cdot \vec{n}$

Ces forces peuvent se réduire à une force unique et à un moment résultant :

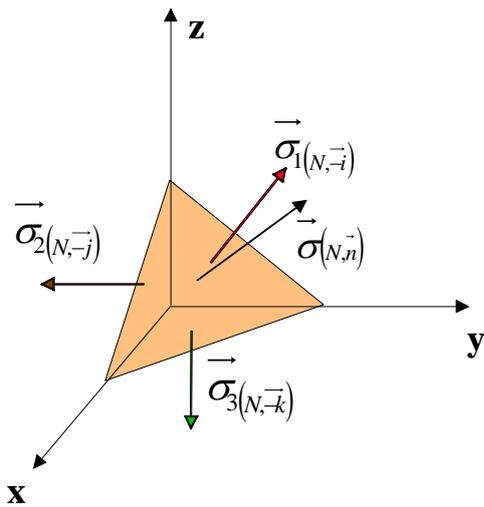
$$\vec{R} = \iint_S \vec{\sigma} \cdot dS \quad \text{et} \quad \vec{M}_{/O} = \iint_S \vec{ON} \wedge \vec{\sigma} \cdot dS$$

## II – 4 - Conditions d'équilibre : équation du tétraèdre

A l'équilibre d'un milieu continu de volume  $V$  et de frontière  $S$ , nous obtenons :

$$\iiint_V \vec{F}_{(M)} \cdot dV + \iint_S \vec{\sigma}_{(N,\vec{n})} \cdot dS = \vec{0} \quad \text{et} \quad \iiint_V \vec{OM} \wedge \vec{F}_{(M)} \cdot dV + \iint_S \vec{ON} \wedge \vec{\sigma}_{(N,\vec{n})} \cdot dS = \vec{0}$$

avec  $M$  un point du volume et  $N$  un point de la surface.



$$\text{Avec : } \vec{n} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix}, \vec{\sigma}_1 \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \end{pmatrix}, \vec{\sigma}_2 \begin{pmatrix} \sigma_{21} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{23} \end{pmatrix}, \vec{\sigma}_3 \begin{pmatrix} \sigma_{31} \\ \sigma_{32} \\ \sigma_{33} \end{pmatrix}, \vec{\sigma} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{pmatrix}$$

nous obtenons, en négligeant l'effet des forces de volume (du 3<sup>ème</sup> ordre), l'équilibre suivant :

$$\vec{\sigma} \cdot dS + \vec{\sigma}_1 \cdot dS_1 + \vec{\sigma}_2 \cdot dS_2 + \vec{\sigma}_3 \cdot dS_3 = \vec{0}$$

$$\vec{\sigma} \cdot dS + \vec{\sigma}_1 \cdot dS \cdot \alpha_1 + \vec{\sigma}_2 \cdot dS \cdot \alpha_2 + \vec{\sigma}_3 \cdot dS \cdot \alpha_3 = \vec{0}$$

$$\sigma_1 + \sigma_{11} \cdot \alpha_1 + \sigma_{21} \cdot \alpha_2 + \sigma_{31} \cdot \alpha_3 = 0$$

$$\sigma_2 + \sigma_{12} \cdot \alpha_1 + \sigma_{22} \cdot \alpha_2 + \sigma_{32} \cdot \alpha_3 = 0$$

$$\sigma_3 + \sigma_{13} \cdot \alpha_1 + \sigma_{23} \cdot \alpha_2 + \sigma_{33} \cdot \alpha_3 = 0$$

**x**

Ce qui nous donne le tenseur des contraintes suivant :

$$\vec{\sigma}(N, \vec{n}) = - \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{21} & \sigma_{31} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{32} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \cdot \vec{n}$$

## II – 5 - Les équations de base

La détermination des caractéristiques d'un écoulement consiste à rechercher la pression et la vitesse en tous points. Pour cela, il faut écrire des équations d'équilibre (ou de conservation) entre les différentes forces agissant sur le fluide.

Ces équations d'équilibre sont :

- l'équation de continuité ou équation de conservation de la masse (m) du fluide

$$\frac{dm}{dt} = 0 ;$$

- l'équation de la quantité de mouvement qui traduit l'équilibre entre la somme des forces extérieures (F) qui exercent une influence sur le fluide et le taux de variation de la quantité de mouvement du fluide de masse m :

$$\frac{d(m \cdot v)}{dt} = \sum F.$$

# STATIQUE DES FLUIDES

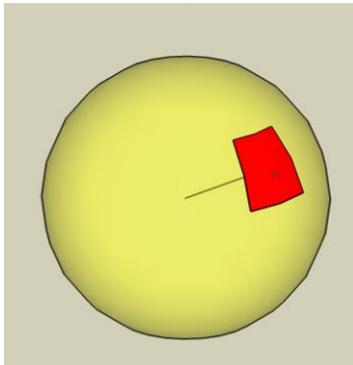
## I - Hypothèses

Dans ce chapitre, nous considèrerons que les fluides étudiés sont en équilibre et au repos. Les différentes cellules de fluide peuvent glisser les unes sur les autres sans frottement (le fluide est supposé parfait), et il n'y a pas de vitesse d'écoulement (qui sera vu dans les prochains chapitres).

## II – Pression dans un fluide en équilibre

### II – 1 – Définition de la pression

Soit un solide « S » immergé dans un fluide. Si nous étudions ce solide à une petite échelle, nous obtenons, un élément de surface élémentaire :



Le vecteur surface s'exprime de la façon suivante :  $\vec{dS} = dS \cdot \vec{n}$ .

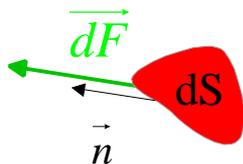
$\vec{dS}$  :

- a pour point d'application le centre de gravité de la surface  $dS$  ;
- a une direction normale à l'élément ;
- est pris orienté vers l'intérieur ;
- a une norme égale à la surface de l'élément considéré ;

La force exercée par le fluide sur le solide s'exprime alors par la relation :

$$\vec{dF} = p \cdot dS \cdot \vec{n}$$

$$\text{soit } p = \lim_{ds \rightarrow 0} \left( \frac{dF}{dS} \right)$$



La pression  $p$  ne dépend, ni de la surface  $dS$ , ni de son orientation (ce qui n'est pas le cas de la force engendrée par celle-ci).

En utilisant l'expression du tenseur donnée au chapitre précédent, nous obtenons :

$$\sigma_{ij} = 0 \text{ si } i \neq j$$

$$\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = P_{(x,y,z)}$$

$$\vec{\sigma}_{(N,\vec{n})} = -P_{(x,y,z)} \cdot \vec{n}$$

### II – 2 – Unités de pression

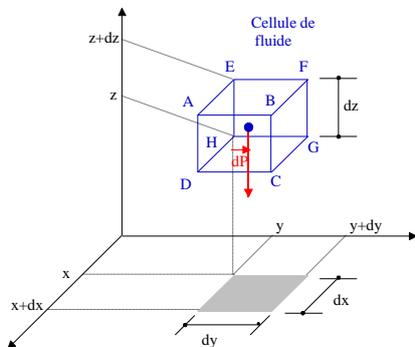
Si l'on utilise la définition donnée ci-dessus, la pression correspond au rapport d'une force par unité de surface :  $\left[ \frac{N}{m^2} \right]$ . Cette unité légale correspond au pascal :  $1 [Pa] = 1 \left[ \frac{N}{m^2} \right]$ .

D'autres unités n'appartenant au système international sont aussi utilisées :

Unité	Correspondance
Le bar [bar]	1 [bar] = $10^5$ [Pa]
L'atmosphère [atm]	1 [atm] = 101325 [Pa] (pression exercée par une colonne de mercure de 760 [mm]).
Le torr [torr]	1 [torr] = pression exercée par une colonne de mercure de 1 [mm]
Le « poundforce per square inch » [psi]	1 [psi] = 6895 [Pa]
Le mètre de colonne d'eau (masse volumique prise à 4 [°C] sous 1 [atm])	1 [mCE] = 9807 [Pa] = pression exercée par 1 [m] de colonne d'eau

### III – Expression de l'équilibre d'un fluide

#### III – 1 – Cas d'un fluide soumis à la pesanteur



Le fluide est en équilibre et soumis aux forces de pesanteurs ainsi qu'aux forces de pression.

Le bilan des forces nous donne :

- $\vec{dP}$  : poids de la cellule de fluide ;
- $\vec{dF}_{ABCD}$  : action des forces pressantes sur la face « ABCD » ;
- idem pour les 5 autres faces.

En appliquant le principe fondamental de la statique vu en mécanique, nous avons :  $\sum \vec{F} = \vec{0}$ .  
En projetant cette somme vectorielle selon les 3 axes OX, OY et OZ, nous obtenons les résultats suivants :

$$\text{selon } Ox: \quad dF_{EFGH} - dF_{ABCD} = 0$$

$$p(x) \cdot dy \cdot dz - p(x+dx) \cdot dy \cdot dz = 0$$

$$p(x) = p(x+dx) \quad \text{pas de variation selon } Ox$$

$$\text{selon } Oy: \quad dF_{AEHD} - dF_{BFGC} = 0$$

$$p(y) \cdot dx \cdot dz - p(y+dy) \cdot dx \cdot dz = 0$$

$$p(y) = p(y+dy) \quad \text{pas de variation selon } Oy$$

$$\text{selon } Oz: \quad dF_{CDHG} - dF_{AEFB} - dP = 0$$

$$p(z) \cdot dx \cdot dy - p(z+dz) \cdot dx \cdot dy - \rho \cdot g \cdot dx \cdot dy \cdot dz = 0$$

$$p(z) - p(z+dz) = \rho \cdot g \cdot dz$$

$$dP = -\rho \cdot g \cdot dz \quad \text{ou encore} \quad \frac{\partial P}{\partial z} = -\rho \cdot g$$

En utilisant les expressions vues au chapitre précédent, nous obtenons :

$$\iiint_V \vec{F}_{(M)} \cdot dV + \iint_S \vec{\sigma}_{(N,\vec{n})} \cdot dS = \vec{0}$$

$$\iiint_V \vec{F}_{(M)} \cdot dV + \iint_S -P \cdot d\vec{S} = \vec{0} \quad \text{or} \quad \iint_S -P \cdot d\vec{S} = \iiint_V -\overrightarrow{\text{grad}}(P) \cdot dV \quad \text{théorème du gradient}$$

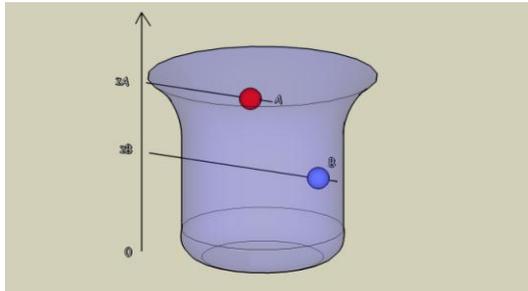
$$\iiint_V \vec{F}_{(M)} \cdot dV + \iiint_V -\overrightarrow{\text{grad}}(P) \cdot dV = \vec{0}$$

$$\vec{F}_{(M)} = -\overrightarrow{\text{grad}}(P) \quad \text{or} \quad F \text{ représente une force de volume qui dérive d'un potentiel: } \vec{F}_{(M)} = \overrightarrow{\text{grad}}(\rho \cdot g \cdot z)$$

$$\overrightarrow{\text{grad}}(\rho \cdot g \cdot z + P) = \vec{0}$$

$$\rho \cdot g \cdot z + P = cte$$

### III – 2 – Application à l'hydrostatique



Nous avons la relation :

$$dp = -\rho \cdot g \cdot dz \quad \text{soit} \quad \int_A^B dp = \int_A^B -\rho \cdot g \cdot dz$$

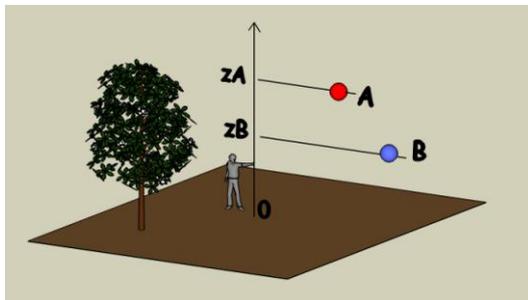
$$P_B - P_A = -\rho \cdot g \cdot (Z_B - Z_A)$$

$$P_B + \rho \cdot g \cdot Z_B = P_A + \rho \cdot g \cdot Z_A = cte$$

$$P_B = P_A + \rho \cdot g \cdot (Z_A - Z_B)$$

Il s'agit là de la loi fondamentale de l'hydrostatique d'où nous pouvons en déduire le théorème de Pascal : « Un fluide incompressible transmet intégralement toute variation de pression ».

### III – 3 – Application à un gaz parfait



D'après la loi des gaz parfaits, nous avons la

$$\text{relation suivante : } \rho = \rho_0 \cdot \frac{P}{P_0}$$

$$dP = -\rho \cdot g \cdot dz = -\rho_0 \cdot g \cdot \frac{P}{P_0} \cdot dz$$

$$\frac{dP}{P} = -g \cdot \frac{\rho_0}{P_0} \cdot dz \quad \text{soit} \quad \int_A^B \frac{dP}{P} = \int_A^B -g \cdot \frac{\rho_0}{P_0} \cdot dz$$

$$\left[ \ln(P) \right]_A^B = -g \cdot \frac{\rho_0}{P_0} \cdot \left[ z \right]_A^B$$

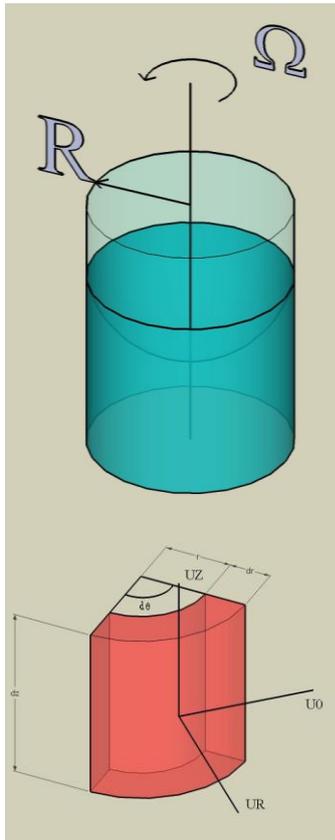
$$\ln\left(\frac{P_B}{P_A}\right) = -g \cdot \frac{\rho_0}{P_0} \cdot (Z_B - Z_A)$$

$$P_B = P_A \cdot e^{-g \cdot \frac{\rho_0}{P_0} \cdot (Z_B - Z_A)}$$

$$\text{avec } \rho_0 = 1,3 \left[ \frac{kg}{m^3} \right] \text{ et } P_0 = 1,013 \cdot 10^5 [Pa]$$

Une variation de 10 [m] d'altitude n'engendre qu'une variation de pression inférieure à 1%.

### III – 4 – Cas d'un fluide soumis à une accélération radiale



Selon le repère  $\{u_r, u_\theta, u_z\}$ , la tranche de fluide est soumise à la pesanteur selon  $\{u_z\}$  et la force centrifuge selon  $\{u_r\}$ .

La résolution de l'équilibre des forces nous donne :

$$\text{projection selon } \vec{u}_z : \frac{\partial P}{\partial z} \cdot dz = -\rho \cdot g \cdot dz$$

$$\text{projection selon } \vec{u}_\theta : P(\theta) \cdot dr \cdot dz = P(\theta + d\theta) \cdot dr \cdot dz$$

$$\text{soit } \frac{\partial P}{\partial \theta} \cdot d\theta = 0$$

$$\text{projection selon } \vec{u}_r : P(r) \cdot r \cdot d\theta \cdot dz + m \cdot \Omega^2 \cdot r - P(r + dr) \cdot dr \cdot dz$$

$$\text{avec } m = \rho \cdot r \cdot d\theta \cdot dz \cdot dr$$

$$\text{soit } \frac{P(r + dr) - P(r)}{dr} \cdot dr = \rho \cdot \Omega^2 \cdot r \cdot dr$$

$$\text{soit } \frac{\partial P}{\partial r} \cdot dr = \rho \cdot \Omega^2 \cdot r \cdot dr$$

$$\frac{dP}{dz} \cdot dz + \frac{dP}{d\theta} \cdot d\theta + \frac{\partial P}{\partial r} \cdot dr = dP = -\rho \cdot g \cdot dz + \rho \cdot \Omega^2 \cdot r \cdot dr$$

L'intégration de cette relation nous donne (isobare)

$$\int_{h_0}^H dz = \frac{m \cdot \Omega^2}{g} \cdot \int_0^R r \cdot dr \quad H - h_0 = \frac{m \cdot \Omega^2}{2 \cdot g} \cdot R^2 \quad (\text{parabole})$$

Dans ce précis, les isobares ne sont plus des plans horizontaux

## IV – Les différentes pressions

### IV – 1 – La pression atmosphérique

Elle correspond au poids de la colonne d'air située au dessus du point étudié. L'air étant un fluide compressible, la valeur de la pression atmosphérique va varier en fonction de l'altitude. De plus, comme l'air se comporte comme un gaz parfait, il est aussi sensible aux conditions climatiques (vent, anti-cyclone, dépressions température). Dans le cadre de ce chapitre, nous ne tiendrons pas compte de ces paramètres qui ont toutefois un effet non négligeable.

La pression de référence sera prise au niveau de la mer et aura pour valeur :

$$P_{atm} = 101325 [Pa]$$

En tenant compte de l'équation précédemment démontrée, nous avons :

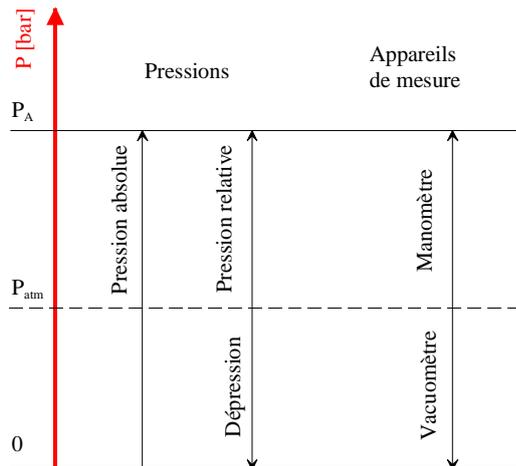
$$P_B = P_A \cdot e^{-g \cdot \frac{\rho_0}{P_0} (Z_B - Z_A)} = 101325 \cdot e^{-1,258610^{-4} \cdot z} \approx 101325 \cdot (1 - 1,2586 \cdot 10^{-4} \cdot z)$$

pour de faible valeur de z (développement limités).

### IV – 2 – La pression absolue

La pression absolue correspond à la pression réelle ; Elle correspond à la pression prise par rapport à un vide parfait (théorique), c'est-à-dire en prenant comme référence  $p = 0 [Pa]$ .

### IV – 3 – La pression relative ou effective

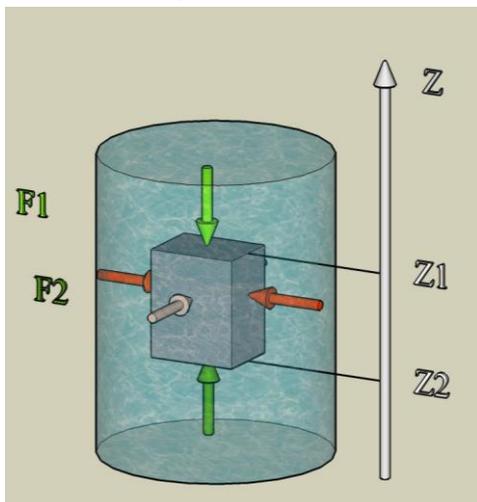


Il s'agit d'une pression exprimée par rapport à une autre pression. Pratiquement, la pression de référence correspond à la pression atmosphérique.

$$P_{relative} = P_{absolue} - P_{atmosphérique}$$

### V – Les forces de pression sur un corps immergé

#### V – 1 – La poussée d'Archimède



Considérons un objet en équilibre dans un fluide. Il est soumis à des forces sur toutes ses surfaces.

Sur les faces verticales, les forces s'annulent deux par deux alors que sur les faces horizontales, nous avons :

$$F_1 = \rho \cdot g \cdot S \cdot Z_1$$

$$F_2 = \rho \cdot g \cdot S \cdot Z_2$$

La différence des deux forces, aussi appelée poussée d'Archimède vaut :

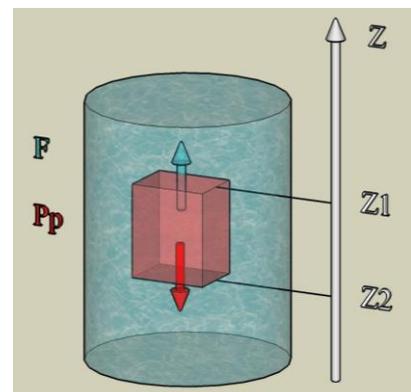
$$F = F_2 - F_1 = \rho \cdot g \cdot S \cdot (Z_2 - Z_1)$$

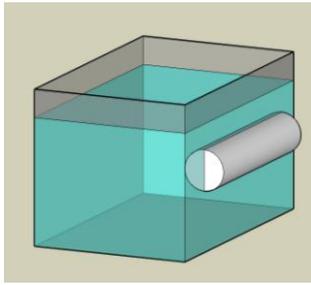
$$F = \rho_{fluide} \cdot g \cdot V_{solide}$$

« Tout corps plongé dans un fluide en équilibre est soumis de la part de celui-ci à une poussée verticale dirigée de bas en haut, égale au poids du volume de fluide déplacé, et appliqué au centre de masse de ce volume (centre de carène). »

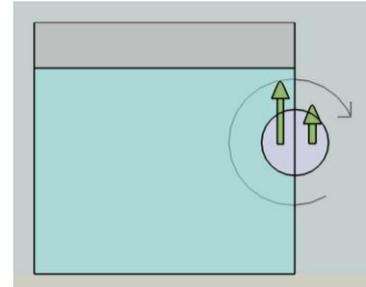
Conséquences :

- si  $F = P$ , le corps est en équilibre dans le fluide – leurs densités respectives sont identiques ;
- si  $F > P$ , le corps remonte jusqu'à la surface jusqu'à ce qu'il y ait équilibre des forces – la densité du corps est inférieure à celle du liquide ;
- si  $F < P$ , le corps coule au fond du réservoir et exerce une force  $P - F$  sur le fond de celui-ci – la densité du corps est supérieure à celle du liquide.





Considérons la machine ci-contre : un cylindre à moitié dans un liquide et à moitié dans l'air. En supposant qu'un joint souple assure l'étanchéité de l'ensemble et qu'un axe de rotation passant par l'axe de symétrie du cylindre puisse lui permettre de se mouvoir sans difficulté, nous pourrions aisément croire que le cylindre se mette en rotation.



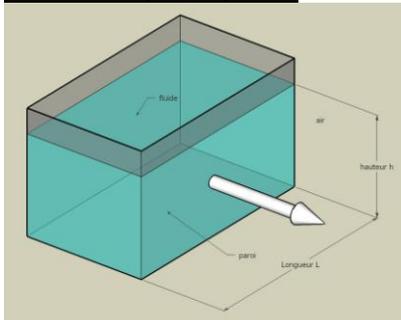
Ce raisonnement est faux !

Dans la réalité, les forces de poussée d'Archimède sont horizontales et passent par l'axe de symétrie du cylindre.

Le cylindre ne peut donc tourner.

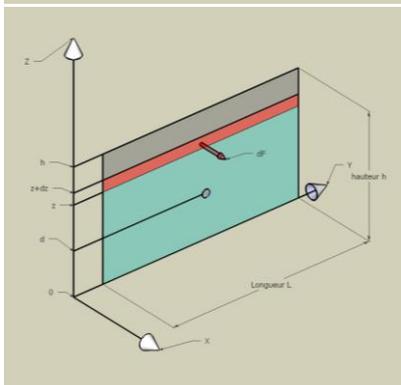
## V – 2 – Action des forces de pression sur une paroi

### Cas d'une paroi plane



Considérons une paroi plane (longueur L, hauteur h) soumise d'un côté à l'action d'un liquide (masse volumique  $\rho$ ), et de l'autre à l'action de l'air extérieur.

Compte tenu de ce qui a été vu précédemment, la pression atmosphérique peut être considérée comme constante sur toute la surface de la paroi. Il n'en est pas de même pour le liquide.



Considérons une surface élémentaire  $dS$ .

Elle est soumise aux forces pressantes de l'air et du liquide :

$$d\vec{F} = -P_{atm} \cdot dS \cdot \vec{i} + P_{(z)} \cdot dS \cdot \vec{i}$$

$$d\vec{F} = (P_{(z)} - P_{atm}) \cdot dS \cdot \vec{i}$$

$$\text{avec : } P_{(z)} = P_{atm} + \rho \cdot g \cdot (h - z)$$

$$d\vec{F} = \rho \cdot g \cdot (h - z) \cdot dS \cdot \vec{i}$$

$$d\vec{F} = \rho \cdot g \cdot (h - z) \cdot L \cdot dz \cdot \vec{i}$$

L'intégration de cette formule sur toute la hauteur du fluide nous donne :

$$\vec{F} = \int_0^h \rho \cdot g \cdot (h - z) \cdot L \cdot dz \cdot \vec{i} = \rho \cdot g \cdot L \cdot \int_0^h (h - z) \cdot dz \cdot \vec{i} = \rho \cdot g \cdot L \cdot \left( h^2 - \frac{h^2}{2} \right) \cdot \vec{i}$$

$$\vec{F} = \rho \cdot g \cdot L \cdot \frac{h^2}{2} \cdot \vec{i}$$

Le point d'application de cette force (situé à une cote d'altitude « d ») est tel que le moment des forces de pression hydraulique s'exerçant sur la paroi, par rapport à ce point est nul.

Pour un élément de surface  $ds$ , nous avons :

$$d\vec{M}_{y_C} = (z - d) \cdot \vec{k} \wedge \rho \cdot g \cdot (h - z) \cdot L \cdot dz \cdot \vec{i} = (z - d) \cdot \rho \cdot g \cdot (h - z) \cdot L \cdot dz \cdot \vec{i}$$

$$d\vec{M}_{y_C} = \rho \cdot g \cdot L \cdot (z \cdot h - z^2 - d \cdot h + d \cdot z) \cdot dz \cdot \vec{i}$$

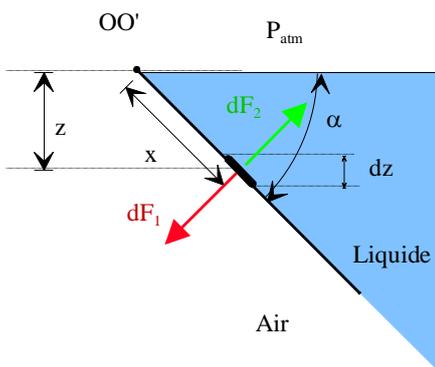
L'équilibre nous donne :

$$\int_0^h dMy_c = 0 \quad \text{soit} \quad \int_0^h (z \cdot h - z^2 - d \cdot h + d \cdot z) \cdot dz = \int_0^h (z \cdot (h + d) - z^2 - d \cdot h) \cdot dz = 0$$

$$(h + d) \cdot \frac{h^2}{2} - \frac{h^3}{3} - d \cdot h^2 = 0$$

$$(h - d) \cdot \frac{h^2}{2} = \frac{h^3}{3}$$

$$\frac{h - d}{2} = \frac{h}{3} \quad \text{soit} \quad d = \frac{h}{3}$$



Une autre façon de déterminer le point d'application du point (P) de la force F revient à dire que le moment de la résultante est égal à la somme des moments des petits éléments de surface :

$$x_p \cdot F = \int_S x \cdot dF$$

$$\text{avec } dF = dF_1 - dF_2 = \rho \cdot g \cdot z \cdot dS = \rho \cdot g \cdot x \cdot \sin \alpha \cdot dS$$

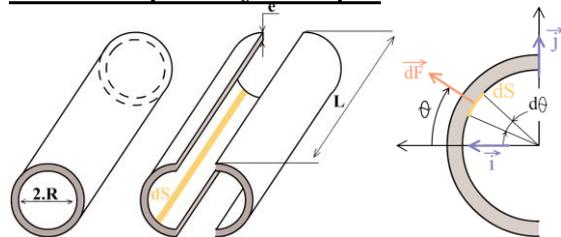
$$x_p \cdot F = \int_S x \cdot \rho \cdot g \cdot x \cdot \sin \alpha \cdot dS = \rho \cdot g \cdot \sin \alpha \int_S x^2 \cdot dS$$

$$x_p = \frac{\rho \cdot g \cdot \sin \alpha \int_S x^2 \cdot dS}{F} = \frac{\rho \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot I_{Oy}}{\rho \cdot g \cdot x_G \cdot \sin \alpha \cdot S} = \frac{I_{Oy}}{x_G \cdot S}$$

$$x_p = \frac{I_G + S \cdot x_G^2}{x_G \cdot S} = x_G + \frac{I_G}{x_G \cdot S}$$

Le centre de poussée est donc toujours en dessous du centre de gravité. La distance GP diminue au fur et à mesure que la surface AB s'enfonce sous la surface libre.

### Cas d'une paroi cylindrique



Etudions le cas d'un liquide dans une conduite. La pression du liquide sera supposée uniforme à l'intérieur de la conduite : rayon faible, donc pas de variation notable de la pression. Pour simplifier l'étude, nous nous intéresserons à un demi cylindre.

Intéressons nous à l'intensité de la force. Dans notre cas, la norme de la force est partout la même, mais la direction change. Il faut encore recourir à des surfaces élémentaires.

Choisissons une surface élémentaire, de même longueur que la conduite, et comprise entre les angles  $\theta$  et  $d\theta$  (donc  $dS = L \cdot R \cdot d\theta$ ).

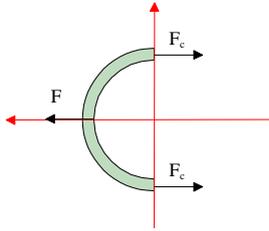
Le fluide et l'air exercent sur la surface  $dS$  de la canalisation une force globale:

$$\vec{dF} = P_{relative} \cdot \vec{dS} \quad \text{qui s'écrit dans le repère } (O, \vec{i}, \vec{j}) :$$

$$\vec{dF} \begin{cases} P_{relative} \cdot ds \cdot \cos \theta \\ P_{relative} \cdot ds \cdot \sin \theta \end{cases}$$

En intégrant sur toute la surface du demi cylindre :

$$\left. \begin{aligned} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} dF_x &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} P_{relative} \cdot L \cdot R \cdot \cos \theta \cdot d\theta = P_{relative} \cdot L \cdot R \cdot 2 \\ \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} dF_y &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} P_{relative} \cdot L \cdot R \cdot \sin \theta \cdot d\theta = 0 \end{aligned} \right\} \vec{F} = 2 \cdot P_{relative} \cdot L \cdot R \cdot \hat{i}$$



Pour qu'il y ait équilibre, il faut :

$$F = 2 \cdot F_c$$

$$2 \cdot P_{relative} \cdot R \cdot L = 2 \cdot e \cdot L \cdot \sigma$$

# DYNAMIQUE DES FLUIDES

## I - Hypothèses

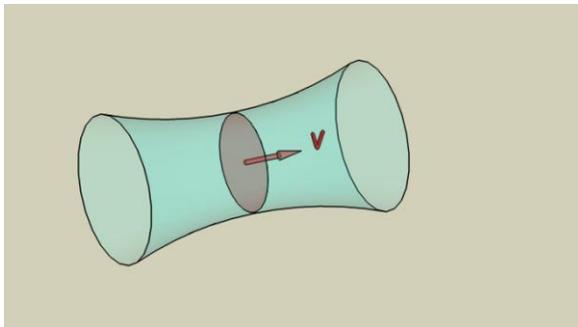
Dans ce chapitre, nous considèrerons les hypothèses suivantes :

- nous sommes en régime permanent établi ;
- les fluides étudiés sont assimilés à des fluides parfaits (fluides non compressibles, viscosité nulle, et masse volumique  $\rho$  constante).

Avec une bonne approximation, nous pourrions assimiler les gaz à des fluides parfaits lorsque leur vitesse d'écoulement est inférieure à 0,3 fois la vitesse du son.

## II – Conservation de la masse – équation de continuité

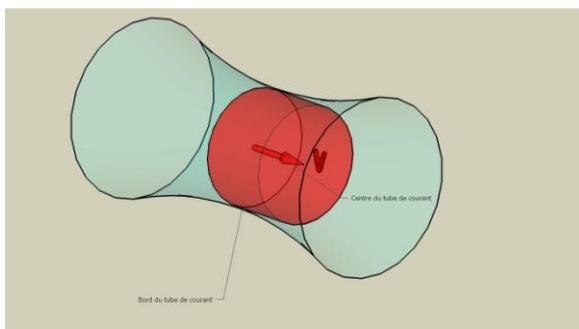
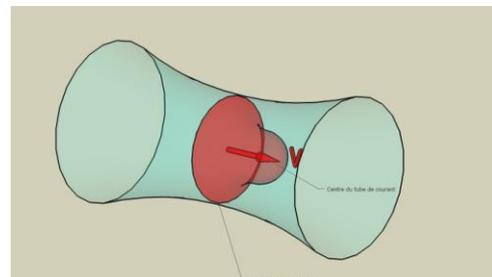
### II – 1 – La vitesse



Considérons le profil de vitesse à l'intérieur d'un tube de courant.

Le profil de vitesses donne la norme de la vitesse en fonction de l'éloignement de la paroi, ou à l'intérieur du tube.

Pour des fluides réels, la vitesse est quasi-nulle sur la paroi et maximale au centre.



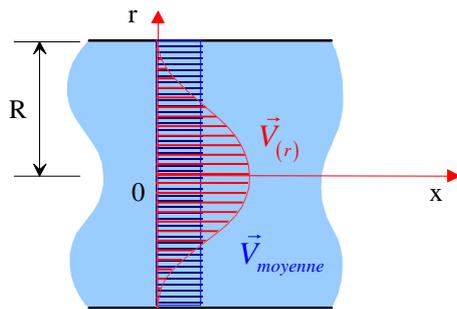
Pour des fluides parfaits, la vitesse est supposée constante sur toute la section.

Dans la plupart des cas, on peut définir une vitesse moyenne sur la section, et considérer que cette vitesse moyenne est celle en tout point de la section.

Cette façon de raisonner, quand elle est réalisable, est bien pratique car l'écoulement est alors UNIDIMENSIONNEL.

Il n'y a pas de variation transversale (ou dit autrement l'écoulement a même propriété après une rotation autour de l'axe de la canalisation).

Seuls ces écoulements seront abordés dans cette partie.

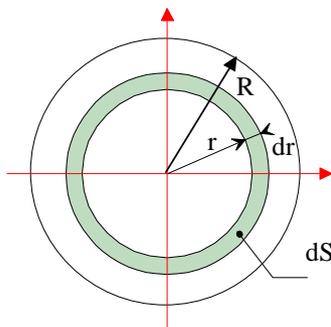


Calculons la vitesse moyenne pour un profil de vitesses parabolique.

La vitesse pour un point éloigné de l'axe d'une distance « r » s'exprime par :

$$V_{(r)} = V_0 \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

La vitesse moyenne est donnée par le rapport du débit volumique total par la section de passage :



$$V_{moyenne} = \frac{\int_0^R V_{(r)} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr}{\int_0^R 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr} = V_0 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{\int_0^R \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \cdot r \cdot dr}{2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{R^2}{2}\right)}$$

$$V_{moyenne} = \frac{2 \cdot V_0}{R^2} \cdot \int_0^R \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \cdot r \cdot dr = \frac{2 \cdot V_0}{R^2} \cdot \left(\frac{R^2}{2} - \frac{R^4}{4 \cdot R^2}\right)$$

$$V_{moyenne} = \frac{V_0}{2}$$

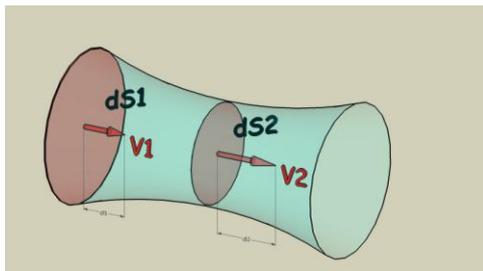
## II – 2 – Les débits

En appelant « dV » et « dm » respectivement le volume élémentaire et la masse élémentaire traversant une section donnée S pendant le temps élémentaire « dt », nous pouvons définir :

- le débit volumique :  $Q_v = \frac{dV}{dt} = \frac{S \cdot dl}{dt} = S \cdot V_{moyenne} \left[ \frac{m^3}{s} \right]$  ;

- le débit massique :  $Q_m = \frac{dm}{dt} = \frac{\rho \cdot dV}{dt} = \rho \cdot S \cdot V_{moyenne} \left[ \frac{kg}{s} \right]$

## II – 3 – Conservation de la masse



Considérons un tube de courant élémentaire limité par deux sections dS<sub>1</sub> et dS<sub>2</sub>.

En supposant qu'il n'y ait ni disparition ni apparition de matière, nous obtenons les égalités suivantes.

Conservation de la masse :  $Q_{m1} = Q_{m2}$

$$\frac{dm_1}{dt} = \frac{dm_2}{dt}$$

$$\frac{\rho_1 \cdot dV_1}{dt} = \frac{\rho_2 \cdot dV_2}{dt} \rightarrow \frac{\rho_1 \cdot dS_1 \cdot dl_1}{dt} = \frac{\rho_2 \cdot dS_2 \cdot dl_2}{dt} \rightarrow \rho_1 \cdot dS_1 \cdot V_1 = \rho_2 \cdot dS_2 \cdot V_2$$

$$\rho_1 \cdot S_1 \cdot V_1 = \rho_2 \cdot S_2 \cdot V_2$$

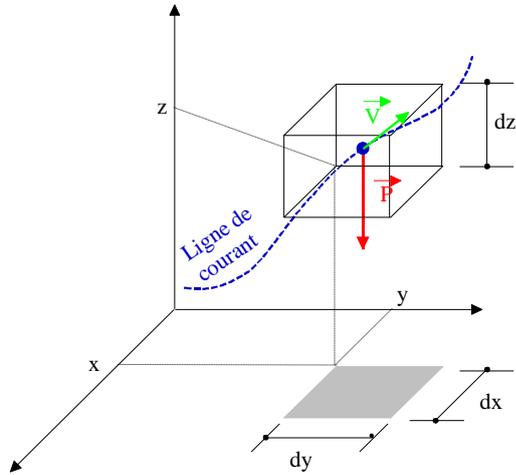
Dans le cas d'un fluide incompressible :  $\rho_1 = \rho_2$

$$S_1 \cdot V_1 = S_2 \cdot V_2 \quad \text{soit} \quad Q_{v1} = Q_{v2}$$

Nous en déduisons que si le débit reste constant dans un tube de courant (sans perte, ni ajout de matière), la vitesse est inversement proportionnelle à la section de passage.

### III – Equation d'Euler et théorème de Bernoulli (1700 – 1782)

#### III – 1 – Démonstration



D'après la relation fondamentale de la dynamique vue en mécanique, nous avons la relation :  $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G$ .

Appliquons cette relation à un élément  $dv$ . Une démonstration similaire, dans le chapitre précédent nous avait permis d'arriver au résultat suivant :

$$\frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} \cdot dy = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} \cdot dz = -\rho \cdot g \cdot dz$$

La relation fondamentale de la dynamique étant vectorielle, nous devons travailler en projection sur les 3 axes :

Selon l'axe Ox :	$-p_{(x+dx,y,z)} \cdot dy \cdot dz + p_{(x,y,z)} \cdot dy \cdot dz = \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot \frac{dVx}{dt}$ $-p_{(x+dx,y,z)} + p_{(x,y,z)} = \rho \cdot dx \cdot \frac{dVx}{dt}$ $-\frac{p_{(x+dx,y,z)} - p_{(x,y,z)}}{dx} = \rho \cdot \frac{dVx}{dt}$ $-\frac{\partial P}{\partial x} = \rho \cdot \frac{dVx}{dt}$
Selon l'axe Oy :	$-p_{(x,y+dy,z)} \cdot dx \cdot dz + p_{(x,y,z)} \cdot dx \cdot dz = \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot \frac{dVy}{dt}$ $-p_{(x,y+dy,z)} + p_{(x,y,z)} = \rho \cdot dy \cdot \frac{dVy}{dt}$ $-\frac{p_{(x,y+dy,z)} - p_{(x,y,z)}}{dy} = \rho \cdot \frac{dVy}{dt}$ $-\frac{\partial P}{\partial y} = \rho \cdot \frac{dVy}{dt}$

Selon l'axe Oz :	$-P_{(x,y,z+dz)} \cdot dx \cdot dy + P_{(x,y,z)} \cdot dx \cdot dy - \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot g = \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot \frac{dV_z}{dt}$
	$-P_{(x,y,z+dz)} + P_{(x,y,z)} - \rho \cdot dz \cdot g = \rho \cdot dz \cdot \frac{dV_z}{dt}$
	$-\frac{P_{(x,y,z+dz)} - P_{(x,y,z)}}{dz} - \rho \cdot g = \rho \cdot \frac{dV_z}{dt}$
	$-\frac{\partial P}{\partial z} - \rho \cdot g = \rho \cdot \frac{dV_z}{dt}$

La différentielle de la pression P s'écrit :

$$dP = \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial P}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial P}{\partial z} \cdot dz$$

$\frac{\partial P}{\partial x}$  correspond au taux de variation de P selon x.

$\frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx$  correspond à la valeur de la variation de pression selon x lorsque la variable « x »

varie d'une petite quantité dx.

A l'aide des trois équations précédentes, nous obtenons :

$$dP = \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial P}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial P}{\partial z} \cdot dz$$

$$dP = -\rho \cdot \frac{dV_x}{dt} \cdot dx - \rho \cdot \frac{dV_y}{dt} \cdot dy - \rho \cdot \frac{dV_z}{dt} \cdot dz + \rho \cdot g \cdot dz$$

$$dP = -\rho \cdot \frac{dx}{dt} \cdot dV_x - \rho \cdot \frac{dy}{dt} \cdot dV_y - \rho \cdot \frac{dz}{dt} \cdot dV_z + \rho \cdot g \cdot dz$$

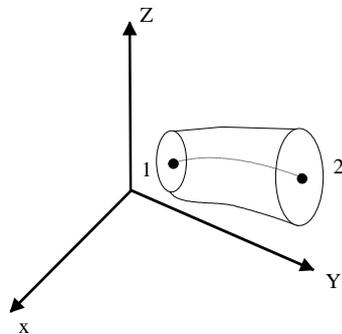
$$dP = -\rho \cdot V_x \cdot dV_x - \rho \cdot V_y \cdot dV_y - \rho \cdot V_z \cdot dV_z + \rho \cdot g \cdot dz$$

Or  $\vec{V} \cdot d\vec{V} = V_x \cdot dV_x + V_y \cdot dV_y + V_z \cdot dV_z$

Ce qui nous donne :  $dP = -\rho \cdot \vec{V} \cdot d\vec{V} - \rho \cdot g \cdot dz$

Nous en déduisons l'équation d'Euler :  $dP + \rho \cdot \vec{V} \cdot d\vec{V} + \rho \cdot g \cdot dz = 0$

### III – 2 – Equation de Bernoulli



L'équation de Bernoulli est obtenue en travaillant entre deux points d'une même veine de fluide.

$$\int_1^2 dP + \rho \cdot V \cdot dV + \rho \cdot g \cdot dz = 0$$

$$\int_1^2 dP + \int_1^2 \rho \cdot V \cdot dV + \int_1^2 \rho \cdot g \cdot dz = 0$$

$$P_2 - P_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (V_2^2 - V_1^2) + \rho \cdot g \cdot (z_2 - z_1) = 0$$

D'où le théorème de Bernoulli pour un fluide incompressible :

$$P_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_1^2 + \rho \cdot g \cdot z_1 = P_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_2^2 + \rho \cdot g \cdot z_2$$

### III – 3 – Interprétation de l'équation de Bernoulli

#### Bilan énergétique

Le théorème de Bernoulli peut s'écrire de la façon suivante :

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{1}{2} \cdot V_1^2 + g \cdot z_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{1}{2} \cdot V_2^2 + g \cdot z_2$$

Dans cette équation, différents termes peuvent être interprétés en qualité d'énergie :

Terme	Interprétation
$\frac{P_1}{\rho}$	Energie massique $\left[ \frac{J}{kg} \right]$
$\frac{1}{2} \cdot V_1^2$	Energie cinétique massique $\left[ \frac{J}{kg} \right]$
$g \cdot z_1$	Energie potentielle massique $\left[ \frac{J}{kg} \right]$

*« Le théorème de Bernoulli peut être écrit comme un bilan énergétique par kilogramme de fluide ».*

#### Bilan en pression

Le théorème de Bernoulli peut s'écrire de la façon suivante :

$$P_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_1^2 + \rho \cdot g \cdot z_1 = P_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_2^2 + \rho \cdot g \cdot z_2$$

Dans cette équation, différents termes peuvent être interprétés en qualité de pression :

Terme	Interprétation
$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_1^2$	Pression dynamique $[Pa]$
$P_1 + \rho \cdot g \cdot z_1$	Pression statique $[Pa]$

*« Les pressions exprimées dans le théorème de Bernoulli sont des pressions absolues !!! ».*

**Bilan en hauteur**

Le théorème de Bernoulli peut s'écrire de la façon suivante :

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + \frac{1}{2} \cdot \frac{V_1^2}{g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + \frac{1}{2} \cdot \frac{V_2^2}{g} + z_2$$

Dans cette équation, différents termes peuvent être interprétés en qualité de pression :

Terme	Interprétation
$\frac{P_1}{\rho \cdot g}$	Hauteur manométrique [m]
$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + z_1$	Hauteur piézométrique [m]
$\frac{1}{2} \cdot \frac{V_1^2}{g}$	Hauteur capable [m]
$z_1$	Altitude [m]

« La somme des trois termes est appelée ligne de charge! ».

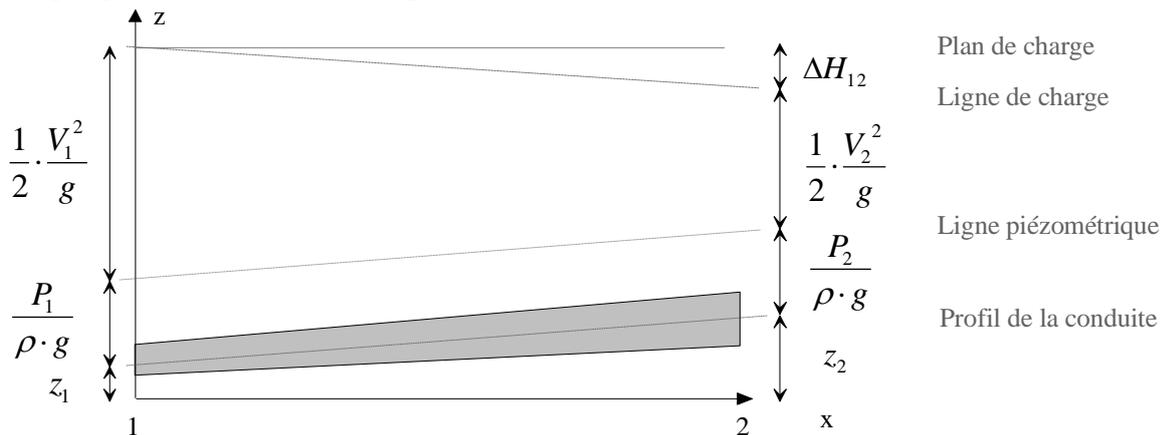
**Application dans le cas des fluides réels**

Dans la réalité, les fluides ont une certaine viscosité et frottent le long des parois de canalisations qui ne sont pas lisses. Ce frottement entraîne une perte d'énergie que nous noterons  $\Delta H$ .

L'équation de Bernoulli généralisée devient :

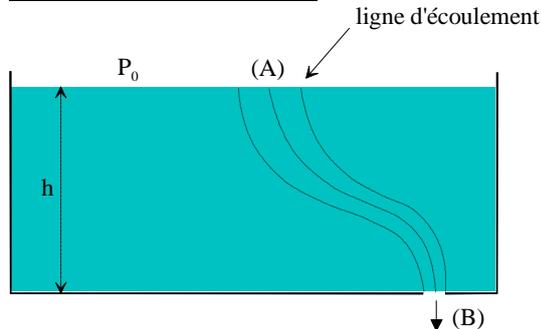
$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + \frac{1}{2} \cdot \frac{V_1^2}{g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + \frac{1}{2} \cdot \frac{V_2^2}{g} + z_2 + \Delta H_{12}$$

Graphiquement, cela se traduit par :



### III – 4 – Applications du théorème de Bernoulli

#### Vidange d'un réservoir



Considérons un réservoir de grandes dimensions à parois minces percé d'un orifice en sa partie inférieure.

A la surface libre du fluide et au niveau de l'orifice nous nous trouvons dans l'air et donc à la pression atmosphérique.

La vitesse au point A est supposée nulle.

$$\frac{P_A}{\rho \cdot g} + \frac{V_A^2}{2 \cdot g} + Z_A = \frac{P_B}{\rho \cdot g} + \frac{V_B^2}{2 \cdot g} + Z_B$$

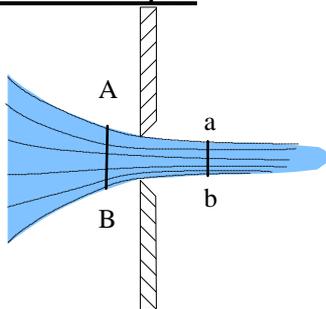
$$Z_A = \frac{V_B^2}{2 \cdot g} + Z_B$$

$$V_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot (Z_A - Z_B)} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Cette formule est connue sous le nom de formule de Torricelli.

Elle montre que la vitesse d'écoulement n'est proportionnelle qu'à la hauteur h.

#### Débit d'un orifice



Dans le cas des fluides réels, nous avons toujours une perte d'énergie. La vitesse réelle est donc inférieure à celle calculée par la formule de Torricelli.

Pour pouvoir calculer la vitesse réelle, nous déterminerons des coefficients de contraction, de vitesse et de débit.

$$\text{Coefficient de contraction : } C_c = \frac{S_c}{S} = \frac{\text{aire de la section contractée}}{\text{aire de la section de l'orifice}}$$

$$\text{Coefficient de vitesse : } C_v = \frac{V_{\text{réelle}}}{\sqrt{2 \cdot g \cdot h}}$$

$$\text{Coefficient de débit : } C_d = \frac{q_{\text{réel}}}{S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}}$$

$$C_d = C_v \cdot C_c \quad q_{\text{réel}} = C_d \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = S_c \cdot V_{\text{réelle}}$$

En fonction de l'orifice, les coefficients précédents sont voisins de :

	Orifice à paroi mince	Ajutage extérieur $L > 1,5 \cdot S$	Ajutage intérieur $L > 1,5 \cdot S$	Tuyère
$C_d$	0,61	0,82	0,5	1
$C_v$	0,99	0,82	0,5	1
$C_c$	0,61	1	1	1

## Le tube de Pitot

A partir d'une prise de pression statique et d'une prise de pression totale, le tube de Pitot va nous permettre de déterminer la vitesse d'écoulement d'un fluide dans la canalisation.

Nous allons écrire Bernoulli au point A et M et comparer les expressions.

Au point A, nous avons un point d'arrêt :

$\frac{P_A}{\rho \cdot g} + z_A = Cte$  La vitesse peut être considérée comme nulle.

Au point M, nous avons l'expression :

$$\frac{P_M}{\rho \cdot g} + z_M + \frac{V_M^2}{2 \cdot g} = Cte$$

Or comme  $Z_A = Z_M$ , nous obtenons :

$$\frac{P_M}{\rho \cdot g} + \frac{V_M^2}{2 \cdot g} = \frac{P_A}{\rho \cdot g}$$

$$P_A - P_M = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_M^2$$

Nous avons les relations :

$$P_A - P_{A'} = \rho_{\text{liquide}} \cdot g \cdot (Z_{A'} - Z_A)$$

$$P_{A'} - P_{M'} = \rho_{\text{gaz}} \cdot g \cdot (Z_{M'} - Z_{A'})$$

$$P_{M'} - P_M = \rho_{\text{liquide}} \cdot g \cdot (Z_M - Z_{M'})$$

En sommant ces trois égalités membre à membre, nous obtenons :

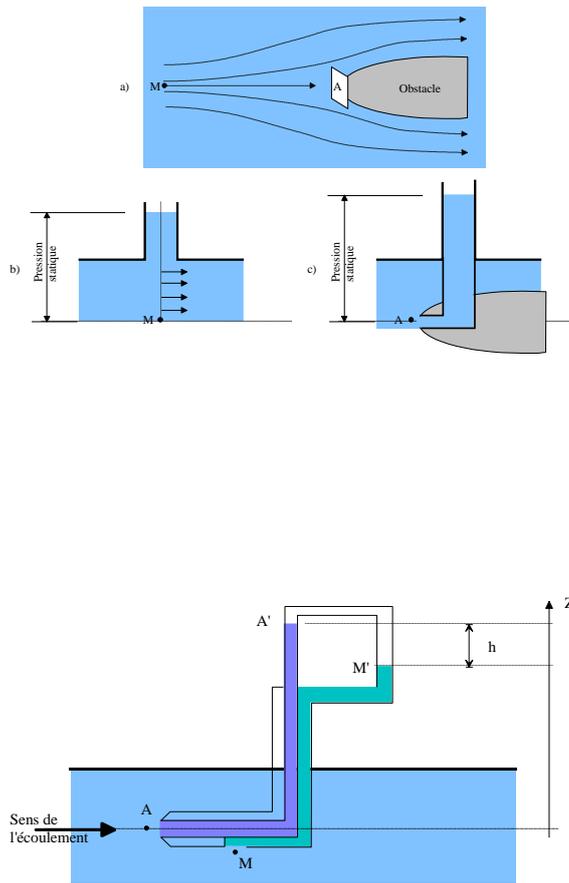
$$P_A - P_M = \rho_{\text{liquide}} \cdot g \cdot (Z_{A'} - Z_A + Z_M - Z_{M'}) + \rho_{\text{gaz}} \cdot g \cdot (Z_{M'} - Z_{A'})$$

en considérant  $Z_A \approx Z_M$  et  $\rho_{\text{gaz}} \cdot g \cdot (Z_{M'} - Z_{A'})$  négligeable devant

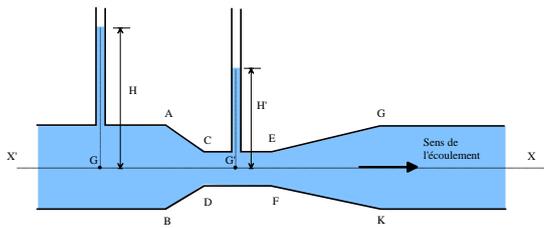
le terme lié à l'eau, nous obtenons :

$$\frac{1}{2} \cdot \rho_{\text{liquide}} \cdot V_M^2 = \rho_{\text{liquide}} \cdot g \cdot h$$

$$V_M = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$



## Le Venturi



Le venturi est composé d'un convergent ABCD, d'une partie droite CDEF et d'un divergent EFGK. Nous mesurons les pressions statiques en G et G'. Le Venturi est un organe déprimogène car  $H' < H$ .

Par la mesure des pressions statiques, nous avons :

$$\frac{P_G}{\rho \cdot g} = H \text{ et } \frac{P_{G'}}{\rho \cdot g} = H' \text{ soit } \frac{P_G}{\rho \cdot g} - \frac{P_{G'}}{\rho \cdot g} = \Delta H$$

L'équation de Bernoulli écrite entre G et G' nous donne :

$$\frac{P_G}{\rho \cdot g} + \frac{V_G^2}{2 \cdot g} + Z_G = \frac{P_{G'}}{\rho \cdot g} + \frac{V_{G'}^2}{2 \cdot g} + Z_{G'} \text{ avec } Z_G = Z_{G'}$$

$$\frac{P_G}{\rho \cdot g} + \frac{V_G^2}{2 \cdot g} = \frac{P_{G'}}{\rho \cdot g} + \frac{V_{G'}^2}{2 \cdot g}$$

$$H + \frac{V_G^2}{2 \cdot g} = H' + \frac{V_{G'}^2}{2 \cdot g} \text{ or } V = \frac{Q_V}{S} \text{ et } Q_V \text{ est constant}$$

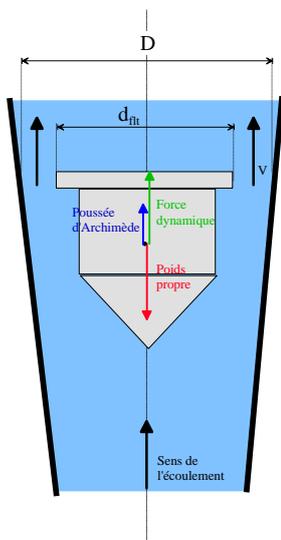
$$\Delta H = H - H' = \frac{V_{G'}^2 - V_G^2}{2 \cdot g} = \frac{Q_V^2}{2 \cdot g} \cdot \left( \frac{1}{s^2} - \frac{1}{S^2} \right) = \frac{Q_V^2}{2 \cdot g} \cdot \left( \frac{S^2 - s^2}{S^2 \cdot s^2} \right)$$

$$Q_V^2 = \Delta H \cdot 2 \cdot g \cdot \left( \frac{S^2 \cdot s^2}{S^2 - s^2} \right)$$

$$Q_V = \frac{S \cdot s}{\sqrt{S^2 - s^2}} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta H} = K \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta H}$$

$$Q_V = K \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta H}$$

## Le débitmètre à flotteur ou Rotamètre®



Ce type de débitmètre permet de lire la valeur du débit sur le haut du flotteur.

Le flotteur est soumis à trois forces :

- le **poids propre**  $P = m_{flt} \cdot g$  qui est constant ;
- la **poussée d'Archimède**  $F = \rho_{liquide} \cdot g \cdot V_{flotteur}$  qui est constante ;
- la **force dynamique** exercée par la pression dynamique du fluide

$$F_{pd} = P_{dyn} \cdot S_{flt} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S_{flt} \text{ qui est variable.}$$

Lorsque le flotteur est à l'équilibre, nous obtenons l'égalité suivante :

$$P = F_{pd} + F = \rho_{liquide} \cdot g \cdot V_{flotteur} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S_{flt}$$

Avec  $q = V \cdot S_{passage}$ , nous constatons qu'une variation de débit entraînera une variation de la section de passage et donc du niveau du flotteur dans le débitmètre.

Par la mesure des pressions statiques, nous avons :

$$\frac{P_G}{\rho \cdot g} = H \text{ et } \frac{P_{G'}}{\rho \cdot g} = H' \text{ soit } \frac{P_G}{\rho \cdot g} - \frac{P_{G'}}{\rho \cdot g} = \Delta H$$

### III – 5 – Théorème d'Euler

#### Rappel sur les quantités de mouvement

Nous définissons la quantité de mouvement  $\vec{P}_{tot}$  d'un élément étudié comme étant le produit de sa masse  $m$  par le vecteur vitesse  $\vec{v}$ . Nous avons donc  $\vec{P}_{tot} = m \cdot \vec{v}$ .

#### Présentation du théorème d'Euler

Il s'agit ici du théorème d'Euler, et non pas de l'équation d'Euler, vue précédemment.

Que ce soit l'équation d'Euler, ou le théorème de Bernoulli qui en découle, ces relations ne nous permettent pas de comprendre pourquoi un tuyau d'arrosage se met à se tortiller lorsque l'on ouvre le robinet, ou encore d'avoir une idée des forces que subissent les canalisations lors du passage d'un fluide.

Le théorème d'Euler concerne les systèmes ouverts : il s'agit d'un système pouvant échanger de l'énergie, mais aussi de la matière avec l'extérieur.

Il est délimité par une surface fermée, supposée rigide ici, appelée « surface de contrôle », et est constitué par le contenu matériel de cette surface de contrôle.

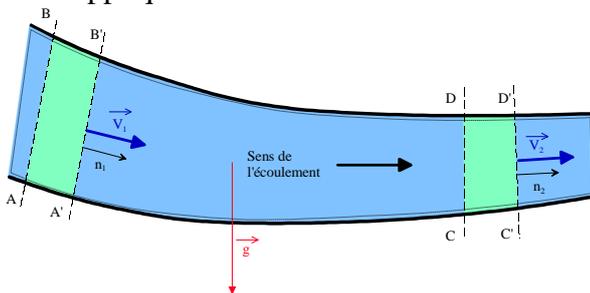
Le système ouvert est le contenu délimité par une « frontière » (par la pensée ou non).

#### Enoncé du théorème d'Euler

La relation fondamentale de la dynamique nous dit que pour modifier d'une petite quantité  $dv$  la vitesse d'un élément de masse  $m$  entre deux instants très proches  $dt$ , il faut appliquer une force  $F$ .

Nous obtenons  $F = m \cdot \frac{dv}{dt}$  avec  $\frac{dv}{dt} = a$ .

Appliquons cela au fluide :



La relation fondamentale de la dynamique nous dit que :

$$\frac{d\vec{P}_{tot}}{dt} = \sum \vec{F}_e \text{ soit } \frac{dm \cdot d\vec{v}}{dt} = \sum \vec{F}_e$$

$$\vec{P}_{tot} = m \cdot \vec{v}$$

$$d\vec{P}_{tot} = d(m \cdot \vec{v}) = m_2 \cdot \vec{v}_2 - m_1 \cdot \vec{v}_1 = \rho \cdot V_2 \cdot \vec{v}_2 - \rho \cdot V_1 \cdot \vec{v}_1$$

$$\text{or } \begin{cases} V_2 = S_2 \cdot dl_2 \\ V_1 = S_1 \cdot dl_1 \end{cases} \text{ et } \begin{cases} v_2 = \frac{dl_2}{dt} \text{ donc } dl_2 = v_2 \cdot dt \\ v_1 = \frac{dl_1}{dt} \text{ donc } dl_1 = v_1 \cdot dt \end{cases}$$

$$d\vec{P}_{tot} = \rho \cdot V_2 \cdot \vec{v}_2 - \rho \cdot V_1 \cdot \vec{v}_1 = \rho \cdot S_2 \cdot dl_2 \cdot \vec{v}_2 - \rho \cdot S_1 \cdot dl_1 \cdot \vec{v}_1 = \rho \cdot S_2 \cdot v_2 \cdot dt \cdot \vec{v}_2 - \rho \cdot S_1 \cdot v_1 \cdot dt \cdot \vec{v}_1$$

$$\text{or } Q_v = S_2 \cdot v_2 = S_1 \cdot v_1$$

$$d\vec{P}_{tot} = \rho \cdot Q_v \cdot dt \cdot \vec{v}_2 - \rho \cdot Q_v \cdot dt \cdot \vec{v}_1 = \rho \cdot Q_v \cdot dt \cdot v_2 \cdot \vec{n}_2 - \rho \cdot Q_v \cdot dt \cdot v_1 \cdot \vec{n}_1$$

$$\frac{d\vec{P}_{tot}}{dt} = \rho \cdot Q_v \cdot (v_2 \cdot \vec{n}_2 - v_1 \cdot \vec{n}_1)$$

Le théorème d'Euler devient donc :  $\rho \cdot Q_v \cdot (v_2 \cdot \vec{n}_2 - v_1 \cdot \vec{n}_1) = \sum \vec{F}_e$  où  $\sum \vec{F}_e$  représente l'ensemble des forces extérieures appliquées à notre surface de contrôle.

### Simplification du théorème d'Euler

Si l'on considère les forces de gravité comme négligeables, seules les forces de pression sont exercées sur notre surface de contrôle. Nous obtenons alors l'équation suivante :

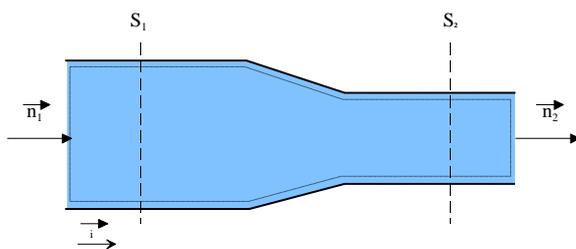
$$\rho \cdot Q_v \cdot (v_2 \cdot \vec{n}_2 - v_1 \cdot \vec{n}_1) = P_2 \cdot S_2 \cdot (-\vec{n}_2) + P_1 \cdot S_1 \cdot (-\vec{n}_1) + \vec{F}_{\text{paroi fluide}}$$

$$\vec{F}_{\text{paroi fluide}} = (\rho \cdot Q_v \cdot v_2 + P_2 \cdot S_2) \cdot \vec{n}_2 - (\rho \cdot Q_v \cdot v_1 + P_1 \cdot S_1) \cdot \vec{n}_1$$

La force exercée par le liquide sur la paroi devient donc :

$$\vec{F}_{\text{fluide/paroi}} = (\rho \cdot Q_v \cdot v_1 + P_1 \cdot S_1) \cdot \vec{n}_1 - (\rho \cdot Q_v \cdot v_2 + P_2 \cdot S_2) \cdot \vec{n}_2$$

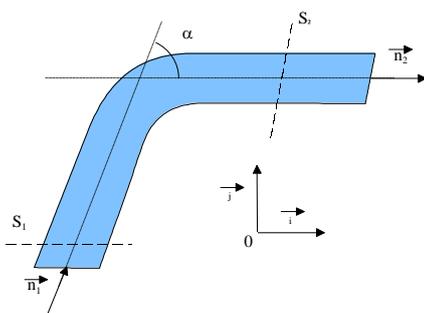
### Application du théorème d'Euler à un changement de section



$$\vec{F}_{\text{fluide/paroi}} = (\rho \cdot Q_v \cdot v_1 + P_1 \cdot S_1) \cdot \vec{n}_1 - (\rho \cdot Q_v \cdot v_2 + P_2 \cdot S_2) \cdot \vec{n}_2$$

$$F_{\text{fluide/paroi}} = Q_m \cdot (v_1 - v_2) + P_1 \cdot S_1 - P_2 \cdot S_2 \text{ selon } \hat{i}$$

### Application du théorème d'Euler à une conduite coudée horizontale



Dans notre repère  $(O, \hat{i}, \hat{j})$ , nos différentes forces ont les coordonnées suivantes :

$$\vec{v}_1 \begin{cases} v_1 \cdot \cos \alpha \\ v_1 \cdot \sin \alpha \end{cases} \quad \vec{v}_2 \begin{cases} v_2 \\ 0 \end{cases} \quad \vec{F}_1 \begin{cases} P_1 \cdot S_1 \cdot \cos \alpha \\ P_1 \cdot S_1 \cdot \sin \alpha \end{cases} \quad \vec{F}_2 \begin{cases} -P_2 \cdot S_2 \\ 0 \end{cases} \quad \text{avec} \begin{cases} S_1 = S_2 = S \\ P_1 \approx P_2 \end{cases} \quad \text{et} \quad v_1 = v_2 = v$$

$$\vec{F}_{\text{canalisation/eau}} \begin{cases} F_x \\ F_y \end{cases} = Q_m \cdot (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) - \vec{F}_{P_2} - \vec{F}_{P_1}$$

$$\begin{cases} F_x \\ F_y \end{cases} = Q_m \cdot \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} v \cdot \cos \alpha \\ v \cdot \sin \alpha \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -P \cdot S \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} P \cdot S \cdot \cos \alpha \\ P \cdot S \cdot \sin \alpha \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} F_x = \rho \cdot S \cdot v^2 \cdot (1 - \cos \alpha) + P \cdot S \cdot (1 - \cos \alpha) \\ F_y = \rho \cdot S \cdot v^2 \cdot \sin \alpha + P \cdot S \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_x = (\rho \cdot S \cdot v^2 + P \cdot S) \cdot (1 - \cos \alpha) \\ F_y = (\rho \cdot S \cdot v^2 + P \cdot S) \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

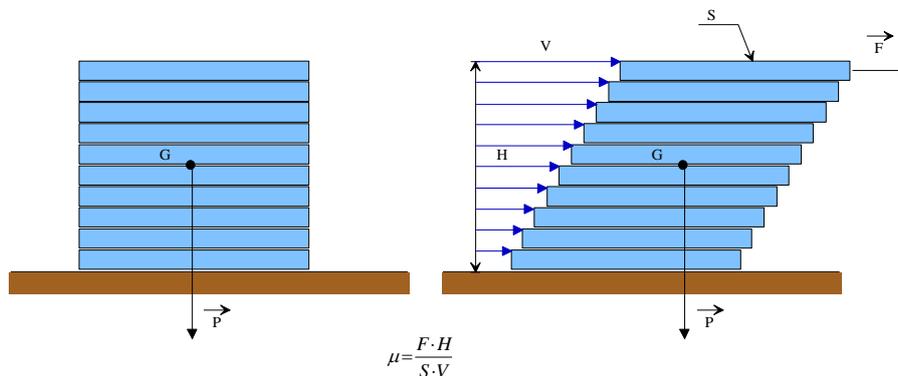
De cette façon, il nous est possible d'étudier les pertes de charge singulières (coudes, élargissements brusques, rétrécissements brusques, ...).

## IV – Dynamique des fluides visqueux et incompressibles

Nous avons considéré précédemment que les fluides étaient parfaits (donc non visqueux) et que par conséquent, il n'y avait pas de frottement sur les parois des canalisations.

La réalité est tout autre.

### IV – 1 – La viscosité dynamique d'un fluide



Une analogie avec un lot de plaques empilées les unes sur les autres va nous permettre de comprendre ce qu'est la viscosité.

Une force  $\vec{F}$  appliquée à la plaque du dessus permet de mettre celle-ci en mouvement et dans une moindre mesure les suivantes. La plaque du dessus s'est déplacée à une vitesse supérieure aux autres.

Les fluides se comportent un peu de la même manière : les particules de fluide situées au centre d'une canalisation se déplacent à une vitesse plus élevée que celles situées près du bord.

Les glissements relatifs que nous pouvons constater sont une manifestation de frottements internes : ce sont des forces de viscosité.

La viscosité traduit la capacité d'un fluide à s'opposer à un écoulement. Plus un fluide est visqueux plus il a de mal à se déplacer.

La viscosité dynamique est définie par le rapport suivant :  $\mu = \frac{F \cdot H}{S \cdot v}$ .

Appliquée à un élément de volume, nous obtenons l'équation :

$$\mu = \frac{dF}{dS} \cdot \frac{dZ}{dV} \quad \text{soit} \quad \frac{dF}{dS} = \mu \cdot \frac{dV}{dZ} = \tau \text{ contrainte tangentielle}$$

plus connue sous la loi de Newton.

Les unités sont les suivantes :

$$\mu \quad [Pa \cdot s] \quad \text{ou} \quad [PI] (\text{Poiseuille}) \quad \text{ou} \quad [Po] (\text{Poise}) \quad 1[Pa \cdot s] = 1[PI] = 10[Po] = 1 \left[ \frac{kg}{m \cdot s} \right]$$

$$F \quad [N] \quad H \quad [m] \quad S \quad [m^2] \quad V \quad \left[ \frac{m}{s} \right]$$

## IV – 2 – La viscosité cinématique d'un fluide

Nous utiliserons fréquemment la viscosité cinématique en hydraulique.

Celle-ci est défini par la relation suivante :  $\nu = \frac{\mu}{\rho} \left[ \frac{m^2}{s} \right]$  avec  $\rho \left[ \frac{kg}{m^3} \right]$ .

$\nu \quad [cSt] (\text{centistocke}) \quad \text{ou} \quad [St] (\text{stocke})$

D'autres unités sont possibles (non SI) :  $1 \left[ \frac{m^2}{s} \right] = 10^4 [St] = 10^6 [cSt]$ .

D'une manière générale, nous retiendrons que la viscosité

- d'un liquide diminue avec la température ;
- d'un gaz augmente avec la température.

## IV – 3 – Quelques valeurs de viscosité

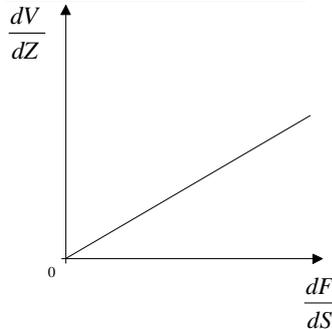
Température [°C]	Eau à 101325 [Pa]		Air sec à 101325 [Pa]	
	$\mu$ [Pa.s]	$\nu$ [m <sup>2</sup> /s]	$\mu$ [Pa.s]	$\nu$ [m <sup>2</sup> /s]
0	$1,79 \cdot 10^{-3}$	$1,79 \cdot 10^{-6}$	$1,72 \cdot 10^{-5}$	$1,33 \cdot 10^{-5}$
10	$1,30 \cdot 10^{-3}$	$1,30 \cdot 10^{-6}$		
20	$9,98 \cdot 10^{-4}$	$1,00 \cdot 10^{-6}$	$1,82 \cdot 10^{-5}$	$1,51 \cdot 10^{-5}$
30	$7,97 \cdot 10^{-4}$	$0,80 \cdot 10^{-6}$		
40	$6,55 \cdot 10^{-4}$	$0,66 \cdot 10^{-6}$	$1,91 \cdot 10^{-5}$	$1,70 \cdot 10^{-5}$
50	$5,43 \cdot 10^{-4}$	$0,55 \cdot 10^{-6}$		
60	$4,72 \cdot 10^{-4}$	$0,48 \cdot 10^{-6}$	$2,00 \cdot 10^{-5}$	$1,89 \cdot 10^{-5}$
70	$4,01 \cdot 10^{-4}$	$0,41 \cdot 10^{-6}$		
80	$3,60 \cdot 10^{-4}$	$0,37 \cdot 10^{-6}$	$2,09 \cdot 10^{-5}$	$2,09 \cdot 10^{-5}$
90	$3,19 \cdot 10^{-4}$	$0,33 \cdot 10^{-6}$		
100	$2,88 \cdot 10^{-4}$	$0,30 \cdot 10^{-6}$	$2,18 \cdot 10^{-5}$	$2,30 \cdot 10^{-5}$

Liquide à 20 [°C]	$\mu$ [Pa.s]	$\nu$ [m <sup>2</sup> /s]
Mercure	$1,56 \cdot 10^{-3}$	$1,15 \cdot 10^{-7}$
Alcool éthylique	$1,20 \cdot 10^{-3}$	$1,52 \cdot 10^{-7}$
Glycérine	0,8	$6,35 \cdot 10^{-4}$
Pétrole brut	$\approx 1,8$	$\approx 1,8 \cdot 10^{-3}$
Essence	$\approx 5,5 \cdot 10^{-4}$	$\approx 7,4 \cdot 10^{-7}$
Gas-oil	$1,25 \cdot 10^{-2}$	$1,4 \cdot 10^{-5}$
Fuel domestique	$< 7,9 \cdot 10^{-3}$	$< 9,5 \cdot 10^{-6}$
Fuel léger	$7,9 \cdot 10^{-3}$ à $45 \cdot 10^{-3}$	$9,5 \cdot 10^{-6}$ à $50 \cdot 10^{-6}$
Fuel lourd n°1	$45 \cdot 10^{-3}$ à $650 \cdot 10^{-3}$	$50 \cdot 10^{-6}$ à $700 \cdot 10^{-6}$
Fuel lourd n°2	$650 \cdot 10^{-3}$ à $3780 \cdot 10^{-3}$	$700 \cdot 10^{-6}$ à $4000 \cdot 10^{-6}$

#### IV – 4 – Fluides newtoniens et non newtoniens

La science qui a pour objet la déformation et l'écoulement des matériaux s'appelle la rhéologie. De cette science découle un classement des fluides en fonction de leurs comportements à une contrainte de cisaillement.

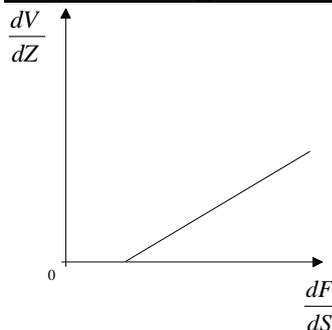
##### Les fluides newtoniens



Un fluide newtonien est un fluide dont l'augmentation de la vitesse est proportionnelle à l'augmentation de la contrainte appliquée. C'est le cas des liquides classiques qui seront étudiés par la suite.

Tous les fluides qui ne suivent pas cette loi sont dits « non newtoniens » et peuvent avoir les propriétés suivantes.

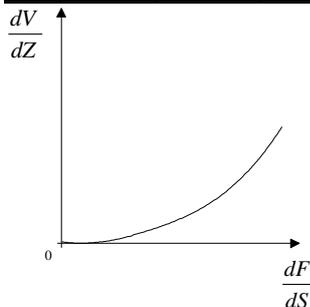
##### Les fluides binghamiens ou plastiques



Un fluide binghamien est un fluide qui ne s'écoulera pas tant que la contrainte appliquée sera inférieure à une certaine valeur. Au dessus de cette valeur, l'écoulement est amorcé et se fait de la même manière que les fluides newtoniens.

Le dentifrice, la pommade, le béton frais, les boues de forage sont des fluides binghamiens.

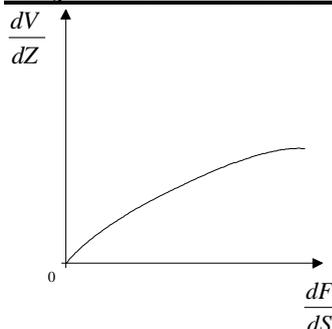
##### Les fluides pseudo-plastiques ou rhéofluidifiants



Un fluide pseudo plastique possède une grande viscosité initiale qui diminue quand il est remué. Cette transformation est réversible et la viscosité redevient importante quand on cesse toute agitation.

La peinture, la pâte à papier, la colle, le savon, la mayonnaise, la purée sont des fluides pseudo plastiques.

##### Les fluides dilatants ou rhéoépaississant

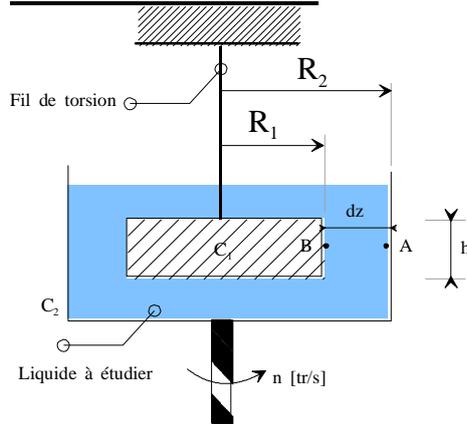


Les fluides dilatants ont une viscosité initiale faible qui augmente avec la contrainte de cisaillement.

Les sables mouvants en sont un exemple classique.

## IV – 5 – Mesure de la viscosité

### Viscosimètre à rotation



Le viscosimètre à rotation comprend 2 cylindres. L'un  $C_1$ , fixe, de rayon  $R_1$  et qui est relié à un fil de torsion dont la constante de torsion est  $C$ . L'autre  $C_2$ , contenant le liquide à étudier et qui est entraîné en rotation par le moteur à la fréquence de  $n$  [tr/s]. Ce cylindre possède un rayon  $R_2$ . Nous désignerons par  $h$  la hauteur du cylindre  $C_1$ .

Dans sa rotation, le cylindre  $C_2$  entraîne le fluide à étudier. Celui-ci a une vitesse linéaire entre les points A et B :

$$\text{- en A : } v_A = 2 \cdot \pi \cdot R_2 \cdot n ;$$

$$\text{- en B : } v_B = 0 \text{ car après une légère rotation, le cylindre reste fixe.}$$

La force due à la viscosité qui s'exerce sur le cylindre  $C_1$  devient :

$$F = \mu \cdot \frac{dV}{dz} \cdot S = \mu \cdot \frac{V_A - V_B}{R_2 - R_1} \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_1 \cdot h .$$

Lorsque l'équilibre du cylindre  $C_1$  est atteint, celui-ci est soumis à un couple de rappel de la part du fil de torsion. Ce couple se traduit par :

$$M_1 = C \cdot \theta \text{ où } \theta \text{ représente l'angle dont tourne le cylindre } C_1 .$$

$$M_2 = F \cdot R_1 \text{ car le cylindre est aussi soumis au moment de la force } F .$$

Nous obtenons donc l'égalité suivante :

$$M_1 = M_2$$

$$C \cdot \theta = F \cdot R_1$$

$$C \cdot \theta = \mu \cdot \frac{V_A - V_B}{R_2 - R_1} \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_1 \cdot h \cdot R_1$$

$$\mu = \frac{R_2 - R_1}{(V_A - V_B) \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_1^2 \cdot h} \cdot C \cdot \theta = \frac{R_2 - R_1}{2 \cdot \pi \cdot R_2 \cdot n \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_1^2 \cdot h} \cdot C \cdot \theta$$

$$\mu = \frac{R_2 - R_1}{4 \cdot \pi^2 \cdot R_2 \cdot n \cdot R_1^2 \cdot h} \cdot C \cdot \theta$$

De cette façon nous pouvons en déduire la viscosité dynamique d'un fluide.

D'autres variantes de ce viscosimètre existent avec par exemple un bain marie et un thermostat pour permettre l'étude des fluides sous différentes températures.

D'autres viscosimètres existent. A vous de les découvrir dans la littérature

## IV – 6 – Expression de Bernoulli avec pertes de charge

Selon l'état de surface intérieur d'une canalisation et la géométrie d'un circuit hydraulique (changement de section, changement de direction, ...) nous pourrions constater des frottements plus ou moins importants exercés par le fluide sur les parois.

Cela va se traduire par des pertes de charge plus ou moins importantes.

Nous avons vu précédemment que l'expression de la charge d'un fluide prenait la forme suivante :

$$H = \frac{P}{\rho \cdot g} + z + \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

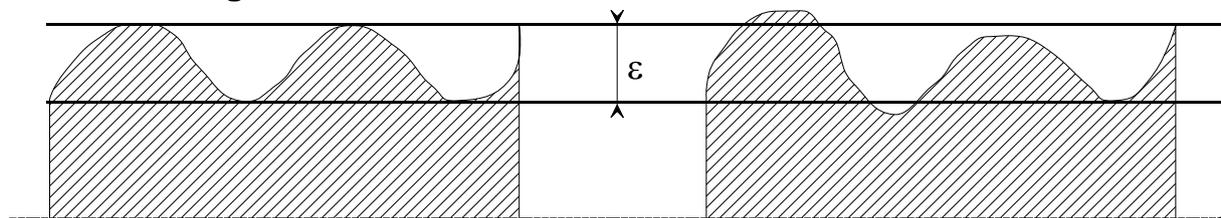
Si entre deux sections différentes, il y a des frottements, nous constaterons une perte de charge que nous pourrions écrire de la façon suivante :

$$H_1 - \Delta H_{12} = H_2$$

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + z_1 + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} - \Delta H_{12} = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + z_2 + \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

$$\Delta H_{12} = \left( \frac{P_1}{\rho \cdot g} + z_1 + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} \right) - \left( \frac{P_2}{\rho \cdot g} + z_2 + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \right)$$

#### IV – 7 – La rugosité absolue



Rugosité homogène

Rugosité hétérogène

On appelle  $\varepsilon$  ou  $k$  la hauteur moyenne des aspérités de la canalisation. Il s'agit de la rugosité absolue.

Ces aspérités sont dues à l'état de surface du matériau constituant la canalisation mais elles évoluent en fonction du temps – le tartre, la corrosion et les dépôts venant modifier sensiblement cette valeur.

#### IV – 8 – La rugosité relative

Pour les calculs de pertes de charge, nous allons plutôt utiliser la rugosité relative  $\frac{\varepsilon}{D}$  (nombre sans unité). Une aspérité aura une importance plus grande dans un tube de plus faible diamètre que dans un grand.

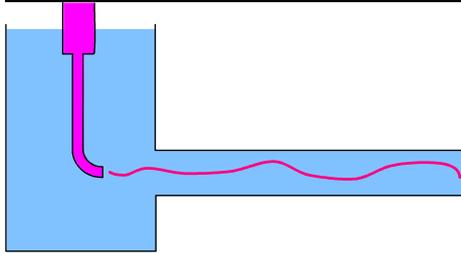
#### IV – 9 – Valeurs de rugosité

Matériau	$\varepsilon$ [mm]
Verre, cuivre, laiton	0,001
Matières plastiques, aluminium	0,002
Acier sans soudure	0,015
Acier soudé	0,03 à 0,1
Acier laminé	0 05
Acier rouillé	0 15 à 0,25
Acier laminé incrusté	1,5 à 3
Acier galvanisé	0,15 à 0,2

Matériau	$\varepsilon$ [mm]
Fonte	0,25
Fonte rouillée	1 à 1,5
Béton lisse	0,3 à 0,8
Béton brut de décoffrage	1 à 3
Béton grossier	5
Massif de briques	2
Planches de bois bien rabotées	0,2 à 0,5
Planches de bois brutes	1 à 1,5

## IV – 10 – Les régimes d'écoulement

### Expérience et nombre de Reynolds

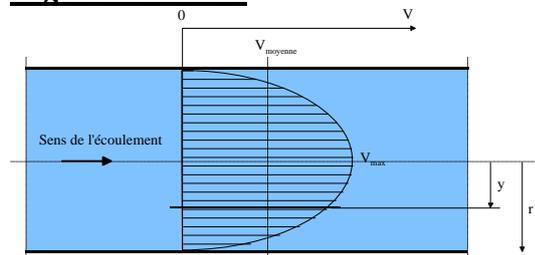


L'expérience de Reynolds consiste à injecter un filet coloré dans un tube en verre où circule un fluide. On contrôle plus ou moins le débit dans le tuyau et ainsi observer 3 comportements distincts. Que l'on nomme régimes d'écoulement.

Ces régimes sont caractérisés par un nombre : le nombre de Reynolds :  $Re = \frac{V \cdot D}{\nu}$ .

Ces conditions limites variant selon l'expérimentateur et selon les conditions de l'expérience, elles peuvent offrir des valeurs légèrement différentes dans la littérature.

### Régime laminaire



$$V_y = V_{\max} \cdot \left(1 - \left(\frac{y}{r}\right)^2\right)$$

A une faible vitesse de fluide, la trajectoire du colorant reste horizontale : c'est le régime laminaire.

Nous sommes en régime laminaire lorsque  $Re < 2000$ .

Nous remarquons que la distribution des vitesses est parabolique. La vitesse maximale sur l'axe de la canalisation vaut le double de la vitesse moyenne.

La vitesse critique pour laquelle nous sommes à la limite du régime laminaire est :

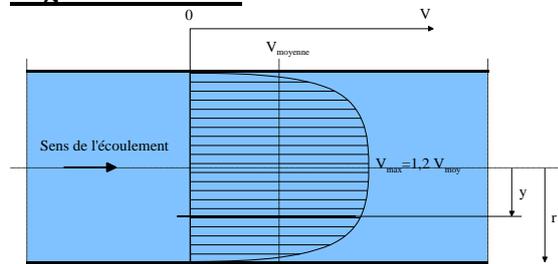
$$v_{\text{critique}} = \frac{2000 \cdot \nu}{D}$$

### Régime transitoire

Si nous augmentons la vitesse du fluide dans la canalisation, nous passons dans une zone d'incertitude où le régime d'écoulement peut-être laminaire ou turbulent ou passer de l'un à l'autre.

Le régime transitoire est caractérisé par les bornes  $2000 < Re < 3000$ .

### Régime turbulent



$$V_y = V_{\max} \cdot \left(1 - \frac{y}{r}\right)^{\frac{1}{7}}$$

Si nous augmentons encore la vitesse du fluide, le colorant va se mettre à onduler et puis va se mélanger dans le fluide.

Le déplacement des particules est jugé comme aléatoire.

Nous sommes en régime turbulent pour  $3000 < Re$ .

Nous pouvons distinguer un régime turbulent rugueux et un régime turbulent lisse selon l'épaisseur relative des aspérités des tuyauteries.

## V – Pertes de charges singulières et linéaires

Il s'agit des pertes de charge qui résultent des modifications locales des conditions d'écoulement. Elles résultent donc :

- de rétrécissements et / ou d'élargissements brusques ;
- de convergents ou de divergents ;
- de changements de direction, de coudes, de tés ;
- d'instrument de mesure (tube de Pitot, tube de Venturi) ;
- de passages d'obstacles.

### V – 1 – Expression générale des pertes de charge singulières

Ces pertes de charge sont proportionnelles au carré de la vitesse du fluide.

Elles s'expriment par la relation :

$$\Delta H_{12} = \zeta \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} \quad \text{où : } \zeta \text{ représente le coefficient de pertes de charges singulière .}$$

Quelques exemples de pertes de charges singulières sont donnés en annexe de ce document.

### V – 2 - Expression générale des pertes de charge linéaires

Ces pertes de charge sont dues aux frottements le long des longueurs droites de tuyauterie et sont proportionnelles à la longueur de la tuyauterie ainsi qu'au carré de la vitesse du fluide.

Elles s'expriment par la relation :

$$\Delta H_{12} = j \cdot L \quad \text{où : } \lambda \text{ représente le coefficient de pertes de charges linéaire (sans unité);}$$

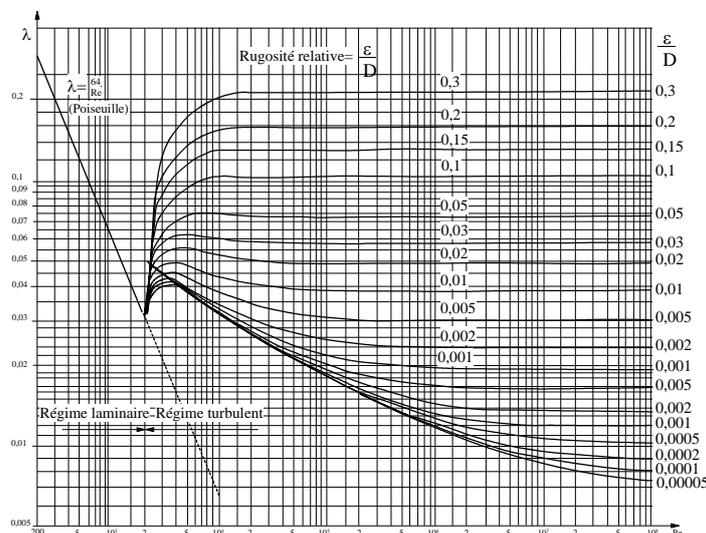
$j \text{ représente la perte de charge linéique } \left[ \frac{\text{mCE}}{\text{m}} \right]$

$$j = \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

$$\Delta H_{12} = \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} \cdot L$$

Les valeurs de  $j$  peuvent être déterminées à partir d'abaques (documentation constructeurs) ou à partir du diagramme de Moody

### Diagramme de Moody (voir en annexe)



### Régime laminaire

En regardant le profil des vitesses du régime laminaire, nous nous apercevons que la vitesse au voisinage de la conduite est très faible et donc que le frottement s'en trouve réduit même en présence de fortes aspérités.

La perte de charge sera principalement due aux frottements des filets de fluide entre eux dus à la viscosité du fluide.

Le coefficient de perte de charge linéique ne dépend donc que du nombre de Reynolds :

$$\text{Formule de Poiseuille : } \lambda = \frac{64}{\text{Re}}$$

### Régime turbulent

Nous ne savons pas déterminer de manière théorique le coefficient de perte de charge linéaire car les phénomènes en présence dans le cas des régimes turbulents est complexe. Les formules qui sont proposées sont issues de l'expérience et dépendent beaucoup des chercheurs.

Dans le cas des régimes turbulents rugueux, les pertes de charge ne dépendent que des frottements du fluide sur les aspérités de la canalisation et donc de la rugosité relative :  $\frac{\varepsilon}{D}$ .

La formule la plus reconnue pour les écoulements turbulents est la formule de Colebrook :

$$\text{Formule de Colebrook : } \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log \left( \frac{2,51}{\text{Re} \cdot \sqrt{\lambda}} + \frac{\varepsilon}{3,71 \cdot D} \right)$$

Cette formule est implicite et ne peut donc se résoudre qu'à l'aide d'approximations successives.

Pour un domaine où :  $4000 < \text{Re} < 100000$ , nous pouvons utiliser la formule de Blasius comme formule approchée :

$$\text{Formule de Blasius : } \lambda = 0,316 \cdot \text{Re}^{-0,25}$$

## **V – 3 – Nouvelle expression de la relation de Bernoulli**

Compte tenu des pertes de charge singulières et linéaires, nous pouvons généraliser la relation de Bernoulli.

### En hauteur

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + z_1 + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} - \sum_{i=1}^n \left( \zeta_i + \lambda_i \cdot \frac{l_i}{D_i} \right) \cdot \frac{v_i^2}{2 \cdot g} = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + z_2 + \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

### En pression

$$P_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 + \rho \cdot \frac{v_1^2}{2} - \sum_{i=1}^n \left( \zeta_i + \lambda_i \cdot \frac{l_i}{D_i} \right) \cdot \rho \cdot \frac{v_i^2}{2} = P_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \rho \cdot \frac{v_2^2}{2}$$

### En énergie massique

$$\frac{P_1}{\rho} + g \cdot z_1 + \frac{v_1^2}{2} - \sum_{i=1}^n \left( \zeta_i + \lambda_i \cdot \frac{l_i}{D_i} \right) \cdot \frac{v_i^2}{2} = \frac{P_2}{\rho} + g \cdot z_2 + \frac{v_2^2}{2}$$

---

# MACHINES HYDRAULIQUES

## **I – Définition et domaine d'application**

Les pompes sont des appareils qui génèrent une différence de pression entre les tubulures d'entrée et de sortie. Suivant les conditions d'utilisation, ces machines communiquent au fluide, de l'énergie potentielle (par accroissement de la pression en aval) soit de l'énergie cinétique par la mise en mouvement du fluide.

Ainsi, on peut vouloir augmenter le **débit** (accroissement d'énergie cinétique) **ou/et** augmenter la **pression** (accroissement d'énergie potentielle) pour des fluides gazeux, liquides, visqueux, très visqueux....

C'est pourquoi la diversité des pompes est très grande.

Nous distinguerons deux grandes catégories de pompes :

- les pompes volumétriques : *ce sont les pompes à piston, à diaphragme, à noyau plongeur... et les pompes rotatives telles que les pompes à vis, à engrenages, à palettes, péristaltiques.... Lorsque le fluide véhiculé est un gaz, ces pompes sont appelées compresseur» ;*
- les turbopompes : *ces pompes sont toutes rotatives. Ce sont des pompes centrifuges, à hélice, ou hélico centrifuges.*

Une autre distinction peut être faite : les circulateurs ne vont servir qu'à vaincre les pertes de charge et à mettre le fluide en mouvement dans un circuit fermé alors que les pompes sont utilisées dans un circuit ouvert. Il ne s'agit là que d'une question de langage.

## **II – Les différents types de machines hydrauliques**

### **II – 1 – Les pompes volumétriques**

#### **Principe**

Une pompe volumétrique se compose d'un corps de pompe parfaitement clos à l'intérieur duquel se déplace un élément mobile rigoureusement ajusté.

Leur fonctionnement repose sur le principe suivant:

- exécution d'un mouvement cyclique ;
- pendant un cycle, un volume déterminé de liquide pénètre dans un compartiment avant d'être refoulé à la fin.

Ce mouvement permet le déplacement du liquide entre l'orifice d'aspiration et l'orifice de refoulement.

On distingue généralement:

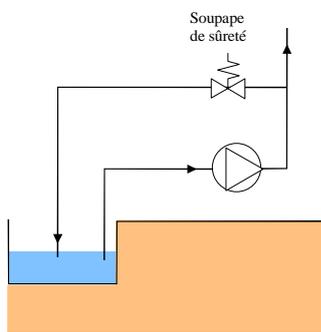
- les pompes volumétriques rotatives : *ces pompes sont constituées par une pièce mobile animée d'un mouvement de rotation autour d'un axe, qui tourne dans le corps de pompe et crée le mouvement du liquide pompé par déplacement d'un volume depuis l'aspiration jusqu'au refoulement ;*
- les pompes volumétriques alternatives: *la pièce mobile est animée d'un mouvement alternatif.*

Les pompes volumétriques sont généralement auto-amorçantes. Dès leur mise en route elles provoquent une diminution de pression en amont qui permet l'aspiration du liquide.

Les pompes volumétriques permettent d'obtenir des hauteurs manométriques totales beaucoup plus élevées que les pompes centrifuges. La pression au refoulement est ainsi plus importante. Le débit est par contre généralement plus faible mais il ne dépend pratiquement pas des caractéristiques du réseau.

Le rendement est souvent voisin de 90 %.

Si la canalisation de refoulement est bouchée, il faut arrêter immédiatement une pompe volumétrique dans cette situation pour éviter les risques d'une augmentation de pression très importante dans la pompe qui pourrait entraîner de graves détériorations.



S'il y a possibilité de fermetures de vannes placées sur le circuit de refoulement, il faut prévoir un dispositif de sécurité à la sortie de la pompe : une dérivation équipée d'une soupape de sûreté et reliée au réservoir d'aspiration constitue une bonne solution.

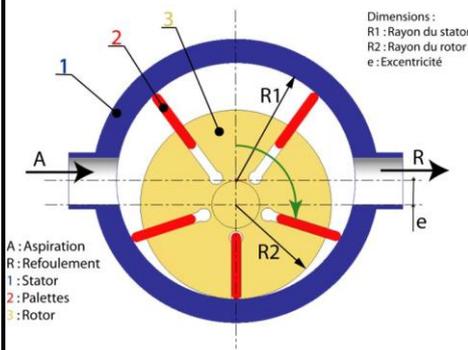
Le réglage du débit s'effectue en agissant sur la vitesse de rotation du rotor pour les pompes rotatives et sur la fréquence ou la course du piston pour les pompes alternatives.

L'utilisation d'une vanne de réglage sur le circuit de refoulement est bien entendu à proscrire.

## Pompes volumétriques rotatives

- Pompes à palettes libres

### *Fonctionnement :*



Un corps cylindrique fixe communique avec les orifices d'aspiration et de refoulement. A l'intérieur se trouve un cylindre plein, le rotor, tangent intérieurement au corps de la pompe et dont l'axe est excentré par rapport à celui du corps.

Le rotor est muni de 2 à 8 fentes diamétralement opposées deux à deux, dans lesquelles glissent des palettes que des ressorts appuient sur la paroi interne du stator. Le mouvement du rotor fait varier de façon continue les différentes capacités comprises entre les cylindres et les palettes en créant ainsi une aspiration du liquide d'un côté et un refoulement de l'autre.

### *Caractéristiques et utilisation :*

Ce sont des pompes caractérisées par des débits allant jusqu'à 100 [m<sup>3</sup>/h] et des pressions au refoulement de 4 à 8 [bar]. Elles conviennent aux liquides peu visqueux.

### *Avantages :*

Il n'y a pas de brassage, ni d'émulsionnage du liquide pompé et le débit est régulier. La marche de la pompe est réversible.

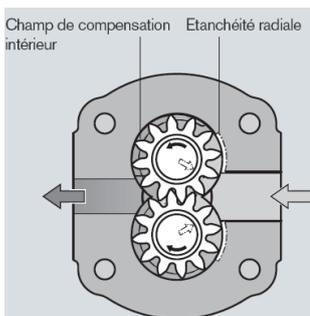
### *Inconvénients :*

Il y a une usure du corps par frottement des palettes et le pompage des produits visqueux est difficile.

- Pompes à engrenages extérieurs

### *Fonctionnement :*

Elle est constituée par deux engrenages tournant à l'intérieur du corps de pompe. Le principe consiste à aspirer le liquide dans l'espace compris entre deux dents consécutives et à le faire passer vers la section de refoulement.



### *Caractéristiques et utilisation :*

Ces pompes peuvent atteindre des pressions au refoulement de l'ordre de 5 à 30 [bar].

Les débits peuvent atteindre 300 [m<sup>3</sup>/h].

La hauteur manométrique maximale est de 50 à 200 [mCE]. Elles n'admettent pas le passage de particules solides sous peine de destruction.

Elles sont utilisées pour les produits autolubrifiants et alimentaires.

### *Avantages :*

Le débit y est régulier et les clapets ne sont pas nécessaires.

La marche de la pompe est réversible.

### *Inconvénients :*

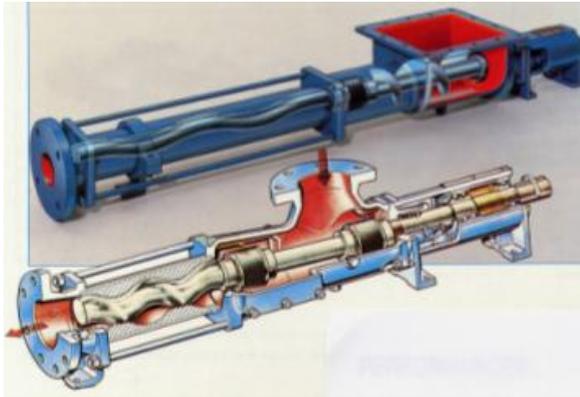
Nous y rencontrons de nombreuses pièces d'usure.

Cette pompe ne peut pas véhiculer des fluides avec des particules solides ou des produits abrasifs - la présence de traces de solide ayant pour effet d'accélérer l'usure mécanique des pignons et de diminuer l'étanchéité entre le corps de pompe et les dents.

- Pompes à rotor hélicoïdal excentré

**Fonctionnement :**

Elles sont composées de deux engrenages hélicoïdaux : le rotor tourne à l'intérieur du stator. Le mouvement tournant excentré du rotor permet de véhiculer le produit pompé.



**Caractéristiques et utilisation :**

Ces pompes peuvent atteindre des pressions au refoulement de 20 à 60 [bar]. Le débit est de 500 [m<sup>3</sup>/h]. Elles sont utilisées notamment pour les produits pétroliers et les produits alimentaires. Son utilisation pour alimenter les filtres-presses est fréquentes.

**Avantages :**

Le passage de particules solides, de produits abrasifs et de boues est tout à fait possible.

Le débit assuré par ce type de pompe est régulier et la marche y est réversible.

**Inconvénients :**

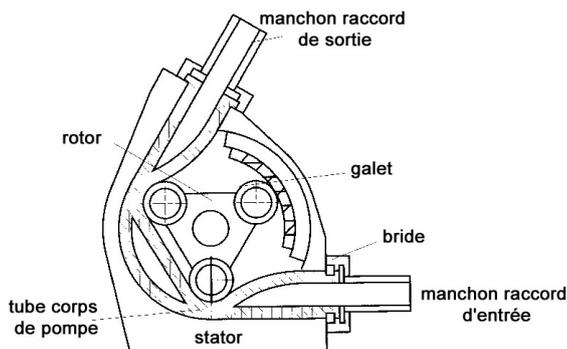
Ce type de pompe ne supporte pas de fonctionner à sec.

La maintenance est assez difficile et coûteuse et l'encombrement important.

- Pompes péristaltiques

**Fonctionnement :**

L'effet de pompage est obtenu par la compression d'un tube en élastomère par des galets fixés sur le rotor. Les galets, en se déplaçant, entraînent le liquide jusqu'au refoulement.



**Caractéristiques et utilisation :**

Elles permettent de pomper des liquides très abrasifs et chargés à un débit pouvant aller jusqu'à 50 [m<sup>3</sup>/h]. La pression au refoulement est de 15 [bar].

La hauteur manométrique maximale est de 160 [mCE].

Elles s'utilisent pour les produits chimiques et alimentaires.

**Avantages :**

Il est possible de l'utiliser comme pompe doseuse.

**Inconvénients :**

Le débit de ce type de pompe est limité et le refoulement très saccadé.

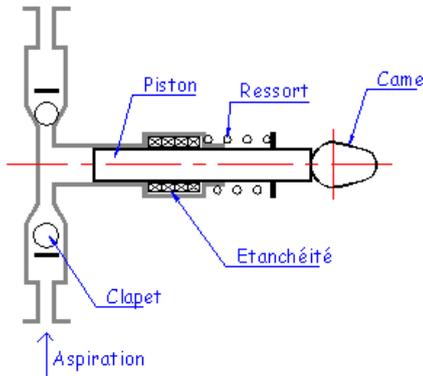
La température d'utilisation est assez faible.

## Pompes volumétriques alternatives

- Pompes à piston

### *Fonctionnement :*

Ce type de pompe fonctionne grâce aux variations de volume occasionné par le déplacement d'un piston dans un cylindre. Ces déplacements alternativement dans un sens ou dans l'autre produisent des phases d'aspiration et de refoulement.



Quand le piston se déplace dans un sens le liquide est comprimé : il y a fermeture du clapet d'admission et ouverture du clapet de refoulement. Le fonctionnement est inverse lors de l'aspiration du liquide dans la pompe. Une membrane est parfois liée au piston.

### *Caractéristiques et utilisation :*

Elles ne conviennent que pour des débits moyens de l'ordre de 80 [m<sup>3</sup>/h].

L'intérêt des membranes est l'utilisation avec des produits chimiques corrosifs, abrasifs ou acides.

La pression au refoulement peut aller jusqu'à 25 [bar].

### *Avantages :*

Elles fonctionnent à sec sans dommage et leur rendement est bon (> 90%).

### *Inconvénients :*

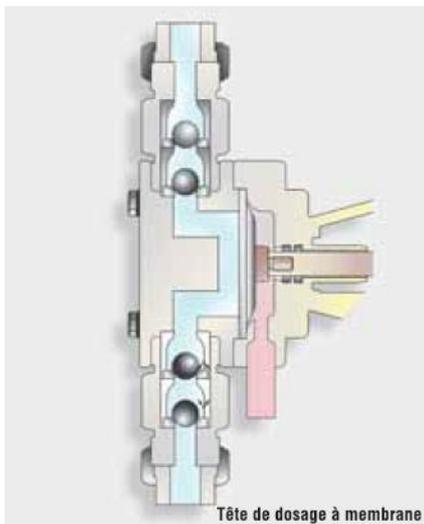
Leur débit est relativement limité et les fluides véhiculés doivent avoir une viscosité assez faible.

Le pompage de particules solides est impossible : la pompe ne fonctionne bien que si l'étanchéité est parfaite entre le cylindre et le piston.

Il existe des pulsations importantes au refoulement : on peut remédier à ceci en utilisant des dispositifs de pots antibéliers.

- Pompes doseuses

### *Fonctionnement :*



Ce type de pompe fonctionne grâce aux variations de volume occasionné par le déplacement d'un piston ou d'une membrane. L'introduction d'un débit bien déterminé de liquides est rendue possible grâce à un dispositif précis de réglage de la course du piston et de sa fréquence.

### *Caractéristiques et utilisation :*

Elles ont des débits relativement faibles (de quelques [l/h] à quelques [m<sup>3</sup>/h]) et peuvent mettre en oeuvre des pressions au refoulement allant jusqu'à 300 [bar].

Elles sont auto-amorçantes mais n'acceptent que des viscosités faibles.

Les principales applications sont :

- le dosage fin de produits chimiques ;
- l'injection de carburant pour les véhicules automobiles.

## II – 2 – Les pompes centrifuges ou turbomachines

### Principe de fonctionnement

Une pompe centrifuge est constituée par :

- une roue à aubes tournant autour de son axe ;
- un distributeur dans l'axe de la roue ;
- un collecteur de section croissante, en forme de spirale appelée volute.

Le liquide arrive dans l'axe de l'appareil par le distributeur et la force centrifuge le projette vers l'extérieur de la turbine. Il acquiert une grande énergie cinétique qui se transforme en énergie de pression dans le collecteur où la section est croissante.

L'utilisation d'un diffuseur (roue à aubes fixe) à la périphérie de la roue mobile permet une diminution de la perte d'énergie.

### Amorçage

Les pompes centrifuges ne peuvent s'amorcer seules. L'air contenu nécessite d'être préalablement chassé. On peut utiliser un réservoir annexe placé en charge sur la pompe pour réaliser cet amorçage par gravité.

Pour éviter de désamorcer la pompe à chaque redémarrage il peut être intéressant d'utiliser un clapet anti-retour au pied de la canalisation d'aspiration.

### Caractéristiques

Les hauteurs manométriques totales fournies ne peuvent dépasser quelques dizaines de mètres. Pour dépasser ces valeurs on utilise des pompes centrifuges multicellulaires où plusieurs roues sont montées en série sur le même arbre.

Le refoulement d'une des pompes communique avec l'aspiration de la pompe suivante.

Il est également possible de coupler en série plusieurs de ces pompes.

Le rendement est de l'ordre de 60 à 70 % : il est inférieur à celui des pompes volumétriques.

Les pompes centrifuges vérifient des lois (lois de similitude) qui à partir d'une courbe caractéristique établie pour une vitesse de rotation  $N$  de la roue de la pompe permettent d'obtenir la caractéristique pour une vitesse de rotation  $N'$  quelconque.

Les lois de similitude permettent de déterminer  $Q_{v_{N'}}$ ,  $H_{t_{N'}}$  et  $P_{N'}$ :

$$Q_{v_{N'}} = Q_{v_N} \cdot \frac{N'}{N} \quad H_{t_{N'}} = H_{t_N} \cdot \left(\frac{N'}{N}\right)^2 \quad P_{t_{N'}} = P_{t_N} \cdot \left(\frac{N'}{N}\right)^3$$

On peut ainsi reconstruire point par point les caractéristiques pour la vitesse de rotation  $N'$  en prenant des points différents des caractéristiques établies pour la vitesse  $N$ .

### Utilisation

Ce sont les pompes les plus utilisées dans le domaine industriel à cause de la large gamme d'utilisation qu'elles peuvent couvrir, de leur simplicité et de leur faible coût.

Néanmoins, il existe des applications pour lesquelles elles ne conviennent pas:

- utilisation de liquides visqueux: la pompe centrifuge nécessaire serait énorme par rapport aux débits possibles ;
- utilisation de liquides "susceptibles" c'est-à-dire ne supportant pas la très forte

- agitation dans la pompe (liquides alimentaires tels que le vin, le lait et la bière) ;
- utilisation comme pompe doseuse : la nécessité de réaliser des dosages précis instantanés risque d'entraîner la pompe en dehors de ses caractéristiques optimales.

Ces types d'application nécessitent l'utilisation de pompes volumétriques.

Par contre contrairement à la plupart des pompes volumétriques, les pompes centrifuges admettent les suspensions chargées de solides.

### **Fonctionnement avec la canalisation de refoulement bouchée**

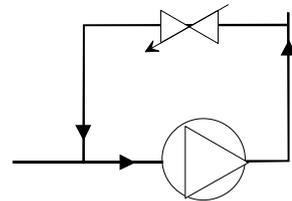
Ce type de fonctionnement consécutif à une erreur est sans danger s'il ne se prolonge pas trop. Le risque à la longue est l'échauffement de la pompe, car le liquide n'évacue plus la chaleur. A ce moment la pompe peut se détériorer et ce d'autant plus qu'elle comporte des parties en plastique.

*Remarque: pour une pompe centrifuge fonctionnant avec un moteur électrique, on comprend qu'il est préférable de démarrer la pompe centrifuge avec la vanne de refoulement fermée. En effet pour un débit nul la puissance consommée est alors la plus faible ce qui constitue un avantage pour un moteur électrique car l'intensité électrique le traversant est alors la plus faible. Les contraintes mécaniques sont également les plus faibles dans ce cas. Bien entendu il faut assez rapidement ouvrir cette vanne sous peine d'entraîner un échauffement de la pompe.*

### **Réglage du débit**

Trois moyens sont possibles:

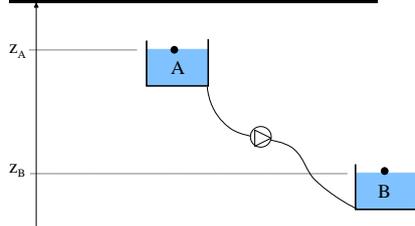
- variation de la vitesse de rotation de la pompe par un dispositif électronique ;
- vanne de réglage située sur la canalisation de refoulement de la pompe pour éviter le risque de cavitation : suivant son degré d'ouverture, la perte de charge du réseau va augmenter ou diminuer ce qui va entraîner la variation du point de fonctionnement ;
- réglage en "canard" avec renvoi à l'aspiration d'une partie du débit.



Le réglage du débit est important pour des besoins dus au procédé mais aussi pour se placer dans des plages de fonctionnement où le rendement est meilleur.

## II – 3 – Les turbines

### Principe de fonctionnement



On fait écouler de l'eau d'un point haut vers un point bas à travers une conduite forcée. En arrivant au point bas l'eau est captée par une turbine qui transforme l'énergie du fluide en énergie mécanique faisant tourner un alternateur (par exemple ou une machine outil) produisant de l'électricité.

L'équation de Bernoulli généralisée s'écrit alors :

$$\frac{P_A}{\rho \cdot g} + \frac{v_A^2}{2 \cdot g} + z_A - \Delta H_{AB} - H_m = \frac{P_B}{\rho \cdot g} + \frac{v_B^2}{2 \cdot g} + z_B$$

$$H_m = z_A - z_B - \Delta H_{AB}$$

La puissance de la turbine se déduit directement :

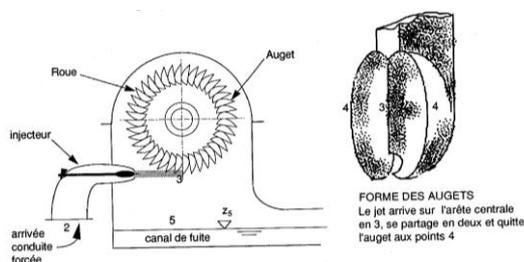
$$P = \rho \cdot g \cdot Q_v \cdot H_m$$

Il existe deux grandes familles de turbines :

- les turbines à action : ce sont des turbines comportant des augets à l'air libre qui ne modifient que la direction de l'écoulement. (turbines Pelton) ;
- les turbines à réaction : ce sont des turbines comportant des aubes ou des pales qui sont dans les conduites en charge, elles modifient la direction, la vitesse de l'écoulement et la pression. (turbines Francis et à Hélices).

### Les différentes types de turbines :

#### Les turbines Pelton

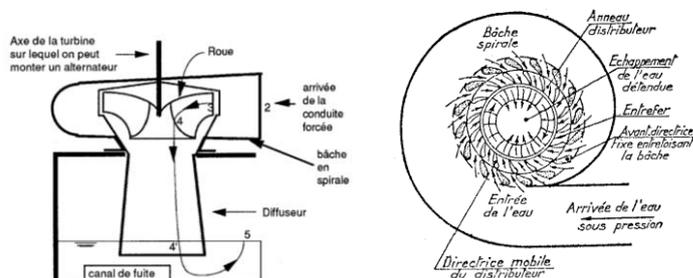


L'eau arrive par l'injecteur (2), frappe l'auget en (3) et retombe dans le canal de fuite (5).

On transforme l'énergie potentielle en énergie cinétique :  $v_3 = \sqrt{2gH_n}$ .

On l'utilise pour les hautes chutes de 100 à 2000 m.

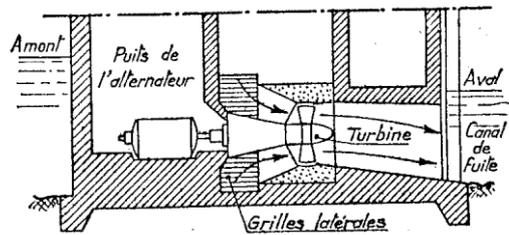
#### Les turbines Francis



L'eau sous pression arrive en (2) passe dans les aubes directrices (3) fixes puis par la roue mobile (4) et s'écoule dans le canal de fuite (4',5) au centre de la roue.

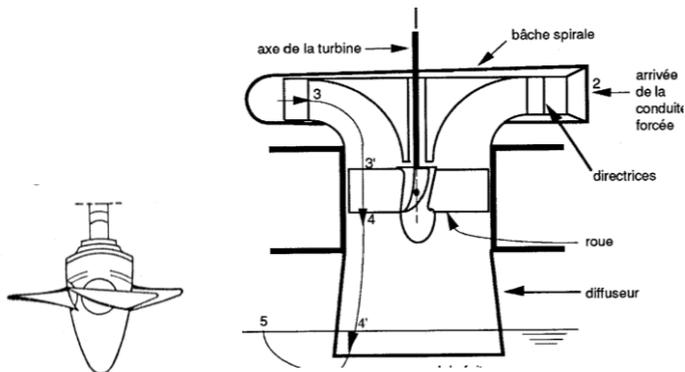
Elles ressemblent à une pompe centrifuge montée à l'envers. Elles sont utilisées pour des hauteurs de chute moyenne de 20 à 100 m.

## Les turbines à hélices (ex : Turbines Kaplan)



Les turbines Kaplan ont des pales orientables de manière à avoir un rendement optimum quelque soit le débit. Les roues ont de trois à huit pales. On a des risques de cavitation sur ces turbines.

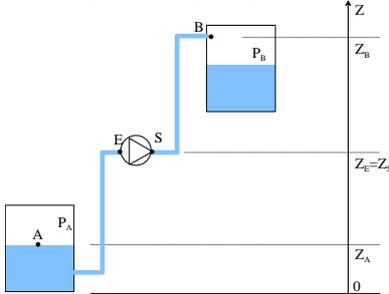
Elles sont utilisées pour les basses chutes inférieures à 20 m.



### III – Les caractéristiques d'une pompe

#### III – 1 – La hauteur manométrique

La hauteur manométrique  $H_{mt}$  d'une pompe correspond à la charge totale qui est donnée au fluide par une pompe.



Sur l'installation ci-contre, la pompe tourne à vitesse constante et élève le liquide dans le réservoir inférieur et le rejette dans le réservoir supérieur.

Entre A et E, le fluide s'élève par aspiration : la pompe travaille par aspiration.

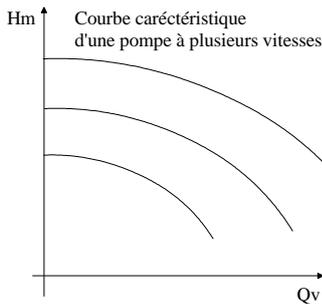
Entre S et B, la pompe travaille au refoulement.

L'application du théorème de Bernoulli entre A et B nous donne :

$$\frac{P_A}{\rho \cdot g} + Z_A + \frac{V_A^2}{2 \cdot g} + H_{mt} - \Delta H_{A-B} = \frac{P_B}{\rho \cdot g} + Z_B + \frac{V_B^2}{2 \cdot g}$$

La hauteur manométrique correspond en général à :

$$H_{mt} = \frac{P_S - P_E}{\rho \cdot g}$$



Cette caractéristique va dépendre de plusieurs paramètres :

- nature de la pompe ;
- usure, vitesse de rotation de la pompe ;
- débit de fluide dans la pompe et résistance hydraulique du réseau.

Cette caractéristique est en général fournie par le constructeur avec d'autres courbes comme le NPSH d'aspiration en fonction du débit ou le rendement en fonction du débit.

#### III – 2 – Puissance et rendement

La puissance fournie au fluide par la pompe est la puissance utile et s'exprime par la relation suivante :

$$P_u = \rho \cdot g \cdot q_v \cdot H_{mt} \quad \text{avec}$$

$P_u$  Puissance utile en [W]  
 $\rho$  masse volumique en  $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$   
 $g$  pesanteur en  $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$   
 $q_v$  débit volumique en  $\left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right]$   
 $H_{mt}$  hauteur manométrique en [m]

En introduisant différents rendements, nous obtenons les relations suivantes :

Puissance absorbée par le moteur : $P_{abs}$	Rendement moteur : $\eta_m$	Puissance absorbée par la pompe : $P_{ap}$	Rendement pompe : $\eta_p$	Puissance utile hydraulique : $P_u$
---	--------------------------------	---	-------------------------------	--

$$\eta_p = \frac{P_u}{P_{ap}} \quad \eta_m = \frac{P_{ap}}{P_{abs}}$$

### III – 3 – La cavitation et le N.P.S.H.

#### La cavitation



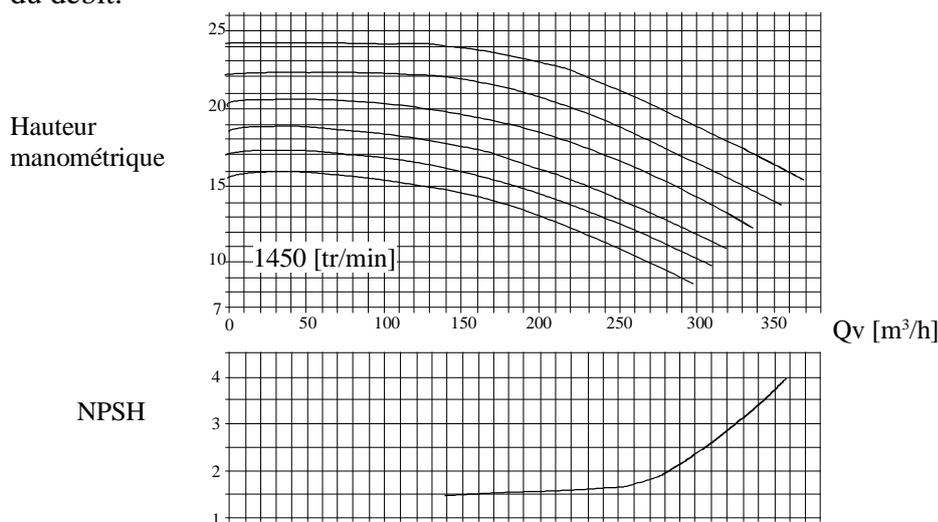
Les possibilités pour une pompe de fonctionner à l'aspiration sont d'une grande importance quand la hauteur géométrique d'aspiration est importante, mais aussi quand le liquide est volatil (ou la température élevée, ou stockée sous vide, ...).

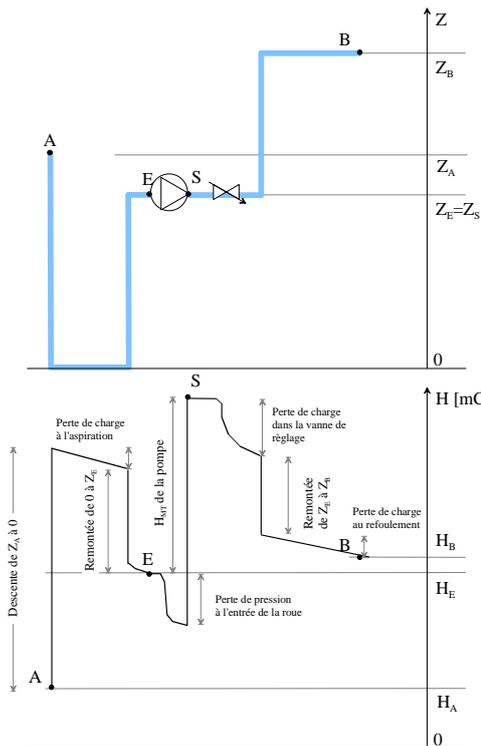
La critère de faisabilité est le N.P.S.H. (Net Positive Suction Head) qui sert à définir la pression nécessaire à l'entrée de la roue pour obtenir un bon fonctionnement de la pompe (maintenir en tout point de la pompe une pression supérieure à la pression de vapeur saturante  $P_{vs}$ ), de façon à éviter tout risque de cavitation.

Si l'on venait à passer en dessous de la pression de vapeur saturante, l'eau se transformerait en vapeur. Nous aurions alors un bruit caractéristique ainsi qu'une érosion rapide à l'intérieur de la pompe (phénomène similaire sur les hélices des bateaux). Nous avons donc un martèlement qui endommage le métal de la pompe.

#### Le N.P.S.H. (Net Positive Suction Head)

Il s'agit de la « Charge Positive Nette à l'Aspiration ». Pour éviter le phénomène de cavitation, il faudra respecter le N.P.S.H.<sub>requis</sub> fourni par le constructeur de la pompe sous forme de courbe. Il s'agit du supplément minimum de pression qu'il faut rajouter à la pression de vapeur saturante au niveau de l'entrée de la pompe pour que la pression à l'intérieur de la pompe ne puisse pas être inférieure à la pression de vapeur saturante. Cette valeur est fonction du débit.





La formule du NPSH est donnée par :

$$NPSH_{dispo} = \frac{P_E}{\rho \cdot g} + \frac{V_E^2}{2 \cdot g} - \frac{P_V^{sat}}{\rho \cdot g}$$

$$NPSH_{dispo} = \frac{P_E - P_V^{sat}}{\rho \cdot g} + \frac{V_E^2}{2 \cdot g}$$

Lorsque  $P_E$  n'est pas mesuré, nous pouvons le calculer en écrivant l'équation de Bernoulli appliquée entre A et E :

$$\frac{P_A}{\rho \cdot g} + \frac{V_A^2}{2 \cdot g} + Z_A - \Delta H_{A \rightarrow E} = \frac{P_E}{\rho \cdot g} + \frac{V_E^2}{2 \cdot g} + Z_E$$

$$\frac{P_E}{\rho \cdot g} + \frac{V_E^2}{2 \cdot g} = \frac{P_A}{\rho \cdot g} + \frac{V_A^2}{2 \cdot g} + Z_A - Z_E - \Delta H_{A \rightarrow E}$$

$$NPSH_{dispo} = \frac{P_E - P_V^{sat}}{\rho \cdot g} + \frac{V_E^2}{2 \cdot g} = \frac{P_A - P_V^{sat}}{\rho \cdot g} + \frac{V_A^2}{2 \cdot g} + Z_A - Z_E - \Delta H_{A \rightarrow E}$$

Tous les calculs se font ici en pression absolue.

Dans le cas de l'eau liquide :

$$P_V^{sat} = 10^{\left( \frac{2,7877 + \frac{7,625\theta}{241,6 + \theta}}{1} \right)} [Pa]$$

$\theta$  : température en [°C]

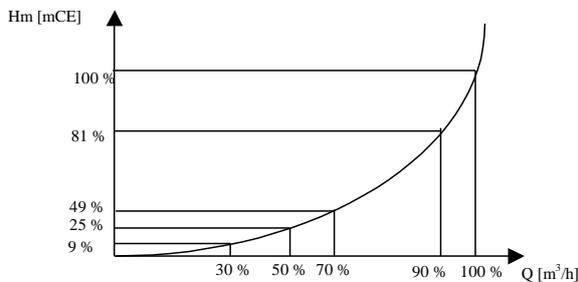
Dans tous les cas, nous vérifierons :

$$NPSH_{dispo} > NPSH_{requis}$$

### III – 4 – Point de fonctionnement

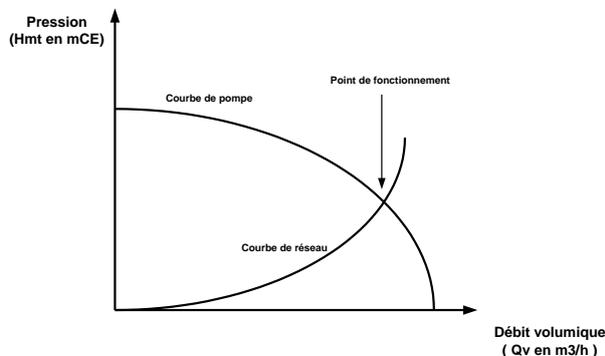
Comme nous l'avons vu précédemment, à un débit donné correspond une perte de pression ou une perte de charge due aux frottements et aux accidents de parcours.

Ces pertes de charge varient avec le carré du débit. Nous obtenons donc une courbe caractéristique en forme de parabole.



$$\frac{\Delta H_1}{\Delta H_2} = \left( \frac{Qv_1}{Qv_2} \right)^2$$

Le rapport des pertes de charge varie en fonction du carré du rapport des débits

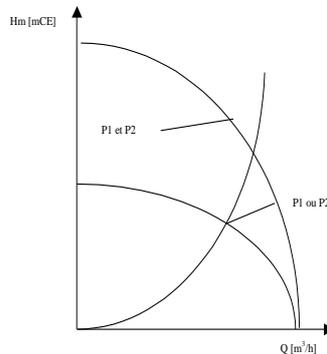
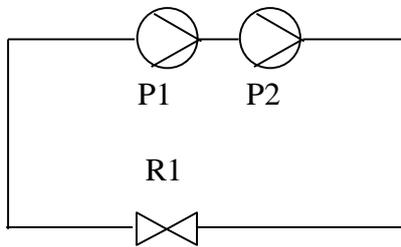


C'est en superposant la courbe de réseau et la courbe de pompe que l'on obtient les conditions réelles de fonctionnement : le point de fonctionnement.

### III - 5 – Association de pompes en série

Pour un même débit, nous ajoutons les hauteurs manométriques.

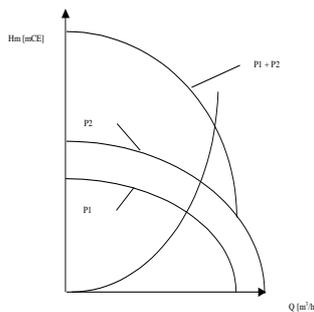
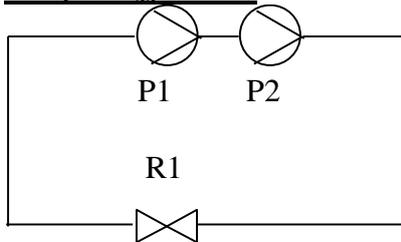
#### Pompes identiques



Le couplage en série provoque une faible variation de débit mais une forte variation de hauteur manométrique.

Autrefois, ce système était intéressant lorsque nous avons un faible débit sur un réseau très résistant.

#### Pompes différentes

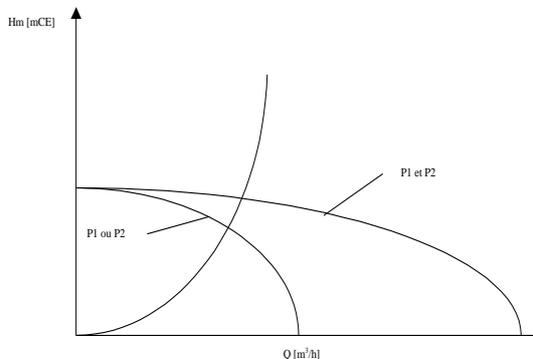
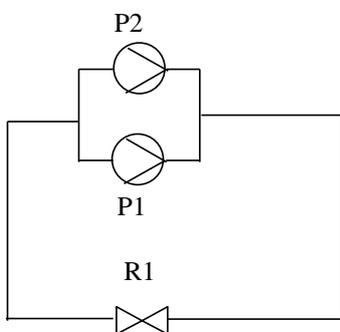


Dans ce genre d'associations, il y a une zone où le débit varie un peu et la hauteur manométrique est grande et une zone où la courbe équivalente ne change rien. La pompe 1 fait de la figuration.

### III - 6 – Association de pompes en parallèle

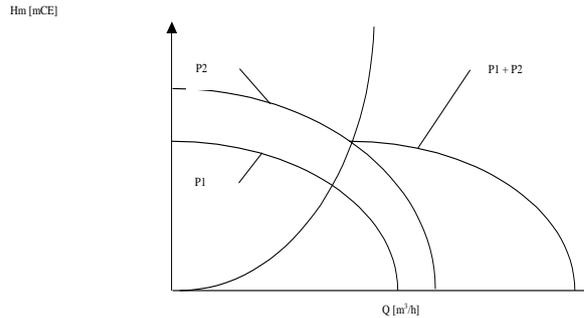
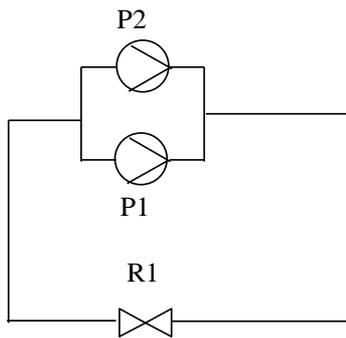
Pour une même hauteur manométrique, nous associons les débits.

#### Pompes identiques



Le couplage en série provoque une faible variation de hauteur manométrique mais une forte variation de débit.

## Pompes différentes



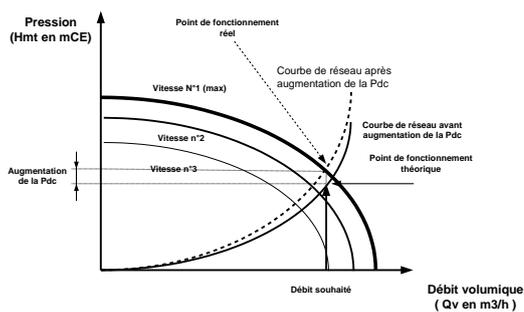
Remarque : il existe une zone où il est impossible d'évoluer.

Il y a une zone où une pompe se trouverait en dépression par rapport à une autre. Le système ne pourrait plus fonctionner correctement

## III - 7 – Modification du point de fonctionnement

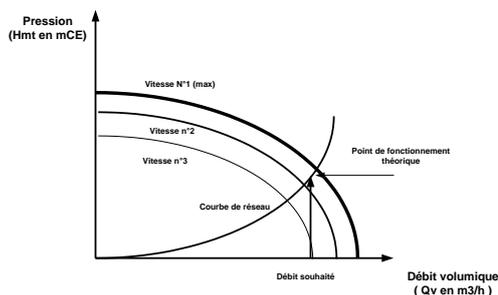
Pour modifier le point de fonctionnement, trois possibilités nous sont offertes.

### Modification des pertes de charge du réseau



En gardant une vitesse de rotation de la pompe constante, nous pouvons modifier les pertes de charge dans le réseau en ouvrant ou en fermant une vanne montée en série. Le rendement va varier.

### Modification de la vitesse de rotation de la pompe



En modifiant la vitesse de rotation de la pompe, le point de fonctionnement se déplace sur la courbe caractéristique du réseau. Le rendement est pratiquement constant.

Nous remarquerons que :

- le débit **Q** est proportionnel à la vitesse de rotation **N** ;
- la hauteur manométrique **Hmt** est proportionnelle au carré de la vitesse de rotation **N** ;
- la puissance absorbée **Pabs** est proportionnelle au cube de la vitesse de rotation **N**.

### Rognage de la roue de la pompe

Pour réduire la hauteur manométrique et le débit d'une pompe, nous pouvons réduire son diamètre extérieur par enlèvement de matière. Cette méthode est utilisée par les constructeurs pour ajuster la pompe aux besoins du client.

Si la vitesse de rotation de la roue n'est pas modifiée, nous obtenons :

$$\frac{Qv}{Qv_0} = \frac{Hmt}{Hmt_0} = \left( \frac{\phi}{\phi_0} \right)^2$$

### III - 8 – Les lois de Rateau ou lois de similitude

En partant des constatations précédentes, nous pouvons écrire les lois de Rateau dans le cas où il n'y a pas de rognage de la roue :

$$\frac{Qv_1}{Qv_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad \frac{Hmt_1}{Hmt_2} = \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 = \left( \frac{Qv_1}{Qv_2} \right)^2 \quad \frac{Pabs_1}{Pabs_2} = \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^3 = \left( \frac{Qv_1}{Qv_2} \right)^3$$

S'il y a rognage de la roue :

$$Qv_1 = Qv_2 \cdot \frac{N_2}{N_1} \cdot \left( \frac{\phi_2}{\phi_1} \right)^2 \quad Hmt_1 = Hmt_2 \cdot \left( \frac{N_2}{N_1} \right)^2 \cdot \left( \frac{\phi_2}{\phi_1} \right)^2$$

Si en plus du rognage de la roue, nous avons des fluides de masse volumique différente alors :

$$Pu_1 = Pu_2 \cdot \left( \frac{N_2}{N_1} \right)^3 \cdot \left( \frac{\phi_2}{\phi_1} \right)^5 \cdot \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

# ÉCOULEMENTS

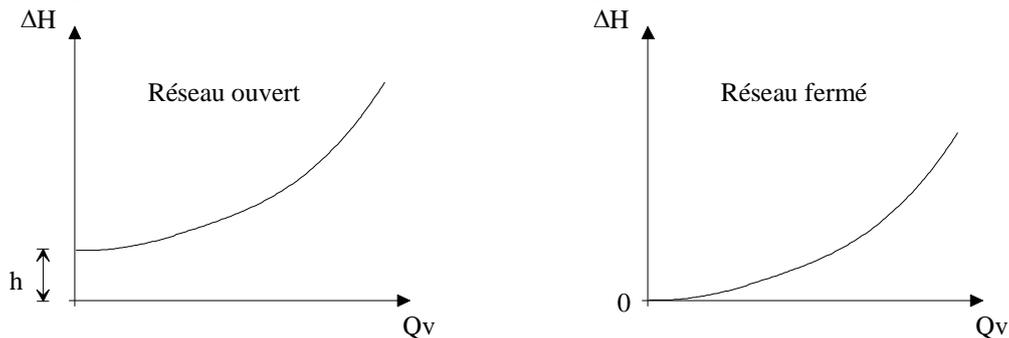
## I – Systèmes complexes de conduites

### I – 1 – Conduites équivalentes

Une conduite est équivalente à une autre lorsque, pour une perte de charge donnée, le débit de la conduite équivalente est le même que celui de la conduite initiale ou d'un système initial.

Nous aurons donc à traiter des circuits fermés et des circuits ouverts.

Dans le cas de circuits ouverts (donnant à l'air libre), nous avons une dénivellation à franchir qui peut être positive pour les circuits montants ou négative pour les circuits descendants.

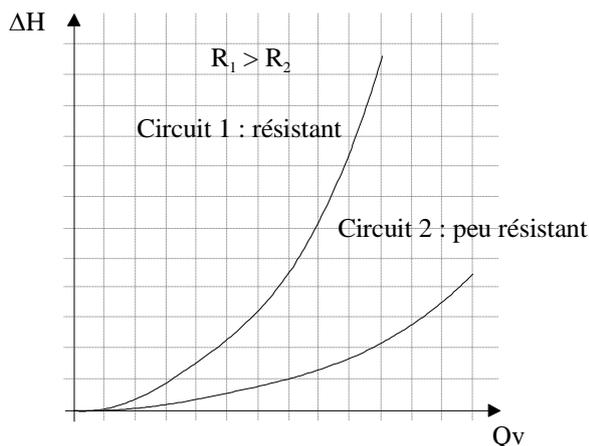


Nous obtiendrons donc les équations suivantes :

$$\Delta H_{A \rightarrow B} = \sum_{i=1}^n \left( \zeta_i + \lambda_i \cdot \frac{l_i}{D_i} \right) \cdot \frac{v_i^2}{2 \cdot g} \quad \text{avec } Q_v = v \cdot S$$

$$\Delta H_{A \rightarrow B} = \sum_{i=1}^n \left( \zeta_i + \lambda_i \cdot \frac{l_i}{D_i} \right) \cdot \frac{Q_{vi}^2}{2 \cdot S^2 \cdot g} = R \cdot Q_v^2 \quad \text{dans le cas d'un réseau fermé.}$$

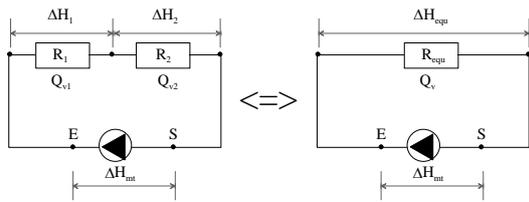
$$\Delta H_{A \rightarrow B} = \sum_{i=1}^n \left( \zeta_i + \lambda_i \cdot \frac{l_i}{D_i} \right) \cdot \frac{Q_{vi}^2}{2 \cdot S^2 \cdot g} + h = R \cdot Q_v^2 + h \quad \text{dans le cas d'un réseau ouvert.}$$



Graphiquement, nous pourrions considérer un réseau comme « résistant » lorsque la courbe caractéristique de celui-ci est une parabole avec une courbure importante.

### I – 2 – Conduites en série

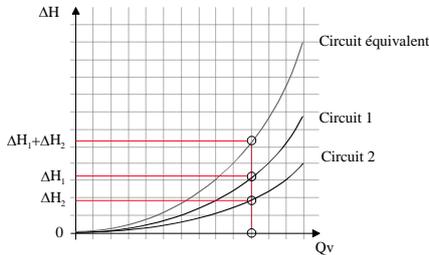
Des conduites sont dites en série si elles sont connectées bout à bout de sorte que le fluide s'écoule continûment sans branchement. Le débit massique et le débit volumique restent constants à travers les conduites.



La perte de charge totale correspond à la somme des pertes de charge de chacun des réseaux.

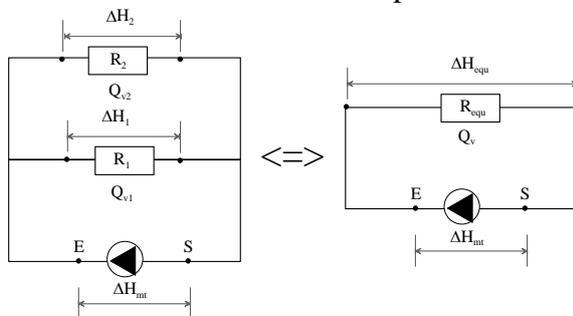
$$R_{\text{équivalent}} = R_1 + R_2$$

Nous obtenons la courbe équivalente en faisant la somme des pertes de charge pour un débit constant.



### I - 3 - Conduites en parallèle

Des conduites sont dites en parallèle si elles sont connectées de façon à ce que l'écoulement du fluide se divise en deux ou plusieurs branches.



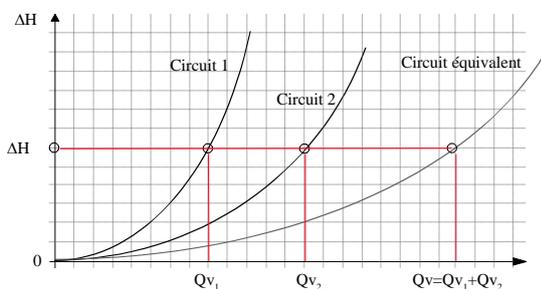
Le débit total correspond à la somme des débits passant dans chacun des réseaux.

$$\Delta H = R_1 \cdot Q_{v1}^2 = R_2 \cdot Q_{v2}^2 = R_{\text{equ}} \cdot (Q_{v1} + Q_{v2})^2$$

$$Q_{v1} + Q_{v2} = \sqrt{\frac{\Delta H}{R_1}} + \sqrt{\frac{\Delta H}{R_2}} = \sqrt{\frac{\Delta H}{R_{\text{equ}}}}$$

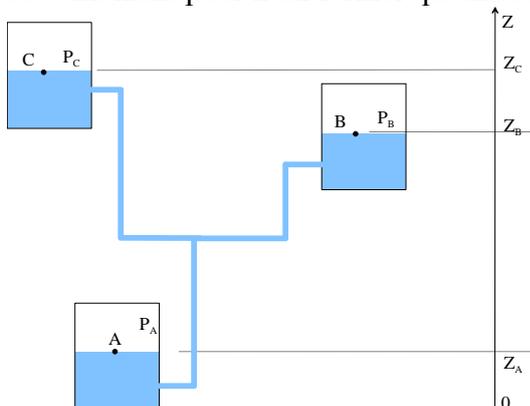
$$\frac{1}{\sqrt{R_{\text{équivalent}}}} = \frac{1}{\sqrt{R_1}} + \frac{1}{\sqrt{R_2}}$$

Nous obtenons la courbe équivalente en faisant la somme des débits pour une perte de charge constante.



### I - 4 - Conduites ramifiées

Des conduites sont dites ramifiées si elles se partagent en deux ou plusieurs autres (ou si elles se combinent pour n'en former qu'une seule).



La direction de l'écoulement dépendra de l'altitude des différents réservoirs et de la pression dans ces derniers.

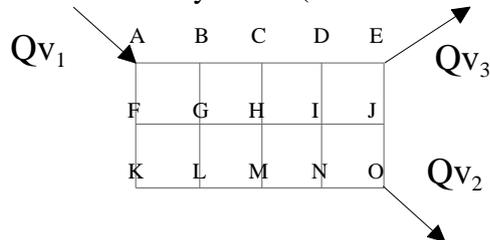
La résolution de ce problème passe par l'utilisation de l'équation de continuité :

$$Q_A = Q_B + Q_C$$

## I – 5 – Réseaux de conduites

En pratique, beaucoup de canalisations sont constituées de nombreuses conduites connectées, de manière complexe, avec plusieurs points d'entrée et de sortie.

Si l'étude peut s'avérer complexe, il reste possible de trouver une solution en appliquant la méthode Hardy Cross (du nom de son auteur).



Nous supposons dans un premier temps un débit dans chaque branche (en vérifiant l'égalité de la somme des débits dans le cas de conduites parallèles), ensuite, en calculant les pertes de charge à l'aide de la formule de Hazen-Williams, nous déterminons les pertes de charge.

Tout se fait par itérations successives.

Formule empirique de Hazen-Williams :  $v = 0,8492 \cdot C \cdot R^{0,63} \cdot S^{0,54}$

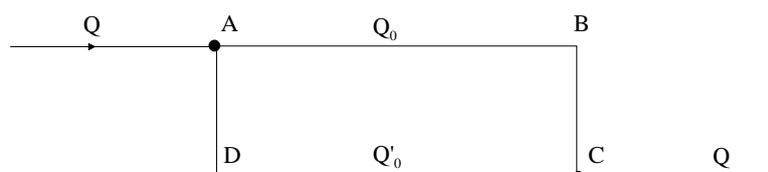
Où :  $v$  représente la vitesse en [m/s]

$C$  représente le coefficient de rugosité de Hazen-Williams ;

$R$  représente le rayon hydraulique ;

$S$  représente la pente de la ligne de charge (perte de charge par unité de longueur de conduit).

Quelques valeurs du coefficient C de Hazen-Williams	
Tuyaux droits et très lisses	140
Tuyaux de fonte lisses et neufs	130
Tuyaux de fonte usés et d'acier riveté neufs	110
Tuyaux d'égouts vitrifiés	110
Tuyaux de fonte ayant quelques années d'usage	100
Tuyaux de fonte en mauvais état	80



La méthode d'approche, imaginée par Hardy Cross, consiste à donner des valeurs aux débits circulant dans tout le réseau, et ensuite rétablir l'équilibre entre les pertes de charge calculées. Dans la boucle simple du système de tuyaux représenté ci-dessus, l'équilibre des débits s'écrit :

$$H_{L(ABC)} = H_{L(ADC)}$$

$$H_{L(ABC)} - H_{L(ADC)} = 0$$

Pour utiliser cette relation, la formule du débit à employer doit être sous la forme :

$$H_L = k \cdot Q_v^n$$

D'après la formule de Hazen-Williams, cette expression est :  $H_L = k \cdot Q_v^{1,85}$

Lorsque l'on fixe arbitrairement  $Q_0$ , nous pouvons obtenir le débit correct sous la forme :

$$Q = Q_0 + \Delta \text{ où } \Delta \text{ est la correction à apporter à } Q_0.$$

D'après le théorème du binôme, nous pouvons écrire :

$$k \cdot Q_0^{1,85} = k \cdot (Q + \Delta)^{1,85} = k \cdot (Q^{1,85} + 1,85 \cdot Q^{0,85} \cdot \Delta + \dots) \approx k \cdot (Q^{1,85} + 1,85 \cdot Q^{0,85} \cdot \Delta)$$

$$H_{L(ABC)} - H_{L(ADC)} = 0$$

$$k \cdot (Q_0^{1,85} + 1,85 \cdot Q_0^{0,85} \cdot \Delta) - k \cdot (Q_0'^{1,85} + 1,85 \cdot Q_0'^{0,85} \cdot \Delta) = 0$$

$$k \cdot (Q_0^{1,85} - Q_0'^{1,85}) + k \cdot 1,85 \cdot (Q_0^{0,85} - Q_0'^{0,85}) \cdot \Delta = 0$$

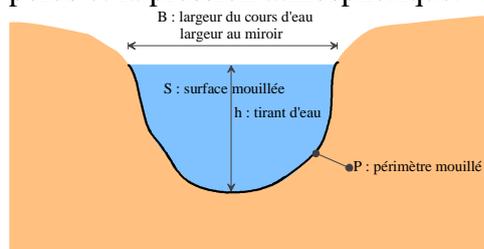
$$\Delta = - \frac{k \cdot (Q_0^{1,85} - Q_0'^{1,85})}{1,85 \cdot k \cdot (Q_0^{0,85} - Q_0'^{0,85})} = - \frac{\sum H_L}{1,85 \cdot \sum \frac{H_L}{Q_0}} \quad \text{pour chaque boucle du réseau.}$$

## II – Ecoulements dans les canaux ouverts

### II – 1 – Introduction

#### Schéma général

L'écoulement dans un canal ouvert se produit lorsqu'un liquide, coulant par gravité, n'est que partiellement contenu dans sa limite solide. Dans l'écoulement en canaux ouverts, le liquide qui s'écoule à une surface libre et n'a d'autres pressions que celle qui est créée par son propre poids et la pression atmosphérique.



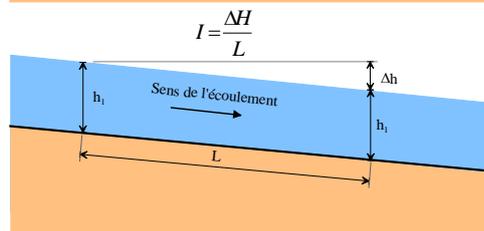
A partir du schéma ci-contre, nous définissons les grandeurs suivantes :

$$D_h = \frac{S}{B} \quad [m] : \text{Diamètre hydraulique}$$

$$R_h = \frac{S}{P} \quad [m] : \text{Rayon hydraulique}$$

$$I = \frac{\Delta H}{L} \quad [\%] : \text{Pente}$$

$$B = \frac{dS}{dh} \quad [m] : \text{largeur au miroir}$$



#### Rappel sur les écoulements - régime fluvial ou torrentiel

Nous appellerons « écoulement permanent uniforme » un écoulement qui vérifie les deux conditions suivantes :

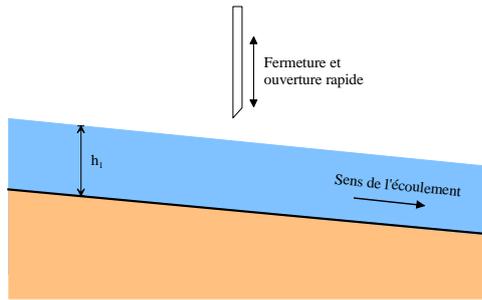
- permanent : les caractéristiques de l'écoulement, en tout point, sont indépendantes du temps ;
- uniforme : la profondeur, la pente, la vitesse et la section droite demeurent constantes sur une longueur donnée du canal.

Un écoulement est dit non uniforme lorsque la profondeur d'écoulement varie le long du canal – il peut être permanent ou non. Il sera également qualifié de tranquille, rapide ou critique.

Un écoulement laminaire se produit généralement dans les canaux ouverts pour des valeurs du nombre de Reynolds  $Re$  inférieur ou égales à 2000. Il peut être laminaire jusqu'à  $Re=10000$ . Le nombre de Reynolds sert à caractériser la turbulence d'un écoulement.

$$R_e = \frac{4 \cdot R_h \cdot v}{\nu}$$

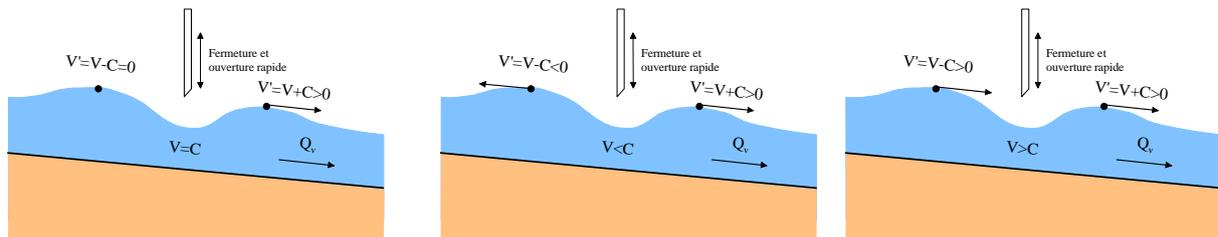
$R_h$  : rayon hydraulique  
 $v$  : vitesse d'écoulement  
 $\nu$  : viscosité cinématique



Supposons un canal à section constante, à pente constante et avec une hauteur  $h$  et un débit constant  $Q_v$ . Créons une perturbation grâce à une vanne que l'on ferme et que l'on ouvre très rapidement.

Au niveau de la surface libre, il se crée deux ondes (ondes de gravité) :

- l'une se propage toujours vers l'aval ;
- l'autre se propage vers l'amont si la vitesse dans le canal est inférieure à la vitesse de l'onde de gravité ; elle s'oriente vers l'aval dans le cas contraire.



Dans le cas où la vitesse du fluide est supérieure à la vitesse de l'onde  $c$ , l'amont n'est pas influencé par les conditions hydrauliques à l'aval (régime torrentiel) ; alors que, dans le cas contraire, on a une remontée de l'onde qui va perturber l'amont (régime fluvial), ce phénomène est appelé influence aval.

La célérité de l'onde de gravité est donnée par la relation :  $C^2 = g \cdot D_h$  .

Le nombre de Froude a été défini pour caractériser l'écoulement d'un fluide ainsi que son pilotage.

$$F_r = \frac{v}{\sqrt{g \cdot D_h}}$$

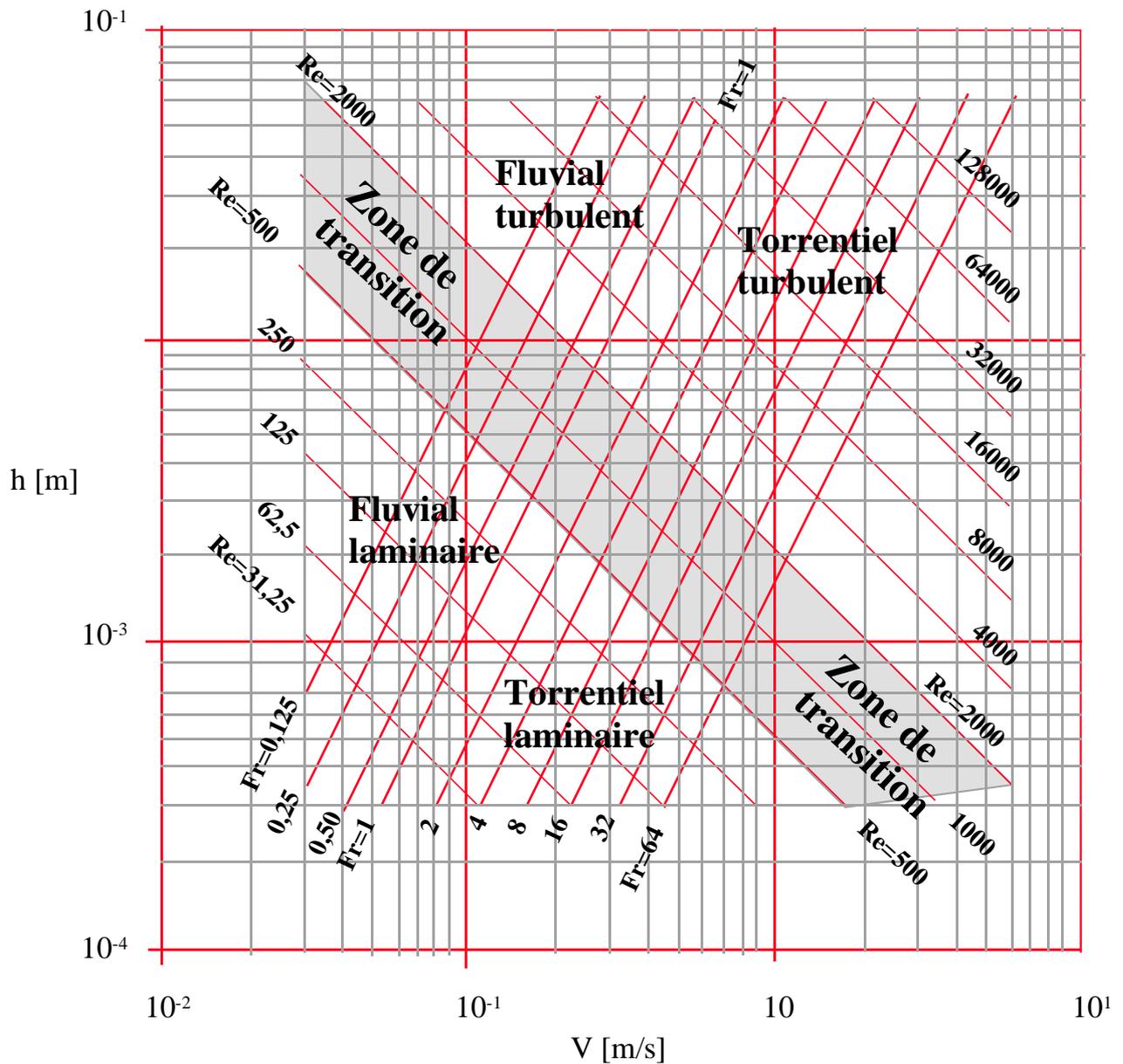
$D_h$  : diamètre hydraulique  
 $g$  : pesanteur  
 $v$  : vitesse d'écoulement

Pour un nombre de Froude inférieur à 1, l'écoulement est dit de type Fluvial, sinon, il est dit torrentiel.

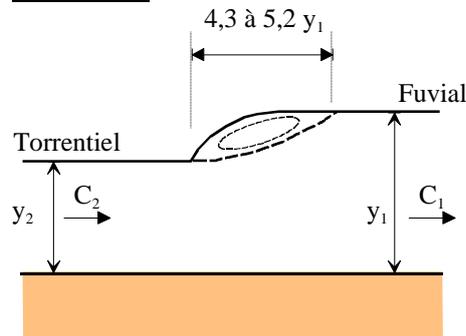
Dans le cas d'un écoulement fluvial, c'est l'aval qui pilote l'écoulement.

Dans le cas d'un écoulement torrentiel, c'est l'amont qui pilote l'écoulement.

Au nombre de Froude égale à 1 correspond un tirant d'eau particulier  $h_c$  appelé hauteur critique.



**Le ressaut**



Dans un écoulement graduellement varié on peut passer du régime fluvial au torrentiel de manière continue (ex : la pente qui augmente). Par contre le passage d'un écoulement torrentiel à un écoulement fluvial ne peut se faire que par l'intermédiaire d'une élévation brusque du niveau de l'eau : le ressaut.

## II – 2 – Charge et charge spécifique

Les écoulements sont pour la plupart tridimensionnels, mais on utilise généralement une vitesse moyenne  $V_{\text{moy}}$  pour un écoulement unidimensionnel.

Cette vitesse peut-être approchée par les relations suivantes :

$$V_{\text{moy}} = (0,8 \text{ à } 0,9) \cdot V_{\text{surface}}$$

$$V_{\text{moy}} \approx \frac{V_{0,5 \cdot h} + V_{0,8 \cdot h}}{2} \approx V_{0,4 \cdot h}$$

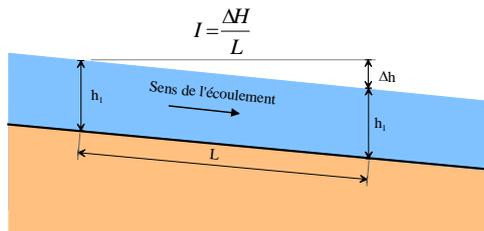
Ces formules sont des approximations utiles mais ne donnent qu'une idée de la vitesse moyenne.

L'équation de Bernoulli appliquée au fluide nous donne :  $H = \frac{P}{\rho \cdot g} + Z + \alpha \cdot \frac{V_{\text{moy}}^2}{2 \cdot g}$ .

La charge se calcule en [mCE] et correspond, en hydraulique de surface libre à une charge moyenne.

Le coefficient  $\alpha$  est un coefficient de correction cinétique, qui, pour la plupart des écoulements est pris égale à 1.

### Calcul des pertes de charge :



Ecrivons Bernoulli du point 1 au point 2 :

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + \frac{V_1^2}{2 \cdot g} + z_1 - \Delta H_{12} = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + \frac{V_2^2}{2 \cdot g} + z_2.$$

A la surface libre on est à la pression atmosphérique donc  $P_1 = P_2 = P_{\text{atm}}$ , et comme nous sommes en régime uniforme les vitesses sont les mêmes. Nous obtenons :

$$z_1 - z_2 = \Delta H_{12} = j \cdot L$$

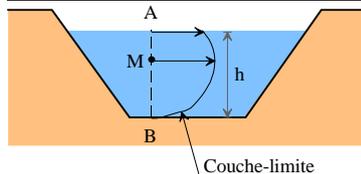
$$j = \frac{z_1 - z_2}{L} \quad \text{ce qui est aussi la définition de la pente.}$$

$$j = I$$

Dans un écoulement à surface libre en régime uniforme (section constante) la perte de charge linéaire  $j$  est égale à la pente géométrique  $I$ .

## II – 3 – Profil des vitesses et des vitesses limites

### Répartition des vitesses dans une section transversale

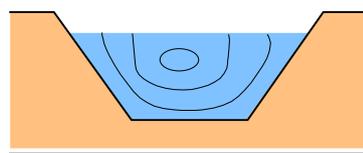


Avec la viscosité, la distribution des vitesses dans une section droite d'un canal n'est pas uniforme.

Comme dans les canalisations elle est faible au voisinage des parois puis elle augmente en s'éloignant de la paroi jusqu'à un maximum.

Ensuite elle diminue car il existe une force de frottement au contact de l'atmosphère et donc l'air se trouve entraîné par l'eau.

On voit ci contre les courbes d'iso vitesse dans une section de forme régulière.



### Vitesses limites

Pour limiter l'érosion des berges on limitera dans les canaux artificiels les vitesses au voisinage des parois et du fond (en jouant sur la pente du canal).

De la même manière il ne faudra pas avoir de vitesse trop faible sinon il y aura des dépôts. Si l'eau transporte des limons fins il faudra que la vitesse soit supérieure à 0,25 [m/s], pour des sables minimum 0,50 [m/s].

Nature des parois	Vitesse max (m/s)		
	moyen	surface	Au fond
Terres détrempées, terre glaise	0,10	0,15	0,08
Argiles grasses	0,25	0,30	0,15
Sables	0,50	0,60	0,30
Graviers	0,95	1,25	0,70
Pierres cassées	1,25	1,50	0,95
Schistes tendres	1,85	2,20	1,50
Rochers en couche	2,25	2,75	1,80
Roches dures	3,70	4,25	3,15

## II – 4 – Ecoulement uniforme et permanent

### Pertes de charge évaluées par Manning-Strickler

L'équation de Chézy nous donne :

$$V_{\text{moy}} = C \cdot \sqrt{R_h \cdot I} \quad \left| \begin{array}{l} C : \text{coefficient de résistance selon Chézy} \\ I : \text{pente de la ligne de charge} \end{array} \right.$$

Plusieurs formules empiriques permettent de calculer le coefficient C. La plus connue est celle de Manning-Strickler :

$$C = K_s \cdot R_h^{\frac{1}{6}}$$

Cette équation n'est valable que pour des écoulements turbulents dans un domaine rugueux, ce qui correspond à  $40 \leq K_s \leq 80$ .

Nous en déduisons alors le débit moyen à travers la section par la relation :

$$Q_v = K_s \cdot S \cdot R_h^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{I}$$

Quelques valeurs de  $K_s$  données à titre d'exemple :

Caractéristique des chenaux	$K_s$	$n = \frac{1}{K_s}$
Planche avec joints mal soignés, grès	80	0,0125
Béton avec de nombreux joints	75	0,0134
Maçonnerie ordinaire	70	0,0142
Béton vieux et très rugueux, terre	60	0,0167
Rivière en lit rocheux	40 à 50	0,0225

A partir de l'équation de Manning, nous avons :  $Q_v = K_s \cdot S \cdot R_h^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{I}$ .

$$\text{Avec } I = \frac{h_l}{L} \quad \left| \begin{array}{l} h_l : \text{perte de charge en [mCE]} \\ L : \text{longueur du chenal en [m]} \end{array} \right.$$

$$\left( \frac{V_{\text{moy}}}{K_s R_h^{\frac{2}{3}}} \right)^2 \cdot L = h_l$$

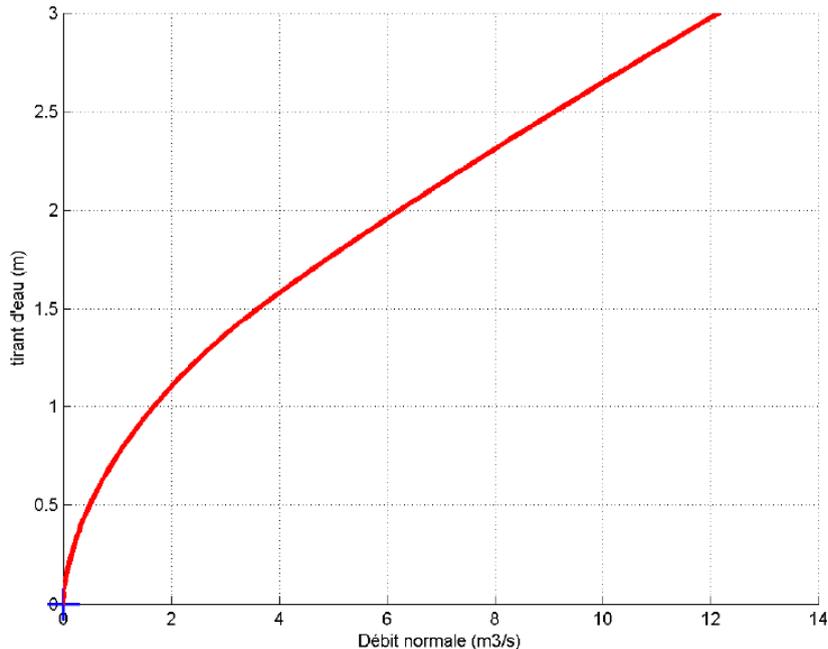
## II – 5 – La profondeur normale $h_n$

Une fois fixée la nature de la paroi et la pente, nous disposons, en régime permanent et uniforme, d'une relation reliant la profondeur  $h$  au débit  $Q$  :

$$Q_v = K_s \cdot S \cdot R_h^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{I}$$

$$\frac{Q_v}{\sqrt{I}} = K_s \cdot S \cdot R_h^{\frac{2}{3}}$$

Cette équation nous permet de relier le tirant d'eau  $h$  à un régime donné permanent et uniforme que nous appellerons profondeur normale  $h_n$  :



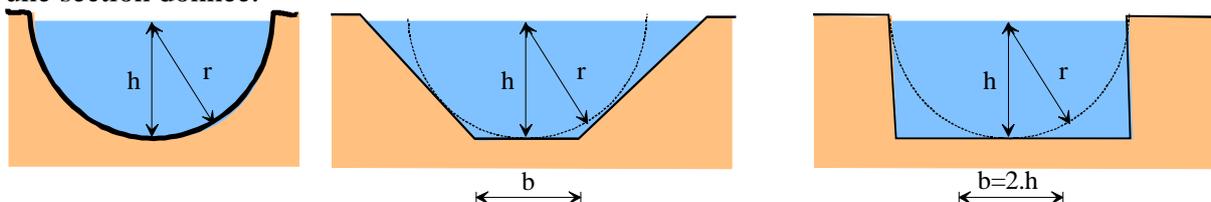
Dans les sections évasées, le débit croît toujours lorsque la profondeur de l'eau augmente. Par contre, il n'en est pas de même pour les sections voûtées, puisque dans la partie supérieure de ces dernières, le périmètre mouillé croît plus rapidement que la superficie, ce qui entraîne une diminution du diamètre hydraulique et en conséquence du débit.

## II – 6 – Les sections de débit maximal

La construction d'un canal pour transporter un débit  $Q_v$ , avec une pente  $I$  et un coefficient de rugosité  $n$  coûtera d'autant moins cher que la section  $S$ , sera plus faible.

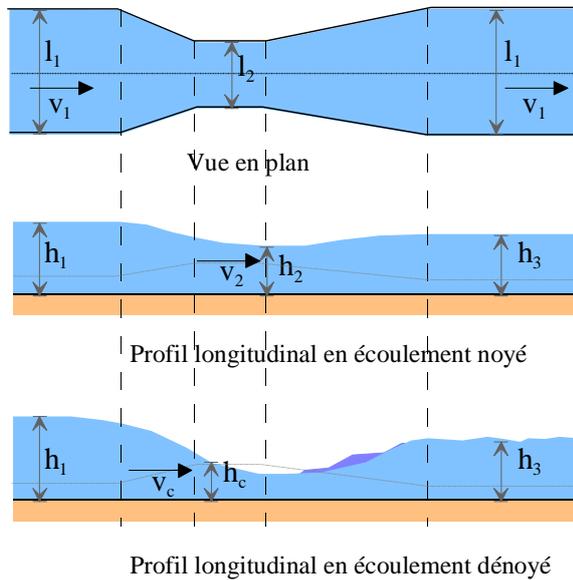
$$Q_v = Cste \cdot S^{\frac{5}{3}} \cdot P^{-\frac{2}{3}}$$

Parmi toutes les sections possibles, c'est la forme du demi-cercle qui réalise  $P$  minimal pour une section donnée.



### III – Ouvrages particuliers

#### III – 1 – Mesure du débit d'un canal par un venturi



Étudions le cas de l'écoulement noyé.

Écrivons Bernoulli entre les points 1 et 2 en négligeant les pertes de charge :

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + \frac{V_1^2}{2 \cdot g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + \frac{V_2^2}{2 \cdot g} + z_2.$$

En prenant les hypothèses suivantes :

$$P_1 = P_2 = P_{\text{atm}} ;$$

$$v_1 \text{ négligeable devant } v_2.$$

Nous obtenons :

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_1 - h_2)} \text{ et}$$

$$q_v = v_2 \cdot l_2 \cdot h_2 = l_2 \cdot h_2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_1 - h_2)}$$

$$q_v = l_2 \cdot h_2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_1 - h_2)}$$

Dans le cas d'un écoulement dénoyé on

$$\text{trouve : } q_v = 0,385 \cdot l_2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1^{\frac{3}{2}}}.$$

#### III – 2 – Les déversoirs

##### Généralités :

Un déversoir est une brèche dans l'enceinte d'un réservoir par laquelle s'écoule la tranche supérieure de l'eau qu'il contient.

Quel que soit le déversoir, on peut trouver son débit par la formule :

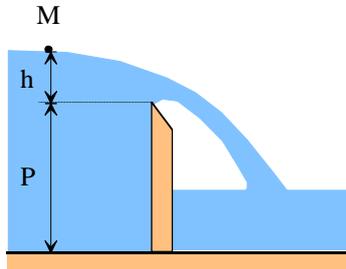
$$Q_v = m \cdot l \cdot h \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \text{ avec :}$$

$m$  : coefficient de débit (fonction du type de réservoir) ;

$l$  : longueur de déversoir [m] ;

$h$  : hauteur d'eau au dessus du seuil [m].

##### Déversoir à paroi mince



On remarque que quand la nappe d'eau est libre (on doit faire les mesures dans ce cas) on a une aération de la nappe juste en aval du déversoir.

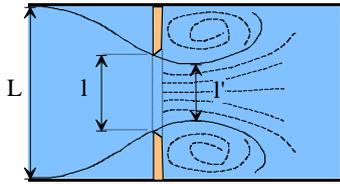
Dans tous les cas de déversoirs on remarquera que le niveau d'eau au dessus du déversoir et un peu en amont est inférieur au niveau amont lointain.

Dans ce cas de figure, nous avons, d'après l'expérimentation de Bazin :

$$m = \left( 0,405 + \frac{0,003}{h} \right) \cdot \left[ 1 + 0,55 \cdot \left( \frac{h}{p+h} \right)^2 \right]$$

En première approximation nous pouvons prendre :  $0,40 < m < 0,50$ .

**Déversoir à paroi mince avec contraction latérale**



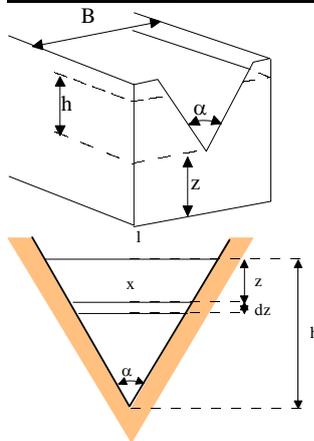
On remarque sur la vue en plan du déversoir que le fait d'avoir une contraction latérale diminuée plus que de la valeur de la contraction la section de passage du fluide.

Dans ce cas de figure, nous avons, d'après l'expérimentation de Hégly :

$$m = \left( 0,405 - 0,03 \cdot \frac{L-l}{L} + \frac{0,0027}{h} \right) \cdot \left[ 1 + 0,55 \cdot \left( \frac{l}{L} \right)^2 \cdot \left( \frac{h}{p+h} \right)^2 \right]$$

En première approximation on peut prendre  $m \approx 0,40$ .

**Déversoir à paroi mince triangulaire**

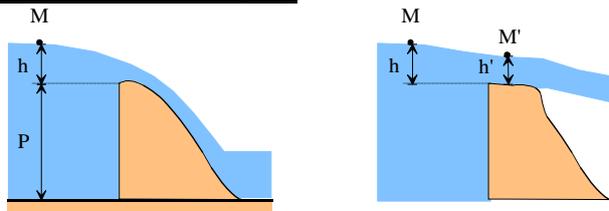


$$Q_v = \frac{8}{15} \cdot \mu \cdot h^2 \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Dans ce cas de figure, nous avons, d'après l'expérimentation de Heyndrickx :

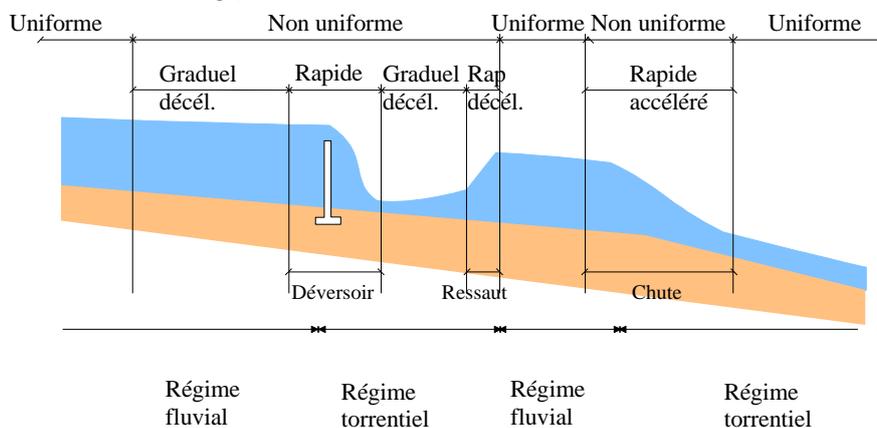
$$\mu = \left( 0,5775 + 0,214 \cdot h^{-1,25} \right) \cdot \left( 1 + \frac{h^2}{l^2 \cdot (h+z)^2} \right) \text{ avec } h, l, z \text{ en [cm]}$$

**Déversoir à seuil épais**



$$Q_v = 0,385 \cdot h \cdot l \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

**III – 2 – Les différents types d'écoulement**

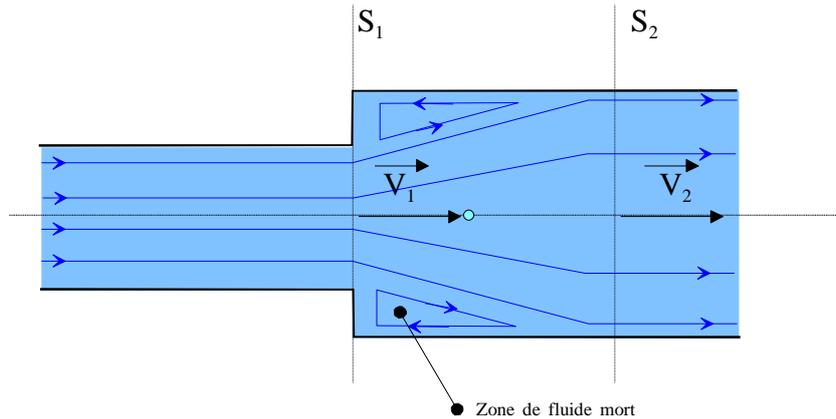


## DEMONSTRATIONS

### I – APPLICATIONS DU THEOREME D'EULER

#### I – 1 – Calcul des pertes de charge dans le cas d'un élargissement brusque

Démonstration :

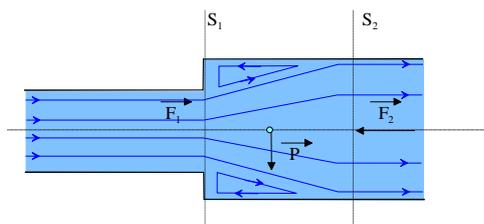


Considérons un écoulement dans une conduite de section  $S_1$  et qui subit un brusque élargissement de section  $S_2$ .

Les pertes de charges entre  $S_1$  et  $S_2$  s'expriment sous la forme suivante :

$$\Delta H_{12} = \left( \frac{P_1}{\rho \cdot g} + z_1 + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} \right) - \left( \frac{P_2}{\rho \cdot g} + z_2 + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \right) = \frac{P_1 - P_2}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot g}$$

En utilisant le principe d'Euler pour un fluide compris entre  $S_1$  et  $S_2$ .



$$\sum \vec{F}_{ext} = \int (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \cdot dQ_m$$

$$F_{paroi/fluide} + P_1 \cdot S_1 - P_2 \cdot S_2 = Q_m \cdot (v_2 - v_1) \text{ selon l'horizontale.}$$

$$F_{paroi/fluide} = \rho \cdot Q_v \cdot (v_2 - v_1) - P_1 \cdot S_1 + P_2 \cdot S_2$$

$$\vec{F}_{fluide/paroi} = -\vec{F}_{paroi/fluide}$$

$$F_{fluide/paroi} = \rho \cdot Q_v \cdot (v_1 - v_2) + P_1 \cdot S_1 - P_2 \cdot S_2$$

$$F_{fluide/paroi} \text{ s'applique sur une surface équivalente à } S_2 - S_1.$$

$$F_{fluide/paroi} = -P_1 \cdot (S_2 - S_1)$$

Nous en déduisons l'égalité suivante :

$$P_1 \cdot (S_1 - S_2) = \rho \cdot Q_v \cdot (v_1 - v_2) + P_1 \cdot S_1 - P_2 \cdot S_2 \quad \text{soit} \quad -P_1 \cdot S_2 + P_2 \cdot S_2 = \rho \cdot Q_v \cdot (v_1 - v_2)$$

$$P_2 - P_1 = \frac{\rho \cdot Q_v \cdot (v_1 - v_2)}{S_2} = \rho \cdot \frac{v_2 \cdot S_2 \cdot (v_1 - v_2)}{S_2}$$

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho \cdot g} = \frac{v_1 \cdot v_2 - v_2^2}{g}$$

En remplaçant cette formule dans l'équation de Bernoulli :

$$\Delta H_{12} = \zeta \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = \frac{P_1 - P_2}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot g}$$

$$\zeta = 2 \cdot \frac{P_1 - P_2}{\rho \cdot v_1^2} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{v_1^2} = -2 \cdot \frac{v_1 \cdot v_2 - v_2^2}{v_1^2} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{v_1^2} = \frac{v_2^2 - 2 \cdot v_1 \cdot v_2 + v_1^2}{v_1^2} = \frac{(v_2 - v_1)^2}{v_1^2}$$

$$\zeta = \left( \frac{v_2}{v_1} - 1 \right)^2 \text{ or } q_v = v_1 \cdot S_1 = v_2 \cdot S_2 \quad \text{soit} \quad \frac{v_2}{v_1} = \frac{S_1}{S_2}$$

$$\zeta = \left( \frac{S_1}{S_2} - 1 \right)^2 = \left( \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 - 1 \right)^2$$

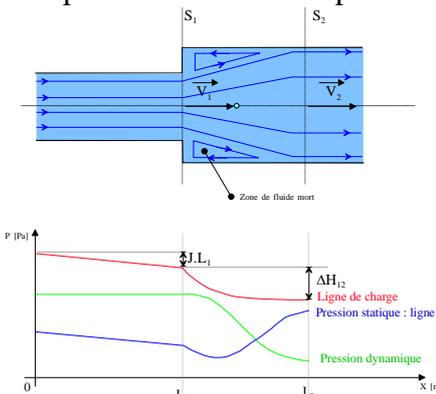
### Cas particulier :

Dans le cas de l'étude d'une perte de charge à l'entrée d'un réservoir, nous nous trouvons dans la configuration suivante : D2 tendant vers l'infini.

$$\text{Le résultat devient : } \zeta = \left( \frac{S_1}{S_2} - 1 \right)^2 = \left( \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 - 1 \right)^2 = 1$$

### Regain de pression statique :

Si l'on étudie la variation de la pression statique dans le cas d'un élargissement brusque, nous pouvons constater le phénomène suivant.



Appliquons Bernoulli entre S<sub>1</sub> et S<sub>2</sub> :

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + z_2 + \Delta H_{12}$$

Comme  $z_1 = z_2$  et  $v_1 > v_2$  (pression dynamique) alors,  $P_2 > P_1$  (pression statique).

Il s'agit d'un regain de pression statique - phénomène qui est vrai, même en tenant compte de la perte de charge  $\Delta H_{12}$ .

Le regain de pression statique peut s'écrire de la manière suivante :

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + z_2 + \Delta H_{12}$$

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho \cdot g} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot g} - \Delta H_{12} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot g} - \zeta \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot g} - \left( \frac{S_1}{S_2} - 1 \right)^2 \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g}$$

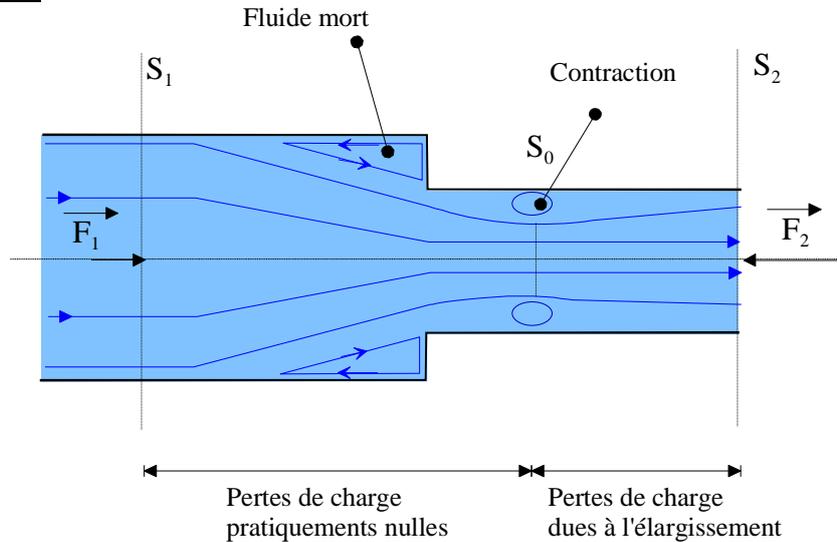
$$\text{or } \frac{v_2}{v_1} = \frac{S_1}{S_2} \quad \text{soit } v_2^2 = v_1^2 \cdot \left( \frac{S_1}{S_2} \right)^2$$

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho \cdot g} = v_1^2 \cdot \left( \frac{1 - \left( \frac{S_1}{S_2} \right)^2 - \left( \frac{S_1}{S_2} - 1 \right)^2}{2 \cdot g} \right) = \frac{v_1^2}{2 \cdot g} \cdot \left( 2 \cdot \frac{S_1}{S_2} - 2 \cdot \left( \frac{S_1}{S_2} \right)^2 \right) = \frac{v_1^2}{g} \cdot \left( \frac{S_1 \cdot S_2 - S_1^2}{S_2^2} \right)$$

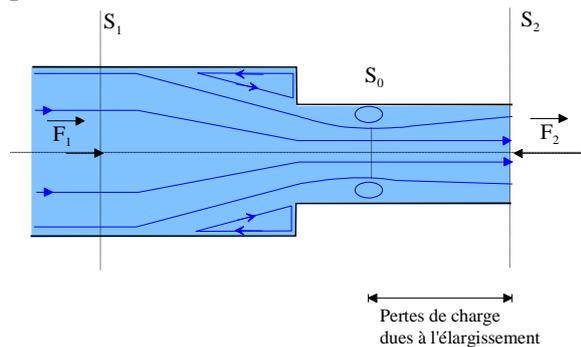
$$\frac{P_2 - P_1}{\rho \cdot g} = \frac{v_1^2}{g} \cdot \frac{S_1}{S_2} \cdot \left( 1 - \frac{S_1}{S_2} \right)$$

## I – 2 – Calcul des pertes de charge dans le cas d'un rétrécissement brusque

### Démonstration :



Nous allons travailler sur une surface de contrôle comprise entre  $S_0$  et  $S_2$ . Cela s'apparente à un élargissement : nous pouvons donc reprendre les résultats trouvés précédemment.



$$\zeta = \frac{(v_2 - v_0)^2}{v_2^2} = \left(1 - \frac{v_0}{v_2}\right)^2$$

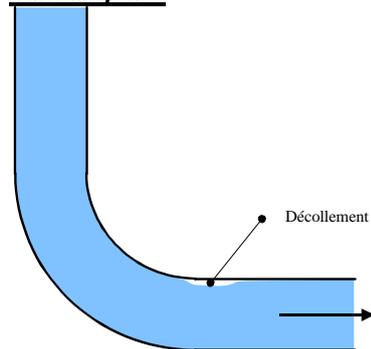
or  $q_v = v_0 \cdot S_0 = v_2 \cdot S_2$  et  $S_0 = \sigma \cdot S_2$

$\sigma$  : coefficient de contraction

soit  $\frac{v_0}{v_2} = \frac{S_2}{S_0} = \frac{1}{\sigma}$

$$\zeta = \left(1 - \frac{1}{\sigma}\right)^2$$

### Remarque :

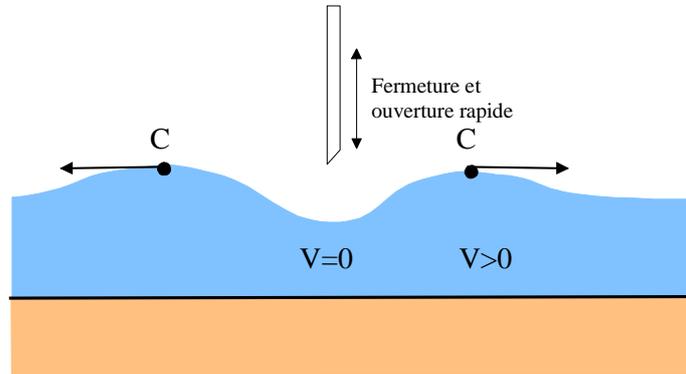


De la même façon, nous allons assister à un décollement de la veine dans le coude – décollement qui permet lui aussi de quantifier la perte de charge due au coude.

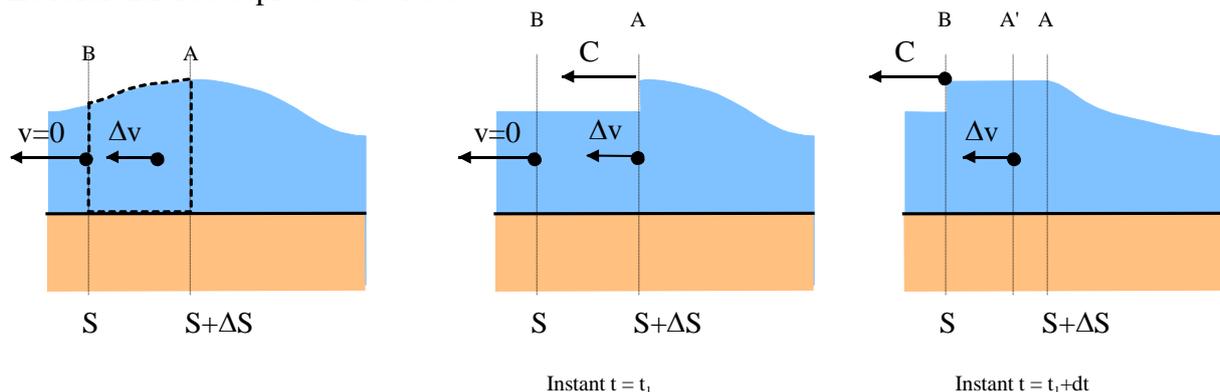
## II – Hydraulique à surface libre

### II – 1 – Détermination de la célérité de l'onde de gravité

#### Démonstration :



A un instant  $t$ , nous perturbons la surface d'un canal. Chaque onde se déplace à une célérité  $C$ . Chaque onde se déplace à la célérité  $c$ . On se place sur un référentiel en mouvement tel que l'onde de gravité à droite devient stationnaire. Le référentiel se déplace à la vitesse  $c$ .



Une onde arrive en A en  $t = t_1$ .

La même onde arrive en B en  $t = t_1 + dt$ .

A l'instant  $t_1$  :

Le volume de la surface de contrôle vaut :  $V = S \cdot AB = b \cdot h \cdot AB$

A cet instant, le fluide acquiert la vitesse  $\Delta v$

Pendant un laps de temps  $dt$  :

La distance parcourue par le fluide vaut :  $AA' = \Delta v \cdot dt$

A l'instant  $t_1 + dt$  :

Le volume de la surface de contrôle vaut :

$$V = S' \cdot A'B = (h + \Delta h) \cdot b \cdot (AB - A'A) = (h + \Delta h) \cdot b \cdot (AB - \Delta v \cdot dt)$$

La conservation de la matière (et dans le cas présent du volume) nous donne la relation suivante :

$$V = h \cdot b \cdot AB = (h + \Delta h) \cdot b \cdot (AB - \Delta v \cdot dt) \text{ soit } h \cdot b \cdot C \cdot dt = (h + \Delta h) \cdot b \cdot (C \cdot dt - \Delta v \cdot dt)$$

$$h \cdot C = (h + \Delta h) \cdot (C - \Delta v) \text{ soit } h \cdot C = h \cdot C + \Delta h \cdot C - (h + \Delta h) \cdot \Delta v$$

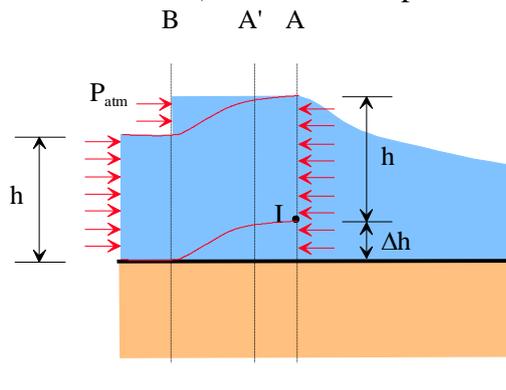
$$\Delta v = C \cdot \frac{\Delta h}{h + \Delta h} \text{ or } \Delta h \ll h \text{ soit } \Delta v \approx C \cdot \frac{\Delta h}{h}$$

$$\frac{\Delta v}{C} = \frac{\Delta h}{h}$$

Un bilan des forces sur notre surface de contrôle nous montre que :

- verticalement, la pression suit les lois de l'hydrostatique :  $P = P_{atm} + \rho \cdot g \cdot z$  ;

- horizontalement, les seules forces appliquées à la surface de contrôle (en négligeant les frottements) sont dues à la pression :



$$\sum_{ox} F_{ext} = \int_h^{h+\Delta h} \rho \cdot g \cdot z \cdot b \cdot dz = \rho \cdot g \cdot b \cdot \left[ \frac{z^2}{2} \right]_h^{h+\Delta h}$$

$$\sum_{ox} F_{ext} = \rho \cdot g \cdot b \cdot \left[ \frac{(h + \Delta h)^2}{2} - \frac{h^2}{2} \right]$$

$$\sum_{ox} F_{ext} = \rho \cdot g \cdot b \cdot \left[ \frac{2 \cdot h \cdot \Delta h + \Delta h^2}{2} \right]$$

$$\sum_{ox} F_{ext} = \rho \cdot g \cdot b \cdot \Delta h \cdot (h + \Delta h)$$

Calculons la quantité de mouvement :

$$m \cdot \Delta v = \rho \cdot b \cdot h \cdot AB \cdot \Delta v = \rho \cdot g \cdot b \cdot h \cdot C \cdot dt \cdot \Delta v$$

L'équation de la quantité de mouvement nous donne :

$$\frac{d(m \cdot v)}{dt} = \sum F_{ext}$$

$$\frac{m \cdot \Delta v}{dt} = \rho \cdot b \cdot h \cdot C \cdot \Delta v = \rho \cdot b \cdot \Delta h \cdot (h + \Delta h)$$

$$h \cdot C \cdot \Delta v = g \cdot \Delta h \cdot (h + \Delta h)$$

$$g \cdot \Delta h = C \cdot \frac{h}{h + \Delta h} \cdot \Delta v \text{ or } \Delta h \ll h$$

$$g \cdot \Delta h \approx C \cdot \Delta v$$

Au final, nous obtenons :

$$\frac{\Delta v}{C} = \frac{\Delta h}{h} \text{ et } g \cdot \Delta h = C \cdot \Delta v \text{ soit } \Delta v = g \cdot \frac{\Delta h}{C}$$

$$\frac{g \cdot \Delta h}{C^2} = \frac{\Delta h}{h}$$

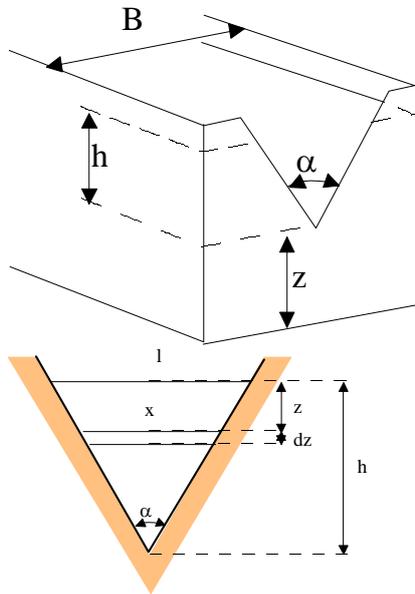
$$\text{soit } C^2 = g \cdot h$$

D'une manière générale (pour n'importe quel canal), nous trouverions :

$$C^2 = g \cdot D_h$$

## II – 2 – Les déversoirs

### Déversoir à paroi mince triangulaire



La vitesse d'écoulement de l'eau dans la tranche d'eau de largeur  $x$  et de hauteur  $dz$  située à une profondeur  $z$  sous le niveau de l'eau est :  $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot z}$ .

D'après Thalès, nous avons la relation :

$$\frac{x}{l} = \frac{h-z}{h} \quad \text{soit} \quad x = l \cdot \frac{h-z}{h}$$

soit  $\mu$  le coefficient de débit

$$dQ_v = \mu \cdot x \cdot dz \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z}$$

$$dQ_v = \mu \cdot l \cdot \frac{h-z}{h} \cdot dz \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z}$$

$$Q_v = \int_0^h dQ_v = \int_0^h \mu \cdot l \cdot \frac{h-z}{h} \cdot dz \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z}$$

$$Q_v = \frac{\mu \cdot l}{h} \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot \int_0^h (h-z) \cdot dz \cdot \sqrt{z}$$

$$Q_v = \frac{\mu \cdot l}{h} \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot \int_0^h \left( h \cdot \sqrt{z} - z^{\frac{3}{2}} \right) \cdot dz$$

$$Q_v = \frac{\mu \cdot l}{h} \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot \left[ \frac{2}{3} \cdot h \cdot z^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{5} \cdot z^{\frac{5}{2}} \right]_0^h$$

Après développement, nous obtenons :

$$Q_v = \frac{\mu \cdot l}{h} \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot \left[ \frac{2}{3} \cdot h \cdot z^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{5} \cdot z^{\frac{5}{2}} \right]_0^h = \frac{\mu \cdot l}{h} \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot \left[ \frac{2}{3} \cdot h^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{5} \cdot h^{\frac{5}{2}} \right]$$

$$Q_v = \frac{\mu \cdot l}{h} \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot \frac{4}{15} \cdot h^{\frac{5}{2}} = \frac{4}{15} \cdot \mu \cdot l \cdot h \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Dans le cas du triangle il sera plus pratique de travailler avec l'angle  $\alpha$  qu'avec la longueur  $l$  puisqu'elle varie en fonction du niveau d'eau.

Dans le triangle rectangle on a  $\frac{\alpha}{2}, \frac{l}{2}, h$  et on a la relation  $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{l/2}{h} = \frac{l}{2 \cdot h}$ , ce qui nous

donne  $l = 2 \cdot h \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ .

Remplaçons l dans l'équation du débit et on a :

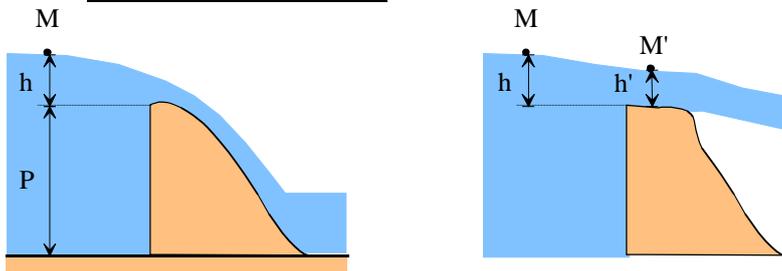
$$Q_v = \frac{4}{15} \cdot \mu \cdot 2 \cdot h \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot h \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \frac{8}{15} \cdot \mu \cdot h^2 \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$Q_v = \frac{8}{15} \cdot \mu \cdot h^2 \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Dans ce cas de figure, nous avons, d'après l'expérimentation de Heyndrickx :

$$\mu = \left(0,5775 + 0,214 \cdot h^{-1,25}\right) \cdot \left(1 + \frac{h^2}{l^2 \cdot (h+z)^2}\right) \text{ avec } h, l, z \text{ en [cm]}$$

### Déversoir à seuil épais



On peut considérer que les filets sur le seuil épais sont rectilignes donc le débit passant au dessus du déversoir est  $Q_v = l \cdot h' \cdot v_{M'}$ .

Ecrivons Bernoulli de M à M' :

$$\frac{P_M}{\rho \cdot g} + \frac{V_M^2}{2 \cdot g} + h = \frac{P_{M'}}{\rho \cdot g} + \frac{V_{M'}^2}{2 \cdot g} + h'$$

Nous pouvons effectuer les hypothèses suivantes :

- la vitesse en M est négligeable devant la vitesse en M' ;
- les pressions  $P_M$  et  $P_{M'}$  sont égales.

Il reste :  $v_{M'} = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h - h')}$  et le débit est  $Q_v = l \cdot h' \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (h - h')}$ .

La fonction s'annule pour  $h'=0$  et  $h'=h$ . Elle présente donc un maximum pour une valeur de  $h'$  comprise entre 0 et h.

Dérivons cette fonction par rapport à  $h'$  pour trouver ce maximum :

Posons  $u=h-h'$ , donc  $u'=-1$

On peut écrire :  $Q_v = l \cdot h' \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (h - h')}$  et on a alors :

$$\frac{dQ_v}{dh'} = l \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (h - h')} - l \cdot h' \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{h - h'}} = l \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot \left( \sqrt{h - h'} - \frac{h'}{2 \cdot \sqrt{h - h'}} \right)$$

$$\frac{dQ_v}{dh'} = 0 \text{ pour } \sqrt{h - h'} - \frac{h'}{2 \cdot \sqrt{h - h'}} = 0 \text{ soit } 2 \cdot (h - h') - h' = 0$$

$$h' = \frac{2 \cdot h}{3}$$

Reprenons l'équation du débit et comme l'écoulement se fera forcément pour le maximum du

débit remplaçons  $h'$  par  $\frac{2}{3} \cdot h$  :  $Q_v = l \cdot \frac{2}{3} \cdot h \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \left(h - \frac{2}{3} \cdot h\right)}$

$$\text{donc } Q_v = \frac{2}{3} \cdot h \cdot l \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot \sqrt{\frac{h}{3}} = \frac{2}{3 \cdot \sqrt{3}} \cdot h \cdot l \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 0,385 \cdot h \cdot l \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

# ABAQUES

## I – Caractéristiques de quelques fluides

### I – 1 - Caractéristiques physiques de l'eau

$\theta$ [°C]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$C_p$ [J/(kg.K)]	$r$ [kJ/kg]	$\lambda$ [W/(m.K)]	$\beta$ [°C <sup>-1</sup> ]	$\nu$ [m <sup>2</sup> /s]	Pr	$\mu$ [kg/(m.s)]
0	999,8	4210	2496,7	0,55	$-0,7 \cdot 10^{-4}$	$1,79 \cdot 10^{-6}$	13,67	$1,79 \cdot 10^{-3}$
10	999,7	4190	2473,3	0,58	$0,9 \cdot 10^{-4}$	$1,30 \cdot 10^{-6}$	9,47	$1,30 \cdot 10^{-3}$
20	998,2	4180	2449,5	0,60	$2,1 \cdot 10^{-4}$	$1,00 \cdot 10^{-6}$	7,01	$9,98 \cdot 10^{-4}$
30	995,7	4180	2426,1	0,61	$3,0 \cdot 10^{-4}$	$0,80 \cdot 10^{-6}$	5,43	$7,97 \cdot 10^{-4}$
40	992,2	4180	2402,3	0,63	$3,9 \cdot 10^{-4}$	$0,66 \cdot 10^{-6}$	4,35	$6,55 \cdot 10^{-4}$
50	988,0	4180	2378,4	0,64	$4,6 \cdot 10^{-4}$	$0,55 \cdot 10^{-6}$	3,57	$5,43 \cdot 10^{-4}$
60	983,2	4180	2354,2	0,65	$5,2 \cdot 10^{-4}$	$0,48 \cdot 10^{-6}$	3,00	$4,72 \cdot 10^{-4}$
70	977,8	4180	2329,5	0,66	$5,9 \cdot 10^{-4}$	$0,41 \cdot 10^{-6}$	2,56	$4,01 \cdot 10^{-4}$
80	971,8	4190	2304,4	0,67	$6,4 \cdot 10^{-4}$	$0,37 \cdot 10^{-6}$	2,23	$3,60 \cdot 10^{-4}$
90	965,3	4200	2278,9	0,67	$7,0 \cdot 10^{-4}$	$0,33 \cdot 10^{-6}$	1,96	$3,19 \cdot 10^{-4}$
100	958,4	4210	2253,0	0,68	$7,5 \cdot 10^{-4}$	$0,30 \cdot 10^{-6}$	1,75	$2,88 \cdot 10^{-4}$

### I – 2 - Caractéristiques physiques de l'air sec à la pression atmosphérique

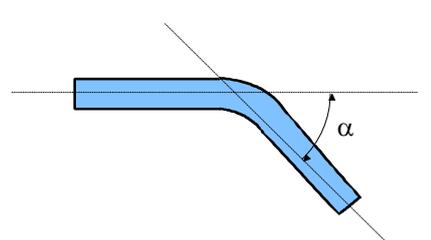
$\theta$ [°C]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$C_p$ [J/(kg.K)]	$\beta$ [°C <sup>-1</sup> ]	$\nu$ [m <sup>2</sup> /s]	Pr	$\mu$ [kg/(m.s)]
0	1,2930	1005	$3,67 \cdot 10^{-3}$	$1,33 \cdot 10^{-5}$	0,7114	$1,72 \cdot 10^{-5}$
20	1,2045	1005	$3,43 \cdot 10^{-3}$	$1,51 \cdot 10^{-5}$	0,7117	$1,82 \cdot 10^{-5}$
40	1,1267	1009	$3,20 \cdot 10^{-3}$	$1,70 \cdot 10^{-5}$	0,7111	$1,91 \cdot 10^{-5}$
60	1,0595	1009	$3,00 \cdot 10^{-3}$	$1,89 \cdot 10^{-5}$	0,7081	$2,00 \cdot 10^{-5}$
80	0,9998	1009	$2,83 \cdot 10^{-3}$	$2,09 \cdot 10^{-5}$	0,7053	$2,09 \cdot 10^{-5}$
100	0,9458	1013	$2,68 \cdot 10^{-3}$	$2,30 \cdot 10^{-5}$	0,7033	$2,18 \cdot 10^{-5}$

### I – 3 - Valeurs de la rugosité absolue de quelques matériaux

Matériau	$\epsilon$ [mm]	Matériau	$\epsilon$ [mm]
Verre, cuivre, laiton	0,001	Fonte	0,25
Matières plastiques, aluminium	0,002	Fonte rouillée	1 à 1,5
Acier étiré sans soudure	0,015	Béton lisse	0,3 à 0,8
Acier soudé	0,03 à 0,1	Béton brut de décoffrage	1 à 3
Acier laminé	0,05	Béton grossier	5
Acier rouillé	0,15 à 0,25	Massif de briques	2
Acier laminé incrusté	1,5 à 3	Planches de bois bien rabotées	0,2 à 0,5
Acier galvanisé	0,15 à 0,2	Planches de bois brutes	1 à 1,5

## II – Pertes de charge singulières

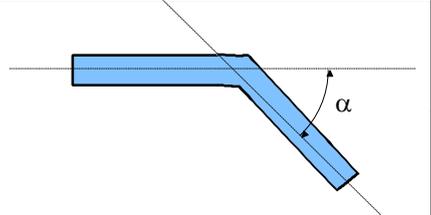
### II – 1 - Coude arrondi :



Valeurs de  $\zeta$

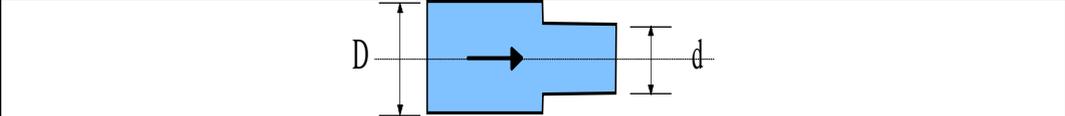
$\alpha$	$\frac{r}{D} = \frac{\text{rayon de courbure}}{\text{diamètre intérieur}}$				
	1	2	3	4	5
22,5	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
30	0,07	0,06	0,06	0,06	0,05
45	0,14	0,10	0,09	0,08	0,08
60	0,19	0,12	0,11	0,10	0,09
90	0,21	0,14	0,12	0,11	0,09

### II – 2 - Coude brusque :



$\alpha$	22,5	30	45	60	90
Valeurs de $\zeta$	0,07	0,11	0,24	0,47	1,13

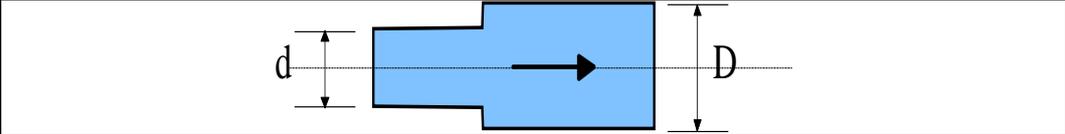
### II – 3 - Rétrécissement brusque :



$\frac{d}{D}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Valeurs de $\zeta$	0,50	0,48	0,45	0,43	0,40	0,36	0,31	0,24	0,17	0,09	0,00

Dans le cas d'un réservoir se déversant dans une canalisation, prenez  $\zeta=0,50$ .

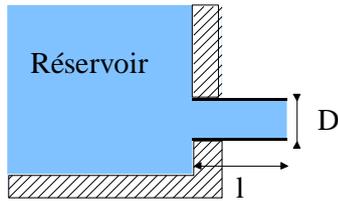
### II – 4 - Elargissement brusque :



$\frac{d}{D}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Valeurs de $\zeta$	1,00	0,98	0,92	0,83	0,71	0,56	0,41	0,26	0,13	0,04	0,00

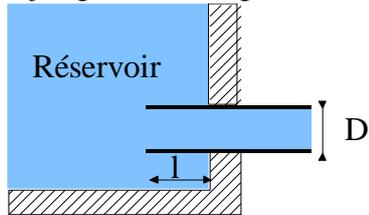
Dans le cas d'une canalisation se déversant dans un réservoir, prenez  $\zeta=1$ .

## II – 5 - Cas particuliers :



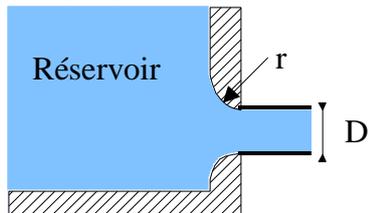
Pour  $2 \cdot D < l < 5 \cdot D$   
 $\zeta = 1,5$

Ajutage débitant à gueule bée



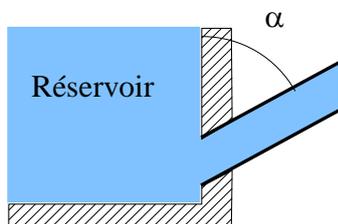
Pour une saillie  $l > \frac{D}{2}$   
 $\zeta = 1,0$

Départ avec saillie à l'intérieur du réservoir



Pour  $\frac{r}{D} > 0,18$   
 $\zeta = 0,05$

Raccord à bords arrondis

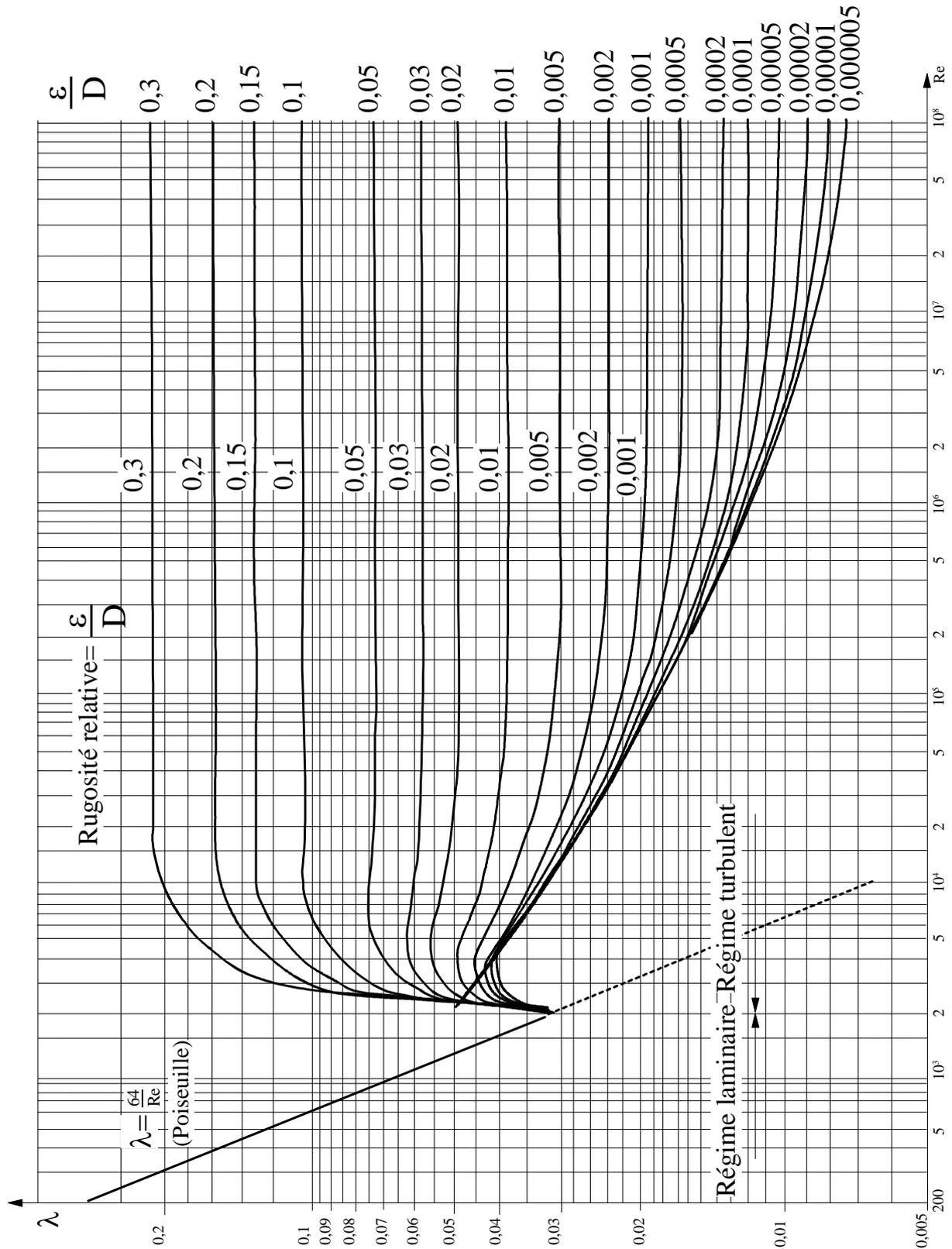


$\alpha$	20°	30°	45°	60°	70°	80°	90°
$\zeta$	0,96	0,91	0,81	0,7	0,63	0,56	0,5

Raccord cylindrique oblique

### III – Pertes de charge linéiques

#### III – 1 – Diagramme de Moody :



### III – 2 – Formulaire :

$\Delta H_{12} = j \cdot L$  où :  $\lambda$  représente le coefficient de pertes de charges linéaire (sans unité);  
 $j$  représente la perte de charge linéique  $\left[ \frac{\text{mCE}}{\text{m}} \right]$

#### Formule de Darcy (ou encore Darcy-Weisbach) :

$j = \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$  avec  $\lambda = 0,0398 + \frac{0,001015}{D}$  pour les conduites en service.

#### Régime Laminaire :

$$f = \frac{64}{Re} \text{ pour } Re < 2400$$

#### Régime Transitoire et Turbulent :

- Abaque de Moody

Voir page précédente

- Pour un domaine où :  $4000 < Re < 100000$ , nous pouvons utiliser la formule de Blasius comme formule approchée : Formule de Blasius :  $\lambda = 0,316 \cdot Re^{-0,25}$ .

- Colebrook-White (CW)

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[ \frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right] \text{ pour } Re > 2300$$

- Haaland (Précision : moins de 2% comparé à l'abaque de Moody)

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1.8 \log \left[ \left( \frac{\varepsilon/D}{3.7} \right)^{1.11} + \frac{6.9}{Re} \right] \text{ pour } Re > 2300$$

- Swamee et Jain (SJ) (Précision : moins de 3% (si  $\frac{\varepsilon}{D} < 0.02$  et  $Re > 3000$ ) comparé à l'abaque de Moody) :

$$f = \frac{1.325}{\left( \ln \left[ \frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right] \right)^2} \text{ pour } 3000 < Re < 10^8$$

#### cas particuliers (régime Transitoire et Turbulent) :

- Complètement rugueux (CW simplifié) :  $\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left[ \frac{\varepsilon/D}{3.7} \right] \text{ pour } Re > 2300$

- Complètement lisse #1 (CW simplifié) :  $\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[ \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right] \text{ pour } Re > 2300$

- Complètement lisse #2 (SJ) (Précision : moins de 1.5% comparé à l'équation CW) :

$$f = \frac{1.325}{\left( \ln \left[ \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right] \right)^2} \text{ pour } 5000 < Re < 10^8$$

### III – 3 - Tables de pertes de charge dans les conduites d'eau

Les formules empiriques de pertes de charge utilisées jusque vers 1950 comportaient une marge de sécurité prudente. La formule de Colebrook qui leur a succédé a donné une base scientifique nouvelle à l'étude des pertes de charge et permis une précision plus grande dans le calcul. En même temps, il est devenu possible d'unifier et de réduire les marges de sécurité grâce à l'emploi généralisé des revêtements centrifugés modernes, qui présentent de hautes qualités hydrauliques et les conservent dans le temps. Ainsi, le maître d'œuvre est en mesure d'apprécier de façon plus efficace l'influence de la qualité des eaux.

C'est donc à l'aide de la formule de Colebrook, complétée par celle de Darcy, que les valeurs contenues dans les tables des pages ci-après ont été calculées.

Elles correspondent à une viscosité cinématique de  $1,301 \cdot 10^{-8}$  [m<sup>2</sup>/s] – très sensiblement celle de l'eau à 10 [°C] – et aux deux coefficients de rugosité équivalente :

$$k = 3 \cdot 10^{-5} \text{ [m]} = 0,03 \text{ [mm]} \text{ et } k = 10 \cdot 10^{-5} \text{ [m]} = 0,1 \text{ [mm]}.$$

Le coefficient  $k = 0,03$  [mm] correspond à la valeur moyenne des pertes de charge « tuyau seul » mesurées en 1960 par les laboratoires SOGREAH, à Grenoble, sur des tuyaux en fonte revêtus de mortier de ciment centrifugé. Ces pertes de charges présentent une marge de sécurité voisine de 7 % par rapport à l'idéalement lisse. Elles ont servi de base à l'accord auquel abouti, le 19 mars 1964, les travaux de la Commission technique Pertes de charge de la Chambre syndicale nationale de l'Hygiène publique et qui conclut à l'équivalence hydraulique entre les divers matériaux : acier endoplasté, amiante-ciment, béton centrifugé, fontes pourvues de revêtements centrifugés modernes, PVC rigide.

Le coefficient  $k = 0,1$  [mm] est celui que les services techniques de la Société des Fonderies de Pont-à-Mousson conseillent d'adopter pour les conduites en service et utilisent eux-mêmes pour ces conduites. Il comporte une marge de sécurité moyenne de 20% par rapport aux pertes de charge correspondant à l'idéalement lisse, est de 13 % par rapport à celles qui correspondent au coefficient  $k=0,03$  [mm]. Il convient, dans les conditions normales, pour les conduites posées suivant les règles de l'art et transportant des eaux suffisamment filtrées pour ne pas créer de problèmes de dépôts ni de sédimentations.

A noter qu'à l'idéalement lisse correspondrait un coefficient  $k = 0$  [mm].

Les tables donnent les valeurs des pertes de charge et des débits pour les diamètres les plus courants et pour des vitesses moyennes échelonnées de 0,10 à 0,5 [m/s]. Les diamètres retenus forment deux séries correspondant aux deux cas suivants :

1 – Cas général : tous matériaux. Il s'agit de diamètres intérieurs égaux aux diamètres nominaux les plus usuels dans les canalisations sous pression, de 40 à 1500 [mm] ;

2 – Cas particulier : PVC rigide. Il s'agit des diamètres intérieurs fixés par la norme française NF T 54-016 pour l'adduction et la distribution d'eau froide et pour les diamètres d'emboîtement allant jusqu'à 200. Ces diamètres intérieurs s'échelonnent de 14,8 à 187 [mm]. Les tables correspondant à ces deux cas se trouvent aux pages ci-après. Les valeurs qu'elles contiennent ont été obtenues à l'aide d'une calculatrice électronique et comportent toute la précision utile en la matière.

Nota : Utilisation des tables pour des tables pour les fluides de viscosités diverses (voir plus loin).

Vitesse moyenne	Diamètre intérieur 40 mm Section 0,00126 m <sup>2</sup>			Diamètre intérieur 50 mm Section 0,00196 m <sup>2</sup>			Diamètre intérieur 55 mm Section 0,00238 m <sup>2</sup>		
	Pertes de charge		Débit	Pertes de charge		Débit	Pertes de charge		Débit
	k = 0,03 mm	k = 0,1 mm		k = 0,03 mm	k = 0,1 mm		k = 0,03 mm	k = 0,1 mm	
m/s	mCE/m	mCE/m	l/s	mCE/m	mCE/m	l/s	mCE/m	mCE/m	l/s
0,10	0,00056	0,00058	0,126	0,00042	0,00043	0,196	0,00037	0,00038	0,238
0,15	0,00112	0,00117	0,188	0,00084	0,00088	0,295	0,00074	0,00078	0,356
0,20	0,00185	0,00195	0,251	0,00139	0,00146	0,393	0,00123	0,00129	0,475
0,25	0,00272	0,00290	0,314	0,00205	0,00217	0,491	0,00181	0,00192	0,594
0,30	0,00375	0,00402	0,377	0,00282	0,00302	0,589	0,00250	0,00267	0,713
0,35	0,00492	0,00531	0,440	0,00371	0,00399	0,687	0,00326	0,00353	0,832
0,40	0,00623	0,00677	0,503	0,00469	0,00508	0,785	0,00416	0,00450	0,950
0,45	0,00767	0,00839	0,565	0,00579	0,00630	0,884	0,00514	0,00558	1,069
0,50	0,00926	0,01016	0,628	0,00699	0,00765	0,982	0,00620	0,00677	1,188
0,55	0,01097	0,01213	0,691	0,00829	0,00912	1,080	0,00735	0,00808	1,307
0,60	0,01282	0,01424	0,754	0,00969	0,01071	1,178	0,00860	0,00949	1,425
0,65	0,01480	0,01652	0,817	0,01118	0,01242	1,276	0,00993	0,01100	1,544
0,70	0,01691	0,01896	0,880	0,01278	0,01426	1,374	0,01135	0,01263	1,663
0,75	0,01915	0,02156	0,942	0,01448	0,01621	1,473	0,01286	0,01436	1,782
0,80	0,02151	0,02432	1,005	0,01627	0,01829	1,571	0,01445	0,01621	1,901
0,85	0,02401	0,02724	1,068	0,01816	0,02049	1,669	0,01613	0,01816	2,019
0,90	0,02663	0,03032	1,131	0,02015	0,02281	1,767	0,01789	0,02021	2,138
0,95	0,02937	0,03357	1,194	0,02223	0,02526	1,865	0,01974	0,02238	2,257
1,00	0,03225	0,03697	1,257	0,02441	0,02787	1,963	0,02168	0,02465	2,376
1,05	0,03524	0,04053	1,319	0,02668	0,03050	2,062	0,02370	0,02703	2,495
1,10	0,03836	0,04426	1,382	0,02905	0,03330	2,160	0,02580	0,02951	2,613
1,15	0,04161	0,04814	1,445	0,03151	0,03623	2,258	0,02799	0,03211	2,732
1,20	0,04498	0,05218	1,508	0,03406	0,03927	2,358	0,03026	0,03480	2,851
1,25	0,04847	0,05638	1,571	0,03671	0,04244	2,454	0,03262	0,03761	2,970
1,30	0,05206	0,06075	1,634	0,03945	0,04572	2,553	0,03506	0,04052	3,089
1,35	0,05582	0,06527	1,696	0,04229	0,04913	2,651	0,03758	0,04354	3,207
1,40	0,05968	0,06995	1,759	0,04522	0,05266	2,749	0,04018	0,04667	3,326
1,45	0,06366	0,07479	1,822	0,04824	0,05630	2,847	0,04287	0,04990	3,445
1,50	0,06777	0,07979	1,885	0,05135	0,06007	2,945	0,04564	0,05324	3,564
1,55	0,07199	0,08495	1,948	0,05456	0,06395	3,043	0,04849	0,05668	3,683
1,60	0,07634	0,09027	2,011	0,05786	0,06796	3,141	0,05142	0,06023	3,801
1,65	0,08081	0,09575	2,073	0,06125	0,07208	3,240	0,05443	0,06369	3,920
1,70	0,08539	0,1014	2,136	0,06473	0,07633	3,338	0,05753	0,06765	4,039
1,75	0,09010	0,1072	2,199	0,06830	0,08070	3,436	0,06071	0,07152	4,158
1,80	0,09493	0,1131	2,262	0,07197	0,08518	3,534	0,06387	0,07550	4,276
1,85	0,09988	0,1192	2,325	0,07573	0,08979	3,632	0,06731	0,07958	4,395
1,90	0,1050	0,1255	2,388	0,07958	0,09451	3,731	0,07073	0,08377	4,514
1,95	0,1101	0,1320	2,450	0,08352	0,09936	3,829	0,07424	0,08806	4,633
2,00	0,1155	0,1385	2,513	0,08755	0,1043	3,927	0,07782	0,09247	4,752
2,05	0,1209	0,1453	2,576	0,09167	0,1094	4,025	0,08149	0,09697	4,870
2,10	0,1264	0,1522	2,639	0,09589	0,1146	4,123	0,08524	0,1016	4,989
2,15	0,1321	0,1593	2,702	0,1002	0,1199	4,221	0,08907	0,1063	5,108
2,20	0,1379	0,1665	2,765	0,1046	0,1254	4,320	0,09297	0,1111	5,227
2,25	0,1438	0,1739	2,827	0,1091	0,1309	4,418	0,09696	0,1161	5,346
2,30	0,1498	0,1814	2,890	0,1137	0,1366	4,516	0,1010	0,1211	5,464
2,35	0,1560	0,1891	2,953	0,1183	0,1424	4,614	0,1052	0,1262	5,583
2,40	0,1623	0,1970	3,016	0,1231	0,1484	4,712	0,1094	0,1315	5,702
2,45	0,1686	0,2050	3,079	0,1279	0,1544	4,811	0,1137	0,1369	5,821
2,50	0,1752	0,2132	3,142	0,1329	0,1606	4,909	0,1181	0,1423	5,940

Vitesse moyenne	Diamètre intérieur 60 mm Section 0,00283 m <sup>2</sup>			Diamètre intérieur 65 mm Section 0,00332 m <sup>2</sup>			Diamètre intérieur 80 mm Section 0,00503 m <sup>2</sup>		
	Pertes de charge		Débit	Pertes de charge		Débit	Pertes de charge		Débit
	k = 0,03 mm	k = 0,1 mm		k = 0,03 mm	k = 0,1 mm		k = 0,03 mm	k = 0,1 mm	
m/s	mCE/m	mCE/m	l/s	mCE/m	mCE/m	l/s	mCE/m	mCE/m	l/s
0,10	0,00033	0,00034	0,283	0,00030	0,00031	0,332	0,00023	0,00023	0,503
0,15	0,00067	0,00069	0,424	0,00060	0,00062	0,498	0,00046	0,00048	0,754
0,20	0,00110	0,00115	0,565	0,00099	0,00104	0,664	0,00076	0,00080	1,005
0,25	0,00162	0,00172	0,707	0,00147	0,00155	0,830	0,00113	0,00119	1,257
0,30	0,00224	0,00239	0,848	0,00203	0,00226	0,995	0,00156	0,00166	1,508
0,35	0,00294	0,00316	0,990	0,00266	0,00285	1,161	0,00205	0,00219	1,759
0,40	0,00373	0,00403	1,131	0,00338	0,00364	1,327	0,00260	0,00280	2,011
0,45	0,00460	0,00500	1,272	0,00416	0,00451	1,493	0,00321	0,00347	2,262
0,50	0,00556	0,00606	1,414	0,00503	0,00548	1,659	0,00388	0,00421	2,513
0,55	0,00659	0,00723	1,555	0,00597	0,00653	1,825	0,00461	0,00503	2,765
0,60	0,00771	0,00849	1,696	0,00698	0,00767	1,991	0,00539	0,00591	3,016
0,65	0,00891	0,00985	1,838	0,00806	0,00890	2,157	0,00623	0,00685	3,267
0,70	0,01018	0,01131	1,979	0,00922	0,01022	2,323	0,00712	0,00787	3,519
0,75	0,01153	0,01286	2,121	0,01044	0,01163	2,489	0,00807	0,00895	3,770
0,80	0,01297	0,01452	2,262	0,01174	0,01313	2,655	0,00908	0,01010	4,021
0,85	0,01447	0,01626	2,403	0,01311	0,01470	2,821	0,01014	0,01132	4,273
0,90	0,01606	0,01811	2,545	0,01454	0,01636	2,986	0,01125	0,01260	4,524
0,95	0,01772	0,02004	2,686	0,01605	0,01812	3,152	0,01242	0,01395	4,775
1,00	0,01946	0,02208	2,827	0,01762	0,01996	3,318	0,01364	0,01537	5,027
1,05	0,02128	0,02421	2,969	0,01927	0,02188	3,484	0,01491	0,01685	5,278
1,10	0,02317	0,02644	3,110	0,02098	0,02390	3,650	0,01624	0,01841	5,529
1,15	0,02513	0,02876	3,252	0,02276	0,02600	3,816	0,01762	0,02002	5,781
1,20	0,02717	0,03118	3,393	0,02461	0,02818	3,982	0,01905	0,02171	6,032
1,25	0,02929	0,03369	3,534	0,02653	0,03046	4,146	0,02054	0,02346	6,283
1,30	0,03148	0,03630	3,676	0,02851	0,03281	4,314	0,02208	0,02528	6,534
1,35	0,03374	0,03901	3,817	0,03057	0,03526	4,480	0,02367	0,02716	6,786
1,40	0,03608	0,04181	3,958	0,03269	0,03779	4,646	0,02531	0,02911	7,037
1,45	0,03849	0,04470	4,100	0,03487	0,04041	4,812	0,02701	0,03113	7,288
1,50	0,04098	0,04769	4,241	0,03713	0,04311	4,977	0,02876	0,03322	7,540
1,55	0,04354	0,05078	4,382	0,03945	0,04591	5,143	0,03056	0,03537	7,791
1,60	0,04618	0,05396	4,524	0,04184	0,04878	5,309	0,03241	0,03759	8,042
1,65	0,04889	0,05724	4,665	0,04429	0,05175	5,475	0,03432	0,03987	8,294
1,70	0,05167	0,06061	4,807	0,04682	0,05479	5,641	0,03627	0,04222	8,545
1,75	0,05453	0,06408	4,948	0,04940	0,05793	5,807	0,03828	0,04464	8,796
1,80	0,05746	0,06764	5,089	0,05206	0,06115	5,973	0,04034	0,04712	9,048
1,85	0,06046	0,07130	5,231	0,05478	0,06446	6,139	0,04245	0,04967	9,299
1,90	0,06353	0,07505	5,372	0,05757	0,06785	6,305	0,04461	0,05228	9,550
1,95	0,06668	0,07890	5,513	0,06042	0,07133	6,471	0,04683	0,05497	9,802
2,00	0,06990	0,08284	5,655	0,06334	0,07490	6,637	0,04909	0,05771	10,05
2,05	0,07320	0,08688	5,796	0,06633	0,07855	6,802	0,05141	0,06053	10,30
2,10	0,07657	0,09102	5,938	0,06938	0,08229	6,968	0,05378	0,06341	10,56
2,15	0,08001	0,09525	6,079	0,07250	0,08611	7,134	0,05620	0,06636	10,81
2,20	0,08352	0,09957	6,220	0,07569	0,09002	7,300	0,05867	0,06937	11,06
2,25	0,08711	0,1040	6,362	0,07894	0,09402	7,466	0,06119	0,07245	11,31
2,30	0,09076	0,1085	6,503	0,08225	0,09810	7,632	0,06376	0,07560	11,56
2,35	0,09450	0,1131	6,644	0,08564	0,1023	7,798	0,06639	0,07881	11,81
2,40	0,09830	0,1178	6,786	0,08908	0,1065	7,964	0,06906	0,08209	12,06
2,45	0,1022	0,1226	6,927	0,09260	0,1109	8,130	0,07179	0,08543	12,31
2,50	0,1061	0,1275	7,069	0,09618	0,1153	8,296	0,07457	0,08885	12,57

Vitesse moyenne	Diamètre intérieur 100 mm Section 0,00785 m <sup>2</sup>			Diamètre intérieur 125 mm Section 0,001227 m <sup>2</sup>			Diamètre intérieur 150 mm Section 0,001767 m <sup>2</sup>		
	Pertes de charge		Débit	Pertes de charge		Débit	Pertes de charge		Débit
	k = 0,03 mm	k = 0,1 mm		k = 0,03 mm	k = 0,1 mm		k = 0,03 mm	k = 0,1 mm	
m/s	mCE/m	mCE/m	l/s	mCE/m	mCE/m	l/s	mCE/m	mCE/m	l/s
0,10	0,00017	0,00018	0,785	0,00013	0,00013	1,227	0,00003	0,00010	1,767
0,15	0,00035	0,00036	1,178	0,00026	0,00027	1,841	0,00021	0,00022	2,651
0,20	0,00058	0,00060	1,571	0,00044	0,00045	2,454	0,00035	0,00036	3,534
0,25	0,00085	0,00090	1,963	0,00065	0,00068	3,058	0,00052	0,00054	4,418
0,30	0,00118	0,00125	2,356	0,00089	0,00094	3,682	0,00071	0,00075	5,301
0,35	0,00155	0,00165	2,749	0,00118	0,00125	4,295	0,00094	0,00100	6,185
0,40	0,00197	0,00211	3,142	0,00150	0,00160	4,909	0,00119	0,00127	7,069
0,45	0,00244	0,00262	3,534	0,00185	0,00198	5,522	0,00148	0,00158	7,952
0,50	0,00294	0,00318	3,927	0,00223	0,00241	6,136	0,00179	0,00192	8,836
0,55	0,00350	0,00380	4,320	0,00265	0,00287	6,750	0,00212	0,00229	9,719
0,60	0,00409	0,00446	4,712	0,00311	0,00338	7,363	0,00248	0,00269	10,60
0,65	0,00473	0,00518	5,105	0,00359	0,00392	7,977	0,00287	0,00313	11,49
0,70	0,00541	0,00595	5,498	0,00411	0,00450	8,590	0,00329	0,00359	12,37
0,75	0,00613	0,00677	5,890	0,00466	0,00512	9,204	0,00373	0,00409	13,25
0,80	0,00689	0,00764	6,283	0,00524	0,00578	9,817	0,00420	0,00461	14,14
0,85	0,00770	0,00856	6,676	0,00586	0,00648	10,43	0,00469	0,00517	15,02
0,90	0,00855	0,00953	7,069	0,00650	0,00722	11,04	0,00520	0,00576	15,90
0,95	0,00944	0,01055	7,461	0,00718	0,00799	11,66	0,00575	0,00638	16,79
1,00	0,01037	0,01163	7,854	0,00789	0,00861	12,27	0,00632	0,00703	17,67
1,05	0,01134	0,01275	8,247	0,00863	0,00966	12,89	0,00691	0,00771	18,55
1,10	0,01235	0,01392	8,639	0,00940	0,01055	13,50	0,00753	0,00842	19,44
1,15	0,01340	0,01515	9,032	0,01020	0,01148	14,11	0,00817	0,00916	20,32
1,20	0,01449	0,01642	9,425	0,01103	0,01244	14,73	0,00884	0,00993	21,21
1,25	0,01562	0,01775	9,817	0,01189	0,01345	15,34	0,00953	0,01073	22,09
1,30	0,01679	0,01913	10,21	0,01279	0,01449	15,95	0,01024	0,01157	22,97
1,35	0,01801	0,02055	10,60	0,01371	0,01557	16,57	0,01099	0,01243	23,86
1,40	0,01926	0,02203	11,00	0,01467	0,01669	17,18	0,01175	0,01332	24,74
1,45	0,02055	0,02356	11,39	0,01565	0,01785	17,79	0,01254	0,01425	25,62
1,50	0,02188	0,02514	11,78	0,01667	0,01905	18,41	0,01336	0,01520	26,51
1,55	0,02325	0,02676	12,17	0,01771	0,02028	19,02	0,01419	0,01619	27,39
1,60	0,02466	0,02844	12,57	0,01879	0,02156	19,63	0,01506	0,01720	28,27
1,65	0,02611	0,03017	12,96	0,01990	0,02287	20,25	0,01595	0,01825	29,16
1,70	0,02761	0,03195	13,35	0,02103	0,02422	20,86	0,01686	0,01933	30,04
1,75	0,02913	0,03378	13,74	0,02220	0,02560	21,48	0,01779	0,02044	30,92
1,80	0,03070	0,03566	14,14	0,02340	0,02703	22,09	0,01875	0,02157	31,81
1,85	0,03231	0,03759	14,53	0,02462	0,02849	22,70	0,01974	0,02274	32,69
1,90	0,03396	0,03957	14,92	0,02588	0,02999	23,32	0,02075	0,02394	33,58
1,95	0,03565	0,04160	15,32	0,02717	0,03153	23,93	0,02178	0,02517	34,46
2,00	0,03737	0,04368	15,71	0,02849	0,03311	24,54	0,02284	0,02643	35,34
2,05	0,03914	0,04581	16,10	0,02983	0,03473	25,16	0,02392	0,02772	36,23
2,10	0,04094	0,04799	16,49	0,03121	0,03638	25,77	0,02502	0,02904	37,11
2,15	0,04279	0,05023	16,89	0,03262	0,03807	26,38	0,02615	0,03039	37,99
2,20	0,04467	0,05251	17,28	0,03405	0,03980	27,00	0,02730	0,03177	38,88
2,25	0,04659	0,05484	17,67	0,03552	0,04157	27,61	0,02848	0,03318	39,76
2,30	0,04855	0,05722	18,06	0,03702	0,04338	28,22	0,02968	0,03463	40,64
2,35	0,05055	0,05965	18,46	0,03854	0,04522	28,84	0,03090	0,03610	41,53
2,40	0,05259	0,06214	18,85	0,04010	0,04710	29,45	0,03215	0,03760	42,41
2,45	0,05467	0,06467	19,24	0,04168	0,04902	30,07	0,03342	0,03913	43,29
2,50	0,05679	0,06725	19,63	0,04330	0,05098	30,68	0,03472	0,04070	44,18

Vitesse moyenne	Diamètre intérieur 175 mm Section 0,02405 m <sup>2</sup>			Diamètre intérieur 200 mm Section 0,03142 m <sup>2</sup>			Diamètre intérieur 250 mm Section 0,04909 m <sup>2</sup>		
	Pertes de charge		Débit	Pertes de charge		Débit	Pertes de charge		Débit
	k = 0,03 mm	k = 0,1 mm		k = 0,03 mm	k = 0,1 mm		k = 0,03 mm	k = 0,1 mm	
m/s	mCE/m	mCE/m	l/s	mCE/m	mCE/m	l/s	mCE/m	mCE/m	l/s
0,10	0,000084	0,000086	2,405	0,000071	0,000073	3,142	0,000054	0,000055	4,909
0,15	0,00017	0,00018	3,608	0,00015	0,00015	4,712	0,00011	0,00011	7,363
0,20	0,00029	0,00030	4,811	0,00024	0,00025	6,283	0,00018	0,00019	9,817
0,25	0,00043	0,00045	6,013	0,00036	0,00038	7,854	0,00027	0,00029	12,27
0,30	0,00059	0,00062	7,216	0,00050	0,00053	9,524	0,00038	0,00040	14,73
0,35	0,00078	0,00082	8,418	0,00066	0,00070	11,00	0,00050	0,00053	17,18
0,40	0,00099	0,00105	9,621	0,00084	0,00089	12,57	0,00064	0,00068	19,63
0,45	0,00122	0,00131	10,82	0,00104	0,00111	14,14	0,00079	0,00084	22,09
0,50	0,00148	0,00159	12,03	0,00126	0,00134	15,71	0,00096	0,00102	24,54
0,55	0,00176	0,00189	13,23	0,00149	0,00161	17,28	0,00114	0,00122	27,00
0,60	0,00206	0,00223	14,43	0,00175	0,00189	18,85	0,00133	0,00143	29,45
0,65	0,00238	0,00258	15,63	0,00202	0,00219	20,42	0,00154	0,00167	31,91
0,70	0,00272	0,00297	16,84	0,00232	0,00252	21,99	0,00177	0,00191	34,36
0,75	0,00309	0,00338	18,04	0,00263	0,00287	23,56	0,00200	0,00218	36,82
0,80	0,00348	0,00381	19,24	0,00296	0,00323	25,13	0,00226	0,00246	39,27
0,85	0,00389	0,00427	20,44	0,00330	0,00363	26,70	0,00252	0,00276	41,72
0,90	0,00431	0,00476	21,65	0,00367	0,00404	28,27	0,00280	0,00307	44,18
0,95	0,00476	0,00527	22,85	0,00405	0,00447	29,85	0,00309	0,00340	46,63
1,00	0,00524	0,00581	24,05	0,00445	0,00493	31,42	0,00340	0,00375	49,09
1,05	0,00573	0,00637	25,26	0,00487	0,00541	32,99	0,00372	0,00411	51,54
1,10	0,00624	0,00696	26,46	0,00531	0,00591	34,56	0,00405	0,00449	54,00
1,15	0,00677	0,00757	27,66	0,00576	0,00643	36,13	0,00440	0,00489	56,45
1,20	0,00733	0,00821	28,86	0,00623	0,00697	37,70	0,00476	0,00530	58,90
1,25	0,00790	0,00887	30,07	0,00672	0,00753	39,27	0,00514	0,00573	61,36
1,30	0,00850	0,00956	31,27	0,00723	0,00812	40,84	0,00552	0,00618	63,81
1,35	0,00911	0,01028	32,47	0,00775	0,00872	42,41	0,00592	0,00664	66,27
1,40	0,00975	0,01102	33,67	0,00829	0,00935	43,98	0,00634	0,00712	68,72
1,45	0,01040	0,01178	34,88	0,00885	0,01000	45,55	0,00677	0,00761	71,18
1,50	0,01108	0,01257	36,08	0,00943	0,01067	47,12	0,00721	0,00812	73,63
1,55	0,01178	0,01339	37,28	0,01002	0,01136	48,69	0,00766	0,00865	76,08
1,60	0,01249	0,01423	38,48	0,01063	0,01208	50,27	0,00813	0,00919	78,54
1,65	0,01323	0,01509	39,69	0,01126	0,01281	51,84	0,00861	0,00975	80,99
1,70	0,01399	0,01599	40,89	0,01191	0,01357	53,41	0,00910	0,01033	83,45
1,75	0,01477	0,01690	42,09	0,01257	0,01435	54,98	0,00961	0,01092	85,90
1,80	0,01556	0,01784	43,29	0,01325	0,01514	56,55	0,01013	0,01153	88,36
1,85	0,01638	0,01881	44,50	0,01394	0,01596	58,12	0,01066	0,01215	90,81
1,90	0,01722	0,01980	45,70	0,01466	0,01681	59,69	0,01121	0,01279	93,27
1,95	0,01808	0,02082	46,90	0,01539	0,01767	61,26	0,01177	0,01345	95,72
2,00	0,01895	0,02186	48,11	0,01613	0,01855	62,83	0,01234	0,01412	98,17
2,05	0,01985	0,02293	49,31	0,01690	0,01946	64,40	0,01292	0,01481	100,6
2,10	0,02077	0,02402	50,51	0,01768	0,02039	65,97	0,01352	0,01552	103,1
2,15	0,02171	0,02514	51,71	0,01848	0,02134	67,54	0,01413	0,01624	105,5
2,20	0,02266	0,02628	52,92	0,01929	0,02231	69,11	0,01476	0,01698	108,0
2,25	0,02364	0,02745	54,12	0,02013	0,02330	70,69	0,01539	0,01773	110,4
2,30	0,02464	0,02864	55,32	0,02097	0,02431	72,26	0,01604	0,01850	112,9
2,35	0,02565	0,02986	56,52	0,02184	0,02534	73,83	0,01671	0,01929	115,4
2,40	0,02669	0,03110	57,73	0,02272	0,02640	75,40	0,01738	0,02010	117,8
2,45	0,02775	0,03237	58,93	0,02362	0,02748	76,97	0,01807	0,02092	120,3
2,50	0,02862	0,03366	60,13	0,02454	0,02858	78,54	0,01877	0,02175	122,7

Vitesse moyenne	Diamètre intérieur 300 mm Section 0,07069 m <sup>2</sup>			Diamètre intérieur 350 mm Section 0,09621 m <sup>2</sup>			Diamètre intérieur 400 mm Section 0,1257 m <sup>2</sup>		
	Pertes de charge		Débit	Pertes de charge		Débit	Pertes de charge		Débit
	k = 0,03 mm	k = 0,1 mm		k = 0,03 mm	k = 0,1 mm		k = 0,03 mm	k = 0,1 mm	
m/s	mCE/m	mCE/m	l/s	mCE/m	mCE/m	l/s	mCE/m	mCE/m	l/s
0,10	0,000043	0,000044	7,069	0,000035	0,000036	9,621	0,000030	0,000031	12,57
0,15	0,000088	0,000091	10,60	0,000073	0,000075	14,43	0,000062	0,000063	18,85
0,20	0,00015	0,00015	14,14	0,00012	0,00013	19,24	0,00010	0,00011	25,13
0,25	0,00022	0,00023	17,67	0,00018	0,00019	24,05	0,00015	0,00016	31,42
0,30	0,00030	0,00032	21,21	0,00025	0,00026	28,86	0,00021	0,00022	37,70
0,35	0,00040	0,00042	24,74	0,00033	0,00035	33,86	0,00026	0,00030	43,98
0,40	0,00051	0,00054	28,27	0,00042	0,00045	38,48	0,00036	0,00038	50,27
0,45	0,00063	0,00067	31,61	0,00053	0,00056	43,30	0,00045	0,00047	56,55
0,50	0,00077	0,00082	35,34	0,00064	0,00068	48,11	0,00054	0,00058	62,83
0,55	0,00091	0,00098	38,88	0,00076	0,00081	52,92	0,00064	0,00069	69,11
0,60	0,00107	0,00115	42,41	0,00089	0,00095	57,73	0,00076	0,00081	75,40
0,65	0,00124	0,00133	45,95	0,00103	0,00110	62,54	0,00087	0,00094	81,68
0,70	0,00142	0,00153	49,48	0,00116	0,00127	67,35	0,00100	0,00108	87,96
0,75	0,00161	0,00174	53,01	0,00134	0,00144	72,16	0,00114	0,00123	94,25
0,80	0,00181	0,00197	56,55	0,00150	0,00163	76,97	0,00128	0,00139	100,5
0,85	0,00202	0,00221	60,08	0,00168	0,00183	81,78	0,00143	0,00156	106,8
0,90	0,00225	0,00246	63,62	0,00187	0,00204	86,59	0,00159	0,00173	113,1
0,95	0,00248	0,00272	67,15	0,00206	0,00226	91,40	0,00176	0,00192	119,4
1,00	0,00273	0,00300	70,69	0,00227	0,00249	96,21	0,00193	0,00212	125,7
1,05	0,00299	0,00329	74,22	0,00248	0,00273	101,0	0,00212	0,00232	131,9
1,10	0,00326	0,00360	77,75	0,00271	0,00298	105,8	0,00231	0,00254	138,2
1,15	0,00353	0,00391	81,29	0,00294	0,00324	110,6	0,00250	0,00276	144,5
1,20	0,00382	0,00424	84,82	0,00318	0,00352	115,5	0,00271	0,00299	150,8
1,25	0,00413	0,00459	88,36	0,00343	0,00380	120,3	0,00292	0,00323	157,1
1,30	0,00444	0,00494	91,89	0,00369	0,00410	125,1	0,00314	0,00349	163,4
1,35	0,00476	0,00531	95,43	0,00396	0,00441	129,9	0,00337	0,00375	169,6
1,40	0,00509	0,00570	98,96	0,00423	0,00472	134,7	0,00361	0,00402	175,9
1,45	0,00544	0,00609	102,3	0,00452	0,00504	139,5	0,00385	0,00430	182,2
1,50	0,00579	0,00650	106,0	0,00481	0,00539	144,3	0,00410	0,00459	188,5
1,55	0,00615	0,00692	109,6	0,00512	0,00574	149,1	0,00436	0,00488	194,8
1,60	0,00653	0,00736	113,1	0,00543	0,00610	153,9	0,00463	0,00519	201,1
1,65	0,00692	0,00781	116,6	0,00575	0,00647	158,7	0,00490	0,00551	207,3
1,70	0,00731	0,00827	120,2	0,00608	0,00686	163,6	0,00519	0,00583	213,6
1,75	0,00772	0,00874	123,7	0,00642	0,00725	168,4	0,00547	0,00617	219,9
1,80	0,00814	0,00923	127,2	0,00677	0,00765	173,2	0,00577	0,00651	226,2
1,85	0,00857	0,00973	130,8	0,00712	0,00807	178,0	0,00608	0,00686	232,5
1,90	0,00901	0,01024	134,3	0,00749	0,00849	182,8	0,00639	0,00723	238,8
1,95	0,00946	0,01077	137,8	0,00786	0,00893	187,6	0,00671	0,00760	245,0
2,00	0,00992	0,01131	141,4	0,00825	0,00938	192,4	0,00703	0,00798	251,3
2,05	0,01039	0,01186	144,9	0,00864	0,00984	197,2	0,00737	0,00837	257,6
2,10	0,01087	0,01243	148,4	0,00904	0,01031	202,0	0,00771	0,00877	263,9
2,15	0,01136	0,01301	152,0	0,00945	0,01079	206,9	0,00806	0,00918	270,2
2,20	0,01186	0,01360	155,5	0,00987	0,01128	211,7	0,00841	0,00959	276,5
2,25	0,01237	0,01420	159,0	0,01029	0,01178	216,5	0,00878	0,01002	282,7
2,30	0,01290	0,01482	162,6	0,01073	0,01229	221,3	0,00915	0,01045	289,0
2,35	0,01343	0,01545	166,1	0,01117	0,01281	226,1	0,00953	0,01090	295,3
2,40	0,01397	0,01609	169,6	0,01162	0,01335	230,9	0,00991	0,01135	301,6
2,45	0,01453	0,01675	173,2	0,01208	0,01389	235,7	0,01031	0,01162	307,9
2,50	0,01509	0,01742	176,7	0,01255	0,01445	240,5	0,01071	0,01229	314,2

Vitesse moyenne	Diamètre intérieur 450 mm Section 0,1590 m <sup>2</sup>			Diamètre intérieur 500 mm Section 0,1963 m <sup>2</sup>			Diamètre intérieur 550 mm Section 0,2376 m <sup>2</sup>		
	Pertes de charge		Débit	Pertes de charge		Débit	Pertes de charge		Débit
	k = 0,03 mm	k = 0,1 mm		k = 0,03 mm	k = 0,1 mm		k = 0,03 mm	k = 0,1 mm	
m/s	mCE/m	mCE/m	l/s	mCE/m	mCE/m	l/s	mCE/m	mCE/m	l/s
0,10	0,000026	0,000026	15,90	0,000023	0,000023	19,63	0,000020	0,000021	23,76
0,15	0,000053	0,000055	23,86	0,000047	0,000047	29,45	0,000042	0,000043	35,64
0,20	0,000090	0,000092	31,81	0,000079	0,000079	39,27	0,000070	0,000072	47,52
0,25	0,00013	0,00014	39,76	0,00012	0,00012	49,09	0,00010	0,00011	59,40
0,30	0,00019	0,00019	47,71	0,00016	0,00017	58,90	0,00015	0,00015	71,27
0,35	0,00025	0,00026	55,67	0,00022	0,00023	68,72	0,00019	0,00020	83,15
0,40	0,00031	0,00033	63,62	0,00028	0,00029	78,54	0,00025	0,00026	95,03
0,45	0,00039	0,00041	71,57	0,00034	0,00036	88,39	0,00030	0,00032	106,9
0,50	0,00047	0,00050	79,52	0,00041	0,00044	98,17	0,00037	0,00039	118,8
0,55	0,00056	0,00060	87,47	0,00049	0,00052	108,0	0,00044	0,00047	130,7
0,60	0,00066	0,00070	95,43	0,00058	0,00062	117,8	0,00052	0,00055	142,5
0,65	0,00076	0,00081	103,4	0,00067	0,00072	127,6	0,00060	0,00064	154,4
0,70	0,00087	0,00094	111,3	0,00077	0,00082	137,4	0,00068	0,00073	166,3
0,75	0,00099	0,00106	119,3	0,00087	0,00094	147,3	0,00078	0,00084	178,2
0,80	0,00111	0,00120	127,2	0,00098	0,00106	157,1	0,00087	0,00094	190,1
0,85	0,00124	0,00135	135,2	0,00110	0,00119	166,9	0,00098	0,00106	201,9
0,90	0,00138	0,00150	143,1	0,00122	0,00132	176,7	0,00109	0,00118	213,8
0,95	0,00153	0,00166	151,1	0,00135	0,00147	186,5	0,00120	0,00131	225,7
1,00	0,00168	0,00183	159,0	0,00148	0,00162	196,3	0,00132	0,00144	237,6
1,05	0,00184	0,00201	167,0	0,00162	0,00177	206,2	0,00145	0,00158	249,5
1,10	0,00200	0,00220	174,9	0,00177	0,00194	216,0	0,00158	0,00173	261,3
1,15	0,00217	0,00239	182,9	0,00192	0,00211	225,8	0,00171	0,00188	273,2
1,20	0,00235	0,00260	190,9	0,00208	0,00228	235,6	0,00185	0,00204	285,1
1,25	0,00254	0,00281	198,9	0,00224	0,00247	245,4	0,00200	0,00220	297,0
1,30	0,00273	0,00302	206,6	0,00241	0,00266	255,3	0,00215	0,00237	308,9
1,35	0,00293	0,00325	214,7	0,00258	0,00286	265,1	0,00231	0,00255	320,7
1,40	0,00314	0,00348	222,7	0,00277	0,00307	274,9	0,00247	0,00274	332,6
1,45	0,00335	0,00373	230,6	0,00295	0,00328	284,7	0,00264	0,00293	344,5
1,50	0,00357	0,00398	238,6	0,00315	0,00350	294,5	0,00281	0,00312	356,4
1,55	0,00379	0,00424	246,5	0,00334	0,00373	304,3	0,00299	0,00332	368,3
1,60	0,00402	0,00450	254,5	0,00355	0,00396	314,2	0,00317	0,00353	380,1
1,65	0,00426	0,00478	262,4	0,00376	0,00421	324,0	0,00336	0,00375	392,0
1,70	0,00451	0,00506	270,4	0,00398	0,00445	333,0	0,00355	0,00397	403,9
1,75	0,00476	0,00535	278,3	0,00420	0,00471	343,6	0,00375	0,00420	415,8
1,80	0,00502	0,00565	286,3	0,00442	0,00497	353,4	0,00395	0,00443	427,6
1,85	0,00528	0,00595	294,2	0,00466	0,00524	363,2	0,00416	0,00467	439,5
1,90	0,00555	0,00627	302,2	0,00490	0,00552	373,1	0,00437	0,00492	451,4
1,95	0,00583	0,00659	310,1	0,00514	0,00580	382,9	0,00459	0,00517	463,3
2,00	0,00611	0,00692	318,1	0,00539	0,00609	392,7	0,00482	0,00543	475,2
2,05	0,00640	0,00726	326,0	0,00565	0,00639	402,5	0,00505	0,00570	487,0
2,10	0,00670	0,00760	334,0	0,00591	0,00670	412,3	0,00528	0,00597	498,9
2,15	0,00700	0,00796	341,9	0,00618	0,00701	422,1	0,00552	0,00625	510,8
2,20	0,00731	0,00832	349,9	0,00645	0,00733	432,0	0,00576	0,00653	522,7
2,25	0,00763	0,00869	357,8	0,00673	0,00765	441,8	0,00601	0,00682	534,6
2,30	0,00795	0,00907	365,8	0,00702	0,00799	451,6	0,00627	0,00712	546,4
2,35	0,00828	0,00945	373,7	0,00731	0,00833	461,4	0,00653	0,00742	558,3
2,40	0,00862	0,00985	381,7	0,00760	0,00867	471,2	0,00679	0,00773	570,2
2,45	0,00896	0,01025	389,7	0,00791	0,00903	481,1	0,00706	0,00805	582,1
2,50	0,00931	0,01066	397,6	0,00821	0,00939	490,9	0,00734	0,00837	594,0

Vitesse moyenne	Diamètre intérieur 600 mm Section 0,2827 m <sup>2</sup>			Diamètre intérieur 700 mm Section 0,3848 m <sup>2</sup>			Diamètre intérieur 800 mm Section 0,5027 m <sup>2</sup>		
	Pertes de charge		Débit	Pertes de charge		Débit	Pertes de charge		Débit
	k = 0,03 mm	k = 0,1 mm		k = 0,03 mm	k = 0,1 mm		k = 0,03 mm	k = 0,1 mm	
m/s	mCE/m	mCE/m	l/s	mCE/m	mCE/m	l/s	mCE/m	mCE/m	l/s
0,10	0,000018	0,000019	28,27	0,000015	0,000015	38,48	0,000013	0,000013	50,27
0,15	0,000038	0,000039	42,41	0,000031	0,000032	57,73	0,000027	0,000027	75,40
0,20	0,000063	0,000065	56,55	0,000052	0,000054	76,97	0,000045	0,000046	100,5
0,25	0,000094	0,000098	70,69	0,000078	0,000081	96,21	0,000067	0,000069	125,7
0,30	0,00013	0,00014	84,82	0,00011	0,00011	115,5	0,000093	0,000096	150,8
0,35	0,00017	0,00018	98,96	0,00014	0,00015	134,7	0,00012	0,00013	175,9
0,40	0,00022	0,00023	113,1	0,00018	0,00019	153,9	0,00016	0,00016	201,1
0,45	0,00027	0,00029	127,2	0,00023	0,00024	173,2	0,00019	0,00020	226,2
0,50	0,00033	0,00035	141,4	0,00028	0,00029	192,4	0,00024	0,00025	251,3
0,55	0,00040	0,00042	155,5	0,00033	0,00035	211,7	0,00028	0,00030	276,5
0,60	0,00046	0,00049	169,6	0,00039	0,00041	230,9	0,00033	0,00035	301,6
0,65	0,00054	0,00057	183,8	0,00045	0,00048	250,1	0,00038	0,00041	326,7
0,70	0,00062	0,00066	197,9	0,00051	0,00055	269,4	0,00044	0,00047	351,9
0,75	0,00070	0,00075	212,1	0,00058	0,00062	288,6	0,00050	0,00053	377,0
0,80	0,00079	0,00085	226,2	0,00066	0,00071	307,9	0,00058	0,00060	402,1
0,85	0,00088	0,00095	240,3	0,00073	0,00079	327,1	0,00063	0,00067	427,3
0,90	0,00098	0,00106	254,5	0,00082	0,00088	346,4	0,00070	0,00075	452,4
0,95	0,00108	0,00118	268,6	0,00090	0,00098	365,6	0,00077	0,00083	477,5
1,00	0,00119	0,00130	282,7	0,00099	0,00108	384,8	0,00085	0,00092	502,7
1,05	0,00130	0,00142	296,9	0,00109	0,00118	404,1	0,00093	0,00101	527,8
1,10	0,00142	0,00155	311,0	0,00118	0,00129	423,3	0,00101	0,00110	552,9
1,15	0,00154	0,00169	325,2	0,00129	0,00141	442,8	0,00110	0,00120	578,1
1,20	0,00167	0,00183	339,3	0,00139	0,00152	461,8	0,00119	0,00130	603,2
1,25	0,00180	0,00198	353,4	0,00150	0,00165	481,1	0,00128	0,00140	628,3
1,30	0,00194	0,00214	367,6	0,00161	0,00178	500,3	0,00138	0,00151	653,4
1,35	0,00208	0,00230	381,7	0,00173	0,00191	519,5	0,00148	0,00163	678,6
1,40	0,00223	0,00246	395,8	0,00185	0,00205	538,8	0,00158	0,00174	703,7
1,45	0,00238	0,00263	410,0	0,00198	0,00219	558,0	0,00169	0,00187	728,8
1,50	0,00253	0,00281	424,1	0,00211	0,00234	577,3	0,00180	0,00199	754,0
1,55	0,00269	0,00299	438,2	0,00224	0,00249	596,5	0,00192	0,00212	779,1
1,60	0,00286	0,00318	452,4	0,00238	0,00265	615,7	0,00203	0,00225	804,2
1,65	0,00303	0,00338	466,5	0,00252	0,00281	635,0	0,00215	0,00239	829,4
1,70	0,00320	0,00358	480,7	0,00267	0,00297	654,2	0,00228	0,00253	854,5
1,75	0,00338	0,00378	494,8	0,00282	0,00314	673,5	0,00240	0,00268	879,6
1,80	0,00356	0,00399	508,9	0,00297	0,00332	692,7	0,00254	0,00283	904,8
1,85	0,00375	0,00421	523,1	0,00313	0,00350	712,0	0,00267	0,00298	929,9
1,90	0,00394	0,00443	537,2	0,00329	0,00368	731,2	0,00281	0,00314	955,0
1,95	0,00414	0,00466	551,3	0,00345	0,00387	750,4	0,00295	0,00330	980,2
2,00	0,00434	0,00489	565,5	0,00362	0,00407	769,7	0,00309	0,00347	1005
2,05	0,00455	0,00513	579,6	0,00379	0,00427	788,9	0,00324	0,00364	1030
2,10	0,00476	0,00538	593,8	0,00397	0,00447	808,2	0,00339	0,00381	1056
2,15	0,00498	0,00563	607,9	0,00415	0,00468	827,4	0,00354	0,00399	1081
2,20	0,00520	0,00588	622,0	0,00433	0,00489	846,7	0,00370	0,00417	1106
2,25	0,00542	0,00615	636,2	0,00452	0,00511	865,9	0,00386	0,00435	1131
2,30	0,00565	0,00641	650,3	0,00471	0,00533	885,1	0,00402	0,00454	1156
2,35	0,00589	0,00669	664,4	0,00491	0,00556	904,4	0,00419	0,00474	1181
2,40	0,00613	0,00697	678,6	0,00511	0,00579	923,6	0,00436	0,00493	1206
2,45	0,00637	0,00725	692,7	0,00531	0,00603	942,9	0,00453	0,00514	1231
2,50	0,00662	0,00754	706,9	0,00552	0,00627	962,1	0,00471	0,00534	1257

Vitesse moyenne	Diamètre intérieur 900 mm Section 0,6362 m <sup>2</sup>			Diamètre intérieur 1000 mm Section 0,7854 m <sup>2</sup>			Diamètre intérieur 1100 mm Section 0,9503 m <sup>2</sup>		
	Pertes de charge		Débit	Pertes de charge		Débit	Pertes de charge		Débit
	k = 0,03 mm	k = 0,1 mm		k = 0,03 mm	k = 0,1 mm		k = 0,03 mm	k = 0,1 mm	
m/s	mCE/m	mCE/m	l/s	mCE/m	mCE/m	l/s	mCE/m	mCE/m	l/s
0,10	0,000011	0,000011	63,62	0,0000098	0,0000099	78,54	0,0000087	0,0000088	95,03
0,15	0,000023	0,000024	95,43	0,000020	0,000021	117,8	0,000018	0,000018	142,5
0,20	0,000039	0,000040	127,2	0,000034	0,000035	157,1	0,000030	0,000031	190,1
0,25	0,000058	0,000060	159,0	0,000051	0,000053	196,3	0,000046	0,000047	237,6
0,30	0,000081	0,000084	190,9	0,000071	0,000074	235,6	0,000063	0,000066	285,1
0,35	0,00011	0,00011	222,7	0,000094	0,000098	274,9	0,000084	0,000087	332,6
0,40	0,00014	0,00014	254,5	0,00012	0,00013	314,2	0,00011	0,00011	380,1
0,45	0,00017	0,00018	286,3	0,00015	0,00016	353,4	0,00013	0,00014	427,6
0,50	0,00020	0,00022	316,1	0,00018	0,00019	392,7	0,00016	0,00017	475,2
0,55	0,00024	0,00026	349,9	0,00022	0,00023	432,0	0,00019	0,00020	522,7
0,60	0,00029	0,00030	381,7	0,00025	0,00027	471,2	0,00023	0,00024	570,2
0,65	0,00033	0,00035	413,5	0,00029	0,00031	510,5	0,00026	0,00028	617,7
0,70	0,00038	0,00041	445,3	0,00034	0,00036	549,8	0,00030	0,00032	665,2
0,75	0,00043	0,00046	477,1	0,00038	0,00041	589,0	0,00034	0,00036	712,7
0,80	0,00049	0,00052	506,9	0,00043	0,00046	628,3	0,00038	0,00041	760,3
0,85	0,00054	0,00059	540,7	0,00048	0,00052	667,6	0,00043	0,00046	807,8
0,90	0,00061	0,00065	572,6	0,00053	0,00056	706,9	0,00048	0,00051	855,3
0,95	0,00067	0,00072	604,4	0,00059	0,00064	746,1	0,00053	0,00057	902,8
1,00	0,00074	0,00080	636,2	0,00065	0,00070	785,4	0,00058	0,00063	950,3
1,05	0,00081	0,00087	668,0	0,00071	0,00077	824,7	0,00064	0,00069	997,8
1,10	0,00088	0,00096	699,0	0,00078	0,00084	863,9	0,00069	0,00075	1045
1,15	0,00095	0,00104	731,6	0,00084	0,00092	903,2	0,00075	0,00082	1093
1,20	0,00103	0,00113	763,4	0,00091	0,00099	942,5	0,00082	0,00089	1140
1,25	0,00111	0,00122	795,2	0,00098	0,00108	981,7	0,00088	0,00096	1188
1,30	0,00120	0,00131	827,0	0,00106	0,00116	1021	0,00095	0,00103	1235
1,35	0,00129	0,00141	858,8	0,00114	0,00125	1060	0,00102	0,00111	1283
1,40	0,00138	0,00152	890,6	0,00122	0,00134	1100	0,00109	0,00119	1330
1,45	0,00147	0,00162	922,4	0,00130	0,00143	1139	0,00116	0,00128	1378
1,50	0,00157	0,00173	954,3	0,00138	0,00153	1178	0,00124	0,00136	1425
1,55	0,00167	0,00184	986,1	0,00147	0,00162	1217	0,00132	0,00145	1473
1,60	0,00177	0,00196	1018	0,00156	0,00172	1257	0,00140	0,00154	1521
1,65	0,00187	0,00208	1050	0,00166	0,00183	1296	0,00148	0,00164	1568
1,70	0,00198	0,00220	1081	0,00175	0,00194	1335	0,00156	0,00173	1616
1,75	0,00209	0,00233	1113	0,00185	0,00205	1374	0,00165	0,00183	1663
1,80	0,00221	0,00246	1145	0,00195	0,00217	1414	0,00174	0,00193	1711
1,85	0,00232	0,00259	1177	0,00205	0,00228	1453	0,00183	0,00204	1758
1,90	0,00244	0,00273	1209	0,00216	0,00241	1492	0,00193	0,00215	1806
1,95	0,00257	0,00287	1241	0,00227	0,00253	1532	0,00203	0,00226	1853
2,00	0,00269	0,00301	1272	0,00238	0,00266	1571	0,00212	0,00237	1901
2,05	0,00282	0,00316	1304	0,00249	0,00279	1610	0,00223	0,00249	1948
2,10	0,00295	0,00331	1336	0,00261	0,00292	1649	0,00233	0,00261	1996
2,15	0,00308	0,00346	1368	0,00272	0,00305	1689	0,00244	0,00273	2043
2,20	0,00322	0,00362	1400	0,00285	0,00319	1728	0,00254	0,00285	2091
2,25	0,00336	0,00378	1431	0,00297	0,00334	1767	0,00265	0,00298	2138
2,30	0,00350	0,00395	1463	0,00309	0,00348	1806	0,00277	0,00311	2186
2,35	0,00365	0,00412	1495	0,00322	0,00363	1846	0,00288	0,00324	2233
2,40	0,00380	0,00429	1527	0,00335	0,00378	1885	0,00300	0,00338	2281
2,45	0,00395	0,00446	1559	0,00349	0,00394	1924	0,00312	0,00351	2328
2,50	0,00410	0,00464	1590	0,00362	0,00409	1963	0,00324	0,00365	2376

Vitesse moyenne	Diamètre intérieur 1200 mm Section 1,1310 m <sup>2</sup>			Diamètre intérieur 1400 mm Section 1,5394 m <sup>2</sup>			Diamètre intérieur 1500 mm Section 1,7672 m <sup>2</sup>		
	Pertes de charge		Débit	Pertes de charge		Débit	Pertes de charge		Débit
	k = 0,03 mm	k = 0,1 mm		k = 0,03 mm	k = 0,1 mm		k = 0,03 mm	k = 0,1 mm	
m/s	mCE/m	mCE/m	l/s	mCE/m	mCE/m	l/s	mCE/m	mCE/m	l/s
0,10	0,000078	0,000079	113,1	0,000065	0,000066	153,9	0,000060	0,000061	176,7
0,15	0,000016	0,000017	169,6	0,000013	0,000014	230,9	0,000012	0,000013	265,1
0,20	0,000027	0,000028	226,2	0,000023	0,000023	307,9	0,000021	0,000021	353,4
0,25	0,000041	0,000042	282,7	0,000034	0,000035	384,8	0,000031	0,000032	441,8
0,30	0,000057	0,000059	339,3	0,000047	0,000049	461,8	0,000044	0,000045	530,1
0,35	0,000076	0,000079	395,6	0,000063	0,000065	538,8	0,000058	0,000060	618,5
0,40	0,000097	0,00010	452,4	0,000080	0,000084	615,8	0,000074	0,000077	706,9
0,45	0,00012	0,00013	508,9	0,00010	0,00010	692,7	0,000092	0,000096	795,2
0,50	0,00015	0,00015	565,5	0,00012	0,00013	769,7	0,00011	0,00012	883,6
0,55	0,00017	0,00018	622,0	0,00014	0,00015	846,7	0,00013	0,00014	971,9
0,60	0,00020	0,00021	678,6	0,00017	0,00018	923,6	0,00016	0,00016	1060
0,65	0,00024	0,00025	735,1	0,00020	0,00021	1001	0,00018	0,00019	1149
0,70	0,00027	0,00029	791,7	0,00023	0,00024	1070	0,00021	0,00022	1237
0,75	0,00031	0,00033	848,2	0,00026	0,00027	1135	0,00024	0,00025	1325
0,80	0,00035	0,00037	904,8	0,00029	0,00031	1232	0,00027	0,00028	1414
0,85	0,00039	0,00041	961,3	0,00032	0,00035	1308	0,00030	0,00032	1502
0,90	0,00043	0,00046	1018	0,00036	0,00038	1385	0,00033	0,00035	1590
0,95	0,00048	0,00051	1074	0,00040	0,00043	1462	0,00037	0,00039	1679
1,00	0,00052	0,00056	1131	0,00044	0,00047	1539	0,00040	0,00043	1767
1,05	0,00057	0,00062	1188	0,00048	0,00052	1616	0,00044	0,00048	1855
1,10	0,00062	0,00068	1244	0,00052	0,00056	1693	0,00048	0,00052	1944
1,15	0,00068	0,00074	1301	0,00057	0,00061	1770	0,00052	0,00057	2032
1,20	0,00073	0,00080	1357	0,00061	0,00067	1847	0,00057	0,00061	2121
1,25	0,00079	0,00086	1414	0,00066	0,00072	1924	0,00061	0,00066	2209
1,30	0,00085	0,00093	1470	0,00071	0,00078	2001	0,00066	0,00071	2297
1,35	0,00092	0,00100	1527	0,00076	0,00083	2078	0,00070	0,00077	2386
1,40	0,00098	0,00107	1583	0,00082	0,00089	2155	0,00075	0,00082	2474
1,45	0,00105	0,00115	1640	0,00087	0,00096	2232	0,00081	0,00088	2562
1,50	0,00112	0,00123	1696	0,00093	0,00102	2309	0,00086	0,00094	2651
1,55	0,00119	0,00131	1753	0,00099	0,00109	2386	0,00091	0,00100	2739
1,60	0,00126	0,00139	1810	0,00105	0,00116	2463	0,00097	0,00106	2827
1,65	0,00133	0,00147	1866	0,00111	0,00123	2540	0,00103	0,00113	2916
1,70	0,00141	0,00156	1923	0,00118	0,00130	2617	0,00109	0,00120	3004
1,75	0,00149	0,00165	1979	0,00124	0,00137	2694	0,00115	0,00127	3092
1,80	0,00157	0,00174	2036	0,00131	0,00145	2771	0,00121	0,00134	3181
1,85	0,00165	0,00184	2092	0,00138	0,00153	2848	0,00127	0,00141	3269
1,90	0,00174	0,00193	2149	0,00145	0,00161	2925	0,00134	0,00148	3358
1,95	0,00183	0,00203	2205	0,00152	0,00169	3002	0,00141	0,00156	3446
2,00	0,00192	0,00213	2262	0,00160	0,00178	3079	0,00147	0,00164	3534
2,05	0,00201	0,00224	2318	0,00168	0,00186	3156	0,00154	0,00172	3623
2,10	0,00210	0,00235	2375	0,00175	0,00195	3233	0,00162	0,00180	3711
2,15	0,00220	0,00246	2432	0,00183	0,00204	3310	0,00169	0,00188	3799
2,20	0,00229	0,00257	2488	0,00191	0,00214	3387	0,00177	0,00197	3888
2,25	0,00239	0,00268	2545	0,00200	0,00223	3464	0,00184	0,00206	3974
2,30	0,00249	0,00280	2601	0,00205	0,00233	3541	0,00192	0,00215	4064
2,35	0,00260	0,00292	2658	0,00217	0,00243	3618	0,00200	0,00224	4153
2,40	0,00270	0,00304	2714	0,00226	0,00253	3694	0,00208	0,00233	4241
2,45	0,00281	0,00316	2771	0,00235	0,00263	3771	0,00216	0,00243	4329
2,50	0,00292	0,00329	2827	0,00244	0,00274	3848	0,00225	0,00252	4418

Vitesse moyenne	Diamètre intérieur 1600 mm Section 1,1310 m <sup>2</sup>			Diamètre intérieur 1800 mm Section 1,5394 m <sup>2</sup>			Diamètre intérieur 2000 mm Section 1,7672 m <sup>2</sup>		
	Pertes de charge		Débit	Pertes de charge		Débit	Pertes de charge		Débit
	k = 0,03 mm	k = 0,1 mm		k = 0,03 mm	k = 0,1 mm		k = 0,03 mm	k = 0,1 mm	
m/s	mCE/m	mCE/m	l/s	mCE/m	mCE/m	l/s	mCE/m	mCE/m	l/s
0,10	0,000055	0,000056	201,1	0,000048	0,000049	254,5	0,000042	0,000043	314,2
0,15	0,000011	0,000012	301,6	0,0000100	0,000010	381,7	0,0000088	0,0000090	471,2
0,20	0,000019	0,000020	402,1	0,000017	0,000017	508,9	0,000015	0,000015	628,3
0,25	0,000029	0,000030	502,7	0,000025	0,000026	636,2	0,000022	0,00002	785,4
0,30	0,000041	0,000042	603,2	0,000035	0,000036	763,4	0,000031	0,000032	942,5
0,35	0,000054	0,000056	703,7	0,000047	0,000048	890,6	0,000041	0,000043	1100
0,40	0,000069	0,000071	804,2	0,000060	0,000062	1018	0,000053	0,000055	1257
0,45	0,000085	0,000089	904,8	0,000074	0,000077	1145	0,000065	0,000068	1414
0,50	0,00010	0,00011	1005	0,000090	0,000094	1272	0,000079	0,000083	1571
0,55	0,00012	0,00013	1106	0,00011	0,00011	1400	0,000095	0,000099	1728
0,60	0,00014	0,00015	1206	0,00013	0,00013	1527	0,00011	0,00012	1885
0,65	0,00017	0,00018	1307	0,00015	0,00015	1654	0,00013	0,00014	2042
0,70	0,00019	0,00020	1407	0,00017	0,00018	1781	0,00015	0,00016	2199
0,75	0,00022	0,00023	1508	0,00019	0,00020	1909	0,00017	0,00018	2356
0,80	0,00025	0,00026	1608	0,00021	0,00023	2036	0,00019	0,00020	2513
0,85	0,00028	0,00029	1709	0,00024	0,00026	2163	0,00021	0,00023	2670
0,90	0,00031	0,00033	1810	0,00027	0,00029	2290	0,00024	0,00025	2827
0,95	0,00034	0,00036	1910	0,00030	0,00032	2417	0,00026	0,00028	2985
1,00	0,00037	0,00040	2011	0,00032	0,00035	2545	0,00029	0,00031	3142
1,05	0,00041	0,00044	2111	0,00036	0,00038	2672	0,00031	0,00034	3299
1,10	0,00045	0,00048	2212	0,00039	0,00042	2799	0,00034	0,00037	3456
1,15	0,00048	0,00052	2312	0,00042	0,00046	2926	0,00037	0,00040	3613
1,20	0,00052	0,00057	2413	0,00046	0,00049	3054	0,00040	0,00044	3770
1,25	0,00057	0,00061	2513	0,00049	0,00053	3181	0,00044	0,00047	3927
1,30	0,00061	0,00066	2614	0,00053	0,00058	3308	0,00047	0,00051	4084
1,35	0,00065	0,00071	2714	0,00057	0,00062	3435	0,00050	0,00055	4241
1,40	0,00070	0,00076	2815	0,00061	0,00066	3563	0,00054	0,00059	4398
1,45	0,00075	0,00082	2915	0,00065	0,00071	3690	0,00058	0,00063	4555
1,50	0,00080	0,00087	3016	0,00069	0,00076	3817	0,00061	0,00067	4712
1,55	0,00085	0,00093	3116	0,00074	0,00081	3944	0,00065	0,00071	4869
1,60	0,00090	0,00099	3217	0,00078	0,00086	4071	0,00069	0,00076	5027
1,65	0,00095	0,00105	3317	0,00083	0,00091	4199	0,00073	0,00080	5184
1,70	0,00101	0,00111	3418	0,00088	0,00096	4326	0,00078	0,00085	5341
1,75	0,00106	0,00117	3519	0,00093	0,00102	4453	0,00082	0,00090	5498
1,80	0,00112	0,00124	3619	0,00098	0,00108	4580	0,00086	0,00095	5655
1,85	0,00118	0,00131	3720	0,00103	0,00114	4708	0,00091	0,00100	5812
1,90	0,00124	0,00137	3820	0,00108	0,00120	4835	0,00096	0,00106	5969
1,95	0,00130	0,00144	3921	0,00114	0,00126	4962	0,00100	0,00111	6126
2,00	0,00137	0,00152	4021	0,00119	0,00132	5089	0,00105	0,00117	6283
2,05	0,00143	0,00159	4122	0,00125	0,00138	5217	0,00110	0,00122	6440
2,10	0,00150	0,00167	4222	0,00131	0,00145	5344	0,00116	0,00128	6597
2,15	0,00157	0,00175	4323	0,00137	0,00152	5471	0,00121	0,00134	6754
2,20	0,00164	0,00183	4423	0,00143	0,00159	5598	0,00126	0,00140	6911
2,25	0,00171	0,00191	4524	0,00149	0,00166	5726	0,00132	0,00146	7069
2,30	0,00178	0,00199	4624	0,00155	0,00173	5853	0,00137	0,00153	7226
2,35	0,00185	0,00207	4725	0,00162	0,00180	5980	0,00143	0,00159	7383
2,40	0,00193	0,00216	4825	0,00168	0,00188	6107	0,00149	0,00166	7540
2,45	0,00201	0,00225	4926	0,00175	0,00196	6234	0,00155	0,00173	7697
2,50	0,00209	0,00234	5026	0,00182	0,00203	6362	0,00161	0,00180	7854

### III – 4 – Formulaire pour les écoulements des canaux ouverts :

L'équation de Chézy  $V_{moy} = C \cdot \sqrt{R_h \cdot I}$   $\left\{ \begin{array}{l} C : \text{coefficient de résistance selon Chézy} \\ I : \text{pente de la ligne de charge} \end{array} \right.$

Formule empirique de Manning-Strickler :  $C = K_s \cdot R_h^{\frac{1}{6}}$

Caractéristique des chenaux	$K_s$	$n = \frac{1}{K_s}$
Planche avec joints mal soignés, grès	80	0,0125
Béton avec de nombreux joints	75	0,0134
Maçonnerie ordinaire	70	0,0142
Béton vieux et très rugueux, terre	60	0,0167
Rivière en lit rocheux	40 à 50	0,0225

Formule empirique de Bazin :  $C = \frac{87}{1 + \frac{m}{\sqrt{R_h}}}$

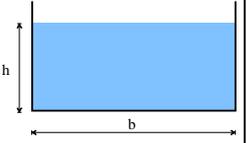
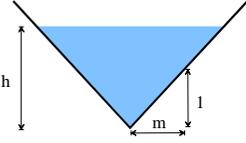
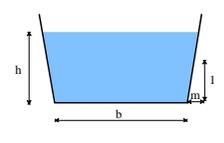
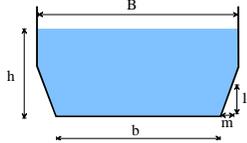
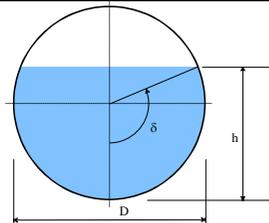
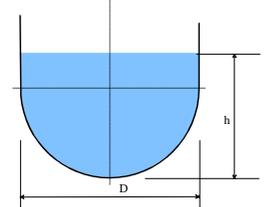
Caractéristique des chenaux	n	m
Ciment très lisse, bois bien raboté	0,010	0,11
Bois raboté, rigoles de bois neuves, fonte revêtue	0,012	0,20
Bon tuyau d'égout vitrifié, bonne maçonnerie de brique, tuyaux de béton moyen, bois non raboté, caniveaux de métal lisse	0,013	0,29
Tuyau d'égout de terre moyen et tuyau de fonte moyen, garniture de ciment moyenne	0,015	0,40
Canaux à même la terre, droits et en bon état	0,023	1,54
Canaux à même la terre, d'état moyen	0,027	2,36
Canaux découpés dans le roc	0,040	3,50
Rivières en bon état	0,030	3,00

Formule empirique de Powell :  $C = -23.2 \cdot \log \left( 1,811 \cdot \frac{C}{R_e} + \frac{\varepsilon}{R_h} \right)$

Formule empirique de Kutter :  $C = \frac{23 + \frac{0,00155}{S} + \frac{1}{n}}{1 + \frac{n}{\sqrt{R_h}} \cdot \left( 23 + \frac{0,00155}{S} \right)}$

Les formules de Bazin et de Manning-Strickler sont de loin les plus utilisées.

III – 5 – Géométrie des sections :

Géométrie						
Surface mouillée S	$S = b \cdot h$	$S = m \cdot h^2$	$S = b \cdot h + m \cdot h^2$	$S = B \cdot h - \frac{(B-b)^2}{4 \cdot m}$	$S = \frac{D^2}{4} \cdot (\delta - \sin \delta \cdot \cos \delta)$	$S = D \cdot h + D^2 \cdot \left(\frac{\pi}{8} - 1\right)$
Périmètre mouillé P	$P = b + 2 \cdot h$	$P = 2 \cdot h \cdot \sqrt{m^2 + 1}$	$P = b + 2 \cdot h \cdot \sqrt{m^2 + 1}$	$P = 2 \cdot h + b + \frac{B-b}{m} \cdot (\sqrt{1+m^2} - 1)$	$P = D \cdot \delta$	$P = 2 \cdot h + D \cdot \left(\frac{\pi}{2} - 2\right)$
Rayon hydraulique $R_h$	$R_h = \frac{S}{P} = \frac{b \cdot h}{b + 2 \cdot h}$	$R_h = \frac{m \cdot h}{2 \cdot \sqrt{m^2 + 1}}$	$R_h = \frac{b \cdot h + m \cdot h^2}{b + 2 \cdot h \cdot \sqrt{m^2 + 1}}$	$R_h = \frac{B \cdot h - \frac{(B-b)^2}{4 \cdot m}}{2 \cdot h + b + \frac{B-b}{m} \cdot (\sqrt{1+m^2} - 1)}$	$R_h = \frac{D}{4} \cdot \left(1 - \frac{\sin \delta \cdot \cos \delta}{\delta}\right)$	$R_h = \frac{D \cdot h + D^2 \cdot \left(\frac{\pi}{8} - 1\right)}{2 \cdot h + D \cdot \left(\frac{\pi}{2} - 2\right)}$
Largeur au miroir B	$B = b$	$B = 2 \cdot m \cdot h$	$B = b + 2 \cdot m \cdot h$	$B$	$B = D \cdot \sin \delta$	$B = D$
Diamètre hydraulique $D_h$	$D_h = \frac{S}{B} = \frac{b \cdot h}{b} = h$	$D_h = \frac{m \cdot h^2}{2 \cdot m \cdot h} = \frac{h}{2}$	$D_h = \frac{b \cdot h + m \cdot h^2}{b + 2 \cdot m \cdot h}$	$D_h = h - \frac{(B-b)^2}{4 \cdot B \cdot m}$	$D_h = \frac{D}{4} \cdot \left(\frac{\delta}{\sin \delta} - \cos \delta\right)$	$D_h = h + D \cdot \left(\frac{\pi}{8} - 1\right)$