Fondamenti e Didattica della Fisica

Roberto Casalbuoni
Dipartimento di Fisica, Università di Firenze

Stefania De Curtis
Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, Sezione di Firenze

Lezioni tenute al corso di laurea in Scienze della Formazione Primaria, a.a. 2003/2004

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Il metodo sperimentale

Le conoscenze che verranno acquisite in questo corso dovranno servire per l'insegnamento nella scuola materna ed elementare, è dunque naturale che lo scopo non sia strettamente quello di insegnare la fisica. Piuttosto, scopo del corso sarà quello di fornire un'introduzione al metodo scientifico assumendo questa materia come esempio paradigmatico.

Il messaggio principale da trasmettere ai bambini nell'età interessata è quello dell'attenzione ai fenomeni naturali ed ai loro meccanismi, fornendo dei mezzi per poterne affrontare lo studio. Questi mezzi possono essere riassunti in ció che è conosciuto come il **metodo scientifico**. La fisica si presta in modo particolare ad illustrare le caratteristiche di tale metodo, infatti esso nasce proprio con la fisica. Inoltre il vantaggio di questa disciplina è di essere rivolta allo studio della materia e delle interazioni che si hanno tra i suoi costituenti, e pertanto si muove in un ambito estremamente semplificato. Altre discipline non hanno questo vantaggio concettuale, vedi per esempio le discipline biologiche, in cui i fenomeni sono estremamente complessi e di ardua riduzione ad effetti semplici. La chimica stessa opera spesso in situazioni molto più complesse di quelle considerate in fisica.

Tra le discipline scientifiche va considerato il caso speciale della matematica. Infatti, mentre le scienze sperimentali (biologia, chimica, fisica, etc.) hanno come elemento dominante il confronto con gli esperimenti, o in termini più pittorici il confronto con la natura, la matematica si articola su sistemi di assiomi che devono solo soddisfare un requisito di consistenza logica e non essere espressioni di leggi naturali. Il tipico esempio è quello delle geometrie non-euclidee. La geometria euclidea è basata storicamente sull'osservazione sperimentale (a livello terrestre). Successivamente i matematici riconobbero che il famoso quinto postulato di Euclide, quello per cui da un punto passa una ed una sola retta parallela ad una retta data, poteva tranquillamente essere modificato senza per questo arrivare ad una teoria logicamente insoddisfacente. Si ottennero cosi infinite nuove possibili geometrie tutte sullo stesso piano matematico. Il compito delle scienze sperimentali è di verificare quale di queste geometrie sia quella realizzata in natura. Può essere interessante sapere che mentre per distanze di tipo terrestre la geometria è quella euclidea, su distanze astronomiche la geometria potrebbe essere di tipo non-euclideo. Inoltre questa questione risulta essere strettamente connessa con il tipo di evoluzione del nostro universo. D'altra parte, nonostante gli scopi delle discipline sperimentali e quelli della matematica siano dichiaratamente diversi, occorre aver sempre ben presente che lo strumento matematico è di primaria importanza nelle scienze. Infatti, come scriveva Galileo nel Saggiatore: *La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi agli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non s'impara a intendere la lingua, e conoscere i caratteri, ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri sono triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto.* Il motivo per questa importanza della matematica è conseguenza di uno dei punti cardine del metodo sperimentale, la riproducibilità degli esperimenti. Questo significa che se due sperimentatori diversi eseguono lo stesso esperimento seguendo esattamente le stesse procedure devono trovare lo stesso identico risultato (vedremo dopo in che senso le parole esattamente ed identico devono essere intese). Occorre allora un qualche metodo obiettivo che permetta di dire quando le procedure ed i risultati sono gli stessi. Questo si risolve associando a tutte quelle proprietà che si ritengono essenziali in un dato esperimento una procedura di misura ed un valore misurato. A questo punto i due sperimentatori possono confrontare tra loro tutti i valori ottenuti per le quantità misurate e quindi decidere se i loro risultati sono gli stessi o no. Dunque i risultati di un esperimento vengono riportati in termini di un insieme di numeri che esprimono in parte i valori di alcune quantità necessarie per definire le condizioni sperimentali (per esempio la temperatura e l'umidità della stanza) ed in parte i risultati dell'esperimento. A questo punto, oltre a decidere se i due esperimenti conducano o no allo stesso risultato, possono nascere altre domande, per esempio se esista una relazione tra le condizioni sperimentali ed i risultati che si ottengono. Questo significa correlare tra loro i numeri associati alle condizioni sperimentali con i numeri che si associano ai risultati. È esattamente a questo livello che la matematica viene in aiuto in quanto strumento naturale per esprimere relazioni tra numeri. A questo punto possiamo spiegare il senso che si dà nelle scienze sperimentali alle parole *esattamente* ed *identico* impiegate nel contesto precedente. Infatti ogni misura è intrinsecamente soggetta ad una indeterminazione (spesso chiamata familiarmente, sebbene in modo improprio, errore). Questa indeterminazione può essere dovuta a varie cause, la più ovvia è legata ai nostri strumenti di misura. Per esempio non si possono realisticamente misurare distanze inferiori al millimetro usando un normale doppio centimetro. A causa di ciò è fondamentale che ogni sperimentatore dia i risultati di ogni misura con la relativa indeterminazione sperimentale. Infatti, potrebbe accadere che effettuando un identico esperimento due sperimentatori trovino gli stessi risultati misurando le lunghezze con una precisione al millimetro (cioè usando strumenti di misura sensibili a questa distanza), mentre ripetendo l'esperimento con strumenti sensibili al micron (millesimo di millimetro) trovino risultati diversi. Dunque la riproducibilità, elemento necessario per validare un risultato sperimentale (od una legge fisica), non ha valore universale. Infatti viene a dipendere dalla bontà degli strumenti a nostra disposizione. Questo fa si che le equazioni matematiche che si trovano nei testi di discipline sperimentali non vadano intese in senso strettamente matematico. La loro interpretazione è che esse sono valide con un'approssimazione limitata dalle indeterminazioni con le quali si sono misurate le varie quantità che intervengono nelle equazioni stesse. Questo aspetto non è spesso molto sottolineato, ma è un elemento essenziale delle scienze sperimentali e del modo nel quale progrediscono. Infatti spesso si legge della scoperta che una certa legge non è più valida e che deve essere sostituita con un'altra. Il tipico esempio è quello della meccanica di Newton che è stata sostituita dalla teoria della relatività di Einstein. Non c'è dubbio che per velocità prossime a quella della luce occorra usare la relatività, ma per velocità piccole le equazioni della meccanica di Newton sono perfettamente adeguate. Infatti, in quest'ultimo caso occorrerebbero misure di una precisione fantastica per poter stabilire che la meccanica newtoniana dà un risultato non corretto.

Come abbiamo detto, scopo di questo corso è quello di illustrare, in vari esempi tratti dalla fisica, i punti essenziali del metodo scientifico (o metodo sperimentale). Una raffigurazione compatta del metodo è data in Figura 1.1. Come si vede, l'ele-

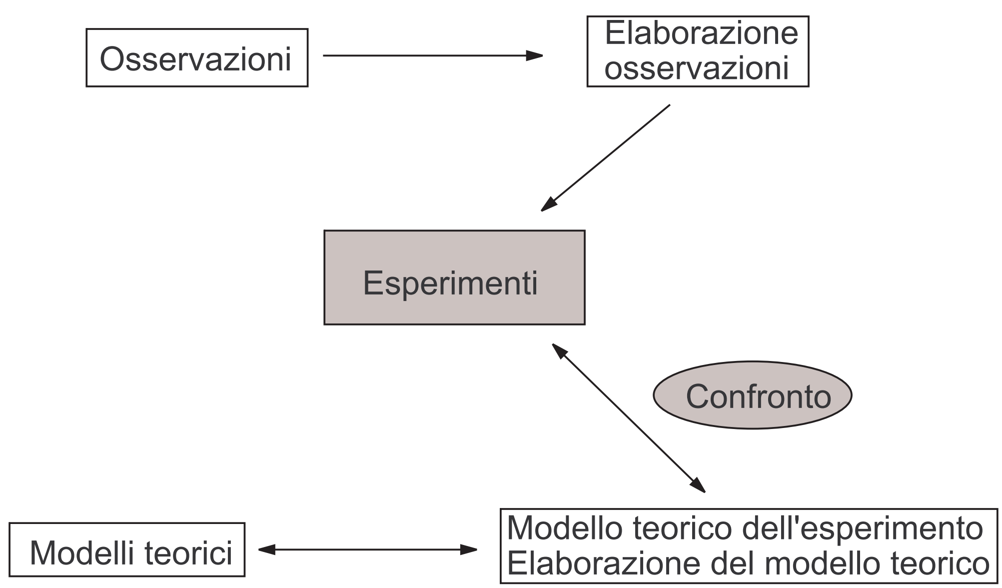


Figura 1.1: *Il diagramma illustra il metodo sperimentale e le connessioni tra le attività osservazionali, sperimentali e teoriche.*

mento centrale del metodo è rappresentato dall'esperimento. A questo si arriva partendo dall'osservazione di un dato fenomeno naturale e dalla successiva elaborazione di quanto osservato. Questa elaborazione può consistere o in un tentativo di classificazione o nel tentativo di individuare i parametri che hanno un ruolo importante nel fenomeno stesso. A titolo esemplificativo consideriamo la caduta dei gravi. Si inizia osservando che qualunque corpo non appoggiato a superfici vincolate alla terra cade. Successivamente si cerca di capire quali siano i parametri rilevanti effettuando varie prove con corpi ed altezze di caduta diversi. Si vede che i tempi di caduta possono dipendere da vari fattori, quali la forma del corpo, la sua massa, ecc. Il passo successivo nel grafico di Figura 1.1 è quello di pensare ad uno o più esperimenti che ci permettano di isolare il comportamento del fenomeno rispetto a certe variabili piuttosto che ad altre. Nella caduta dei gravi, il far cadere un foglio di carta, oppure lo stesso foglio accartocciato, mostra che la presenza dell'aria è un fattore dal quale dipende il tempo di caduta. Si progetta allora un esperimento in cui corpi di forma e massa diverse cadono all'interno di un tubo a vuoto. Questo ci permette di formulare una conseguenza teorica: tutti i gravi, nello stesso punto della terra e nel vuoto, cadono con la stessa accelerazione. Abbiamo cosi dato una interpretazione teorica, o abbiamo formulato un modello della caduta dei gravi in certe condizioni. Un passo ulteriore è nella ricerca di una teoria (o modello) più generale, cioè che oltre a spiegare la caduta dei gravi, spieghi anche altri fenomeni. Nel caso in esame, una teoria più generale è la teoria della gravitazione universale di Newton, della quale la caduta dei gravi è un caso particolare. È importante sottolineare che non sempre viene seguita la strada sopra delineata. In alcuni casi può accadere (ed è in effetti accaduto) che venga enunciata una teoria la cui elaborazione dia luogo a delle conseguenze che possono essere comparate con un esperimento disegnato esattamente per questo scopo (per questo motivo, nella parte inferiore di Figura 1.1 ci sono delle doppie frecce). In ogni caso resta fondamentale il **confronto tra risultati teorici ed esperimenti**. È esclusivamente attraverso questo confronto che una teoria può essere convalidata ed accettata.

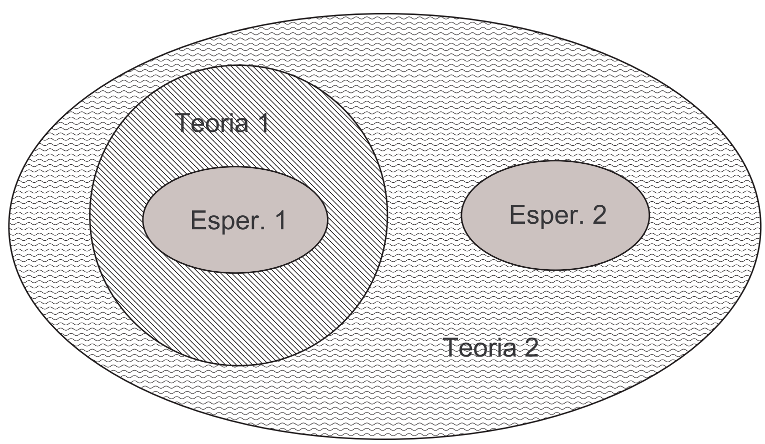


Figura 1.2: *Relazione tra teorie ed esperimenti. La teoria 1 spiega l'insieme degli esperimenti 1 ma non spiega gli esperimenti 2. La teoria 2 spiega entrambi gli insiemi di esperimenti e contiene quindi al suo interno anche la teoria 1.*

La Figura 1.1 permette anche di comprendere quella che può sembrare una limitazione del metodo scientifico, ma che è invece la sua grande forza. Il confronto tra osservazione e teorie avviene solo attraverso loro elaborazioni più o meno sofisticate che finiscono in un esperimento da un lato e certe conseguenze della teoria dall'altro, che agiscono dunque come un filtro. Questo fatto fa si che **una teoria fisica non possa mai essere considerata di validità universale**. Infatti esiste sempre la possibilità che un nuovo esperimento non sia in accordo con le predizioni della teoria considerata. Ma questa è proprio la grande forza e vitalità di questo metodo che contiene in se stesso la possibilità di riparare ai difetti di una teoria, di accrescerla ed eventualmente creare una teoria più completa. I progressi della fisica e delle altre scienze sperimentali sono proprio dovuti alla continua evoluzione degli esperimenti e la corrispondente espansione del campo delle teorie. Un ulteriore punto di grande importanza è che le nuove teorie, dovendo spiegare sia i nuovi esperimenti che quelli già spiegati dalle vecchie teorie, sono vincolate a contenere al proprio interno le vecchie teorie stesse, come illustrato schematicamente nella Figura 1.2.

Queste dispense integrano il contenuto di due moduli del corso di laurea in Scienza della Formazione Primaria dell'Università degli Studi di Firenze. Dato che il corso si rivolge a futuri maestri abbiamo ritenuto opportuno svilupparlo su tre piani distinti. Si è cercato infatti da un lato di tenere un corso di fisica di stampo tradizionale al fine di dare ai futuri insegnanti delle adeguate basi disciplinari, anche se su di un numero limitato di argomenti. In secondo luogo ci siamo preoccupati di sottolineare le differenze tra conoscenze comuni e conoscenze scientifiche. Infatti molte espressioni del linguaggio comune hanno un significato se non diverso quantomeno più ristretto nel linguaggio scientifico e questo è fonte di molti problemi nello studio delle scienze. Infine abbiamo voluto inserire alcuni possibili proposte didattiche che i futuri insegnanti potrebbero utilizzare come base per il loro insegnamento nella scuola primaria.

Un libro molto utile per l'insegnamento della fisica è il testo di A.B. Arons, Guida all'insegnamento della fisica, edito da Zanichelli. Per i fondamenti esiste un'ampia possibilità di scelta tra i libri in commercio. Si consiglia poi il volume di N. Grimellini Tomasini e G. Segré, Conoscenze scientifiche: le rappresentazioni mentali degli studenti, edito da La Nuova Italia. Per la parte di proposte didattiche ed esperimenti abbiamo attinto abbondantemente dal materiale della mostra GEI (reperibile sul sito internet **http://www.fisica.uniud.it/GEI/GEIweb/index.htm**) e per questo ringraziamo la professoressa Marisa Michelini che ce ne ha consentito l'uso. Inoltre abbiamo usato materiale del CIRD di Udine e del CIDI di Firenze.

1.2 Unità e dimensioni

L'uomo ha da lungo tempo avuto la necessità di misurare le cose. Uno dei temi della storia della scienza è la grande scoperta che esiste un collegamento tra ciò che accade nel mondo, ossia quello che siamo capaci di osservare, e la matematica. La quantificazione delle scienze della natura, ossia la definizione dei fenomeni naturali in termini matematici, cominciò alla fine del Medioevo, collegata alla necessità di registrare i fiorenti commerci di quel periodo. Infatti commercio e scienza hanno in comune il bisogno di unità di misura "standardizzate". Tali unità di misura erano però raramente le stesse in differenti giurisdizioni politiche ed erano generalmente basate su qualche grandezza comoda o tradizionale. Per esempio il **miglio** (dal latino *milia*, mille), attualmente ancora in uso negli Stati Uniti, era un tempo equivalente a mille passi di una legione romana; la **iarda** era la distanza tra il naso e l'estremità delle dita del braccio teso; il **pollice** era la distanza tra la nocca e l'estremità del pollice; il **piede** è abbastanza evidente. Napoleone introdusse un nuovo sistema di unità di misura non basato sulla tradizione e sulla fantasia bensi sulla fredda logica francese e sul sistema decimale. Ciò nonostante esso è saldamente basato su grandezze umane e sulle proprietà dell'acqua. L'unità di *lunghezza* è il **metro** che equivale all'incirca ad un iarda ma, anzichè essere diviso in piedi e pollici (1 iarda = 3 piedi = 36 pollici), è diviso in decimi (decimetri), centesimi (centimetri), millesimi (millimetri) etc. (vedi Tabella 1.1).

L'unità di *massa* (concetto su cui torneremo in seguito) è il **chilogrammo**, che è la massa di un decimetro cubo di acqua. Questo sistema è detto formalmente *Système International d'Unités* (SI) ed ha già subito una notevole evoluzione. Il metro era inizialmente definito come 10^{-7} volte la distanza dall'equatore al polo nord lungo il meridiano che passa attraverso Parigi. Questa definizione coincide ragionevolmente con la iarda (1 metro $\simeq$ 1.1 iarda). Successivamente fu realizzato che era necessario un metro standard più pratico. Nel 1889 il metro fu ufficialmente definito come la distanza fra due tratti incisi su una barra di platino-iridio conservata a 0^oC nell'Ufficio Internazionale di Pesi e Misure a Sevrès. Il confronto tra la lunghezza di un oggetto con il metro standard può essere fatto con una precisione di 2-5 parti su 10^7 usando un buon microscopio per vedere i segni sulla barra campione. La limitazione è data dai solchi che definiscono le estremità del metro. Inoltre il confronto di lunghezze con un campione tenuto in un laboratorio crea degli ovvi problemi. Nel 1961, con un accordo internazionale, l'unità naturale di lunghezza fu definita basandosi sulla radiazione atomica. Siccome tutti gli atomi di una certa specie sono identici, anche le loro radiazioni saranno identiche. Perciò una definizione atomica di lunghezza sarà riproducibile ovunque. Il metro quindi venne ridefinito come 1 650 763.73 lunghezze d'onda della luce rosso-arancio emessa da un gas di Kripton (esattamente dell'isotopo 86). Questa definizione, che è consistente con la precedente, ha il vantaggio di essere circa 100 volte più precisa. Più recentemente, nel 1983, il metro è nuovamente stato ridefinito come la lunghezza del cammino che la luce percorre in 1/299 792 458 secondi. Quest'ultimo metodo di mi-

Prefisso	Simbolo	Potenza del 10
tera-	T	10^{12}
giga-	G	10^{9}
mega-	M	10^{6}
kilo-	k	10^{3}
centi-	c	10^{-2}
milli-	m	10^{-3}
micro-	μ	10^{-6}
nano-	n	10^{-9}
pico-	p	10^{-12}
femto-	f	10^{-15}

Tabella 1.1: *Prefissi usati nel SI equivalenti a potenze del 10.*

surazione ha una precisione di 2 parti su 10^{10} e permette di misurare la circonferenza della terra con una precisione di ± 8 mm.

Un'altra grandezza fisica fondamentale è il *tempo*. La suddivisione del tempo in unità minori di un giorno è relativamente recente come lo è l'idea che queste unità debbano avere la stessa durata tutto l'anno, indipendentemente dalle durate relative della luce e dell'oscurità in ciascun giorno. A differenza delle unità di lunghezza e di massa, vengono usate ovunque le stesse unità di intervallo di tempo, anche negli Stati Uniti. L'unità è il **secondo**, quelle maggiori hanno nomi tradizionali (minuto, ora, giorno, mese, anno,...) quelle minori prendono i prefissi del sistema metrico decimale (vedi Tabella 1.1). Mentre la lunghezza è essenzialmente un concetto geometrico e quindi possiamo fare misure di lunghezze usando un metro campione, per definire un'unità di intervallo di tempo dobbiamo identificare un fenomeno ricorrente che abbia luogo a intervalli di tempo uguali. Ad esempio il sorgere del sole è un possibile fenomeno ricorrente. Ma l'intervallo di tempo tra due albe successive varia al variare delle stagioni. Possiamo allora scegliere il *giorno solare medio*: la media su un anno del tempo di rotazione della terra intorno al sole. Il secondo è cosi definito come 1/86 400 del giorno solare medio. In seguito furono apportati miglioramenti alla definizione per tener conto del fatto che il moto della terra intorno al sole non è perfettamente circolare (la variazione della velocità è di 1 parte su 10^8 in un anno), del lento allungamento dell'anno di circa mezzo secondo al secolo. Dal 1967 il secondo è basato sul moto degli elettroni atomici, in particolare ci si riferisce ad un orologio atomico controllato da una delle frequenze caratteristiche associate agli atomi dell'isotopo 133 del Cesio. Il secondo è definito come il tempo richiesto per 9 192 631 770 cicli di vibrazioni del Cesio-133. Con questa definizione è possibile confrontare intervalli di tempo con precisione di 1 parte su 10^{12}.

Le idee di *lunghezza* e *tempo* che ci vengono dall'esperienza quotidiana sono direttamente applicabili alle teorie fisiche. Viceversa il concetto di *massa* differisce dagli altri. Prima di tutto si dice spesso che la massa è la misura della quantità di materia in un corpo. Sebbene questo sia intuitivo, se cerchiamo di sviluppare una teoria del modo in cui gli oggetti si muovono e interagiscono usando solo questa definizione di massa ci troviamo rapidamente davanti a difficoltà insormontabili. Infatti è possibile dare una definizione di massa solo all'interno della teoria della dinamica dei corpi in movimento (sviluppata da Newton e ridefinita da Einstein). Quindi una precisa definizione di massa sarà data nel seguito. In secondo luogo la massa è una proprietà fondamentale della materia e come conseguenza non può essere considerata infinitamente divisibile o continua come invece sono sia lunghezza che tempo. La materia, e quindi la massa, è costituita da unità discrete. Chiaramente le dimensioni degli atomi sono sufficientemente piccole che per le applicazioni della vita di tutti i giorni la materia può essere considerata un continuo. Ma a livello fondamentale la natura atomica della materia è di cruciale importanza. Il *peso* di un oggetto non è la stessa cosa della massa. Il peso, come determinato per mezzo di una bilancia, è la misura dell'attrazione gravitazionale di un corpo (per esempio della terra) su di un oggetto. Di conseguenza, il peso di un oggetto è diverso sulla terra dal suo peso sulla luna, perché l'attrazione gravitazionale è diversa. Torneremo su questo in seguito. Lo standard internazionale di massa è un cilindro di platino-iridio, definito come 1 chilogrammo (kg)=10^3 grammi (g). Misure operative di massa vengono eseguite confrontando gli oggetti con lo standard di massa su di una bilancia. L'unità di massa nel sistema britannico è il *pound* ed è legalmente definito essere esattamente 453.59237 g.

Sono in uso due varianti del sistema metrico: il sistema MKS (metro-chilogrammo-secondo) ed il sistema CGS (centimetro-grammo-secondo). Per quel che riguarda le unità di massa e lunghezza, i due sistemi sono collegati da semplici potenze del 10. Quando però si considerano le unità elettriche le definizioni delle varie quantità nei due sistemi sono sufficientemente diverse ed i fattori di conversione non sono semplici. Comunque la fisica dei fenomeni non dipende dal sistema di unità di misura usato; perciò dobbiamo fare la scelta sulla base della convenienza.

Le unità di tutte le quantità fisiche possono essere espresse in termini delle unità base di lunghezza, massa e tempo. Quando si introducono quantità come la forza o l'energia, per convenienza si introducono altre unità (nel CGS sono *dyne* e *erg*), ma queste unità sono definite come combinazioni di lunghezza, massa e tempo. Quindi tutto quello di cui abbiamo bisogno sono le tre unità metro, chilogrammo e secondo, ogni altra quantità fisica può essere espressa in termini di queste.

Tutte le quantità fisiche hanno *dimensione*. Quando ad esempio consideriamo un'equazione che lega quantità fisiche dobbiamo includere le dimensioni di queste quantità. Quando diciamo "la distanza è uguale alla velocità per il tempo" $d = v \times t$ significa che, non solo i numeri devono tornare nella precedente equazione ma anche le unità di misura si devono bilanciare. Inoltre tale equazione è valida in qualunque sistema di unità, fintantochè sono usate consistentemente. Ad es: 30 mi=15 mi/hr $\times$ 2 hr (mi=miglio, hr=ora). Poichè 1 mi=1.609 Km e 1 hr =3600 s; allora 15 mi/hr= 15 1.609/3600 Km/s=6.7041 10^{-3} Km/s= 6.7041 m/s.

Quindi la regola è quella di dare sempre le unità quando si scrivono i valori numerici delle quantità fisiche e di controllare sempre le equazioni per assicurarsi che le unità siano le stesse in entrambi i membri (oppure siano equivalenti nel senso che sono legate da un fattore di conversione).

1.3 Proposte didattiche: misurazioni elementari

Vogliamo spendere alcune parole nei riguardi dell'osservazione dei fenomeni a livello dell'insegnamento primario. Le attività elementari di indagine partono, in genere, con un **riconoscimento di proprietà** degli oggetti con cui si ha a che fare, quali colore, forma, volume, peso, ecc. Si possono stimolare varie attività, quali:

- osservazione
- manipolazione, quale per esempio alzare gli oggetti per saggiarne il peso
- descrizione
- comunicazione agli altri delle osservazioni fatte

per giungere al riconoscimento delle proprietà. Per esempio, dato un certo numero di oggetti di varie forme geometriche si può domandare di separare gli oggetti a forma rotonda da quelli a forma quadrata, oppure separare i gialli dai rossi, ecc. Ad alcune di queste proprietà può essere associata una stima qualitativa che conduca ad una relazione di ordine, cioè ai concetti di maggiore, minore, uguale. Per esempio, facendo soppesare con le mani due oggetti, i bambini possono stimare che uno è più pesante di un altro. È allora possibile ordinare gli oggetti in esame, secondo la proprietà prescelta. A questo punto si può cercare di stabilire una procedura per misurare la proprietà considerata; vedremo adesso degli esempi.

Confronto e misura di lunghezze

Ci sono varie esperienze elementari che si possono proporre per introdurre il concetto di misura di lunghezze. Qui proponiamo un esempio in cui si parte dal confronto di distanze di vari oggetti da un punto prestabilito e successivamente si misurano tali distanze.
Materiale: filo, pennarelli di vari colori, varie aste di legno della stessa lunghezza, un metro da sarta.
Procedimento: Qualunque sia la disposizione dei banchi in classe (oppure anche nel caso in cui i banchi non ci siano) possiamo sempre chiedere a bambini chi di loro è seduto più vicino alla maestra, chi è il più lontano e quali sono i bambini che all'incirca si trovano alla stessa distanza dalla maestra. Per poter verificare se i bambini hanno dato risposte giuste o sbagliate prendiamo un filo sufficientemente lungo. Facciamo un nodo ad una estremità e fissiamo il nodo alla posizione occupata dalla maestra (per esempio alla sua sedia). Consegnamo ai bambini dei pennarelli

di colori diversi. Questi a turno prenderanno in mano il capo opposto del filo e, stando seduti ai loro posti, faranno un segno con il pennarello corrispondente alla loro posizione. Dal confronto delle lunghezze relative alle varie posizioni (dedotte dalla posizione dei vari segni) si stabiliranno le distanze relative dei vari bambini rispetto alla maestra (possiamo anche scrivere un elenco dei nomi dei bambini ordinato rispetto alla loro distanza dalla maestra). È interessante far notare come due bambini tra loro vicini abbiano circa la stessa distanza dalla maestra (e questo è intuitivo) ma anche che due bambini tra loro distanti possano anch'essi avere circa la stessa distanza dalla maestra. A questo punto possiamo chiedere ai bambini di *quanto* essi sono distanti dalla maestra, ovvero se hanno un'idea di come sia possibile misurare una lunghezza. Alcuni proporranno di misurare queste distanze a passi. Si facciano eseguire alcune prove da diversi bambini e poi la maestra stessa farà la misura a passi. I risultati saranno sicuramente diversi nei vari casi, in primo luogo perché ci sono passi più grandi e passi più piccoli e poi perché è difficile differenziare le frazioni di passo. Allora la maestra proporrà di usare delle aste di legno, tutte della stessa lunghezza, da far scorrere sul pavimento dalla posizione del bambino fino alla posizione della maestra. Rimane però ancora il problema della misura di distanze di lunghezza inferiore rispetto alla lunghezza dell'asta. Per esempio un bambino risulterà distante dalla maestra 3 aste e un pezzetto. Dobbiamo quindi trovare il modo di misurare questo pezzetto. Si propone quindi di segnare con un pennarello su di una di queste aste la metà, e poi la metà della metà e cosi via fino ad arrivare a delle frazioni di asta che i bambini ritengono sufficienti per misurare con precisione la loro distanza dalla maestra. Viene cosi introdotta in maniera operativa una *unità di misura* per le lunghezze (l'asta di legno) ed una sua frazione (ad esempio 1/16 di asta). Risulterà a questo punto semplice spiegare che per fare una misura è necessaria una unità di misura uguale per tutti (misurare con i passi può portare a risultati sbagliati). Si introduce quindi l'unità **metro** presentandolo come unità di riferimento accettata a livello internazionale. Si prende quindi un metro da sarta e si confronta la suddivisione in frazioni del metro (decimetri e centimetri) con la suddivisione in frazioni dell'asta che si era resa necessaria per misurare il più esattamente possibile la distanza dei vari bambini dalla maestra.

<u>Il volume</u>

Il volume non è una grandezza facilmente misurabile per via diretta, a meno che non si tratti di oggetti di forme geometriche particolari. Illustreremo qui un percorso che conduce alla determinazione indiretta del volume. Facciamo prendere ai bambini tre oggetti di volume nettamente diverso, per esempio tre pietre e facciamole mettere, una alla volta, in un recipiente colmo d'acqua. Ovviamente l'acqua trabocca in maniera diversa a seconda del volume della pietra. I bambini dovranno essere portati a capire che l'acqua esce perché il suo posto viene occupato dalla pietra e che quindi, la quantità di acqua uscita è correlata al volume della pietra stessa. Successivamente si preparano tre recipienti con la stessa quantità di acqua (vedi Figura 1.3) sufficiente a coprire completamente le pietre. Prima di inserire le pietre nei recipienti si cercherà

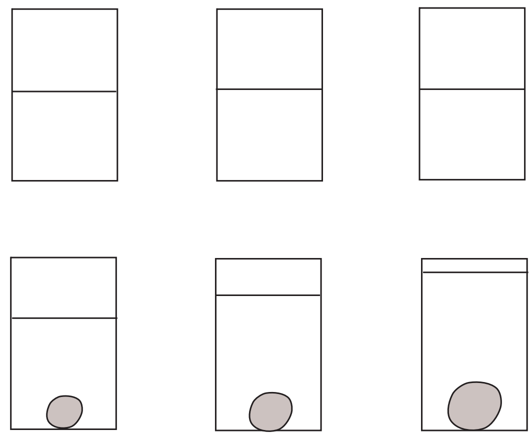


Figura 1.3: *Nei tre vasi contenenti inizialmente la stessa quantità di acqua vengono messe le tre pietre e si osserva che l'acqua raggiunge livelli diversi.*

di far ordinare ai bambini le pietre rispetto al volume. Si chiederà cioè di determinare a vista, confrontando due pietre alla volta, qual'è la più grande arrivando cosi ad una relazione d'ordine. Saremo adesso pronti a fare una verifica. Facciamo mettere le pietre ciascuna in un recipiente diverso. I bambini osserveranno che il livello dell'acqua nel recipiente che contiene la pietra più grande sarà più alto del livello negli altri due recipienti e cosi via. In questo modo i bambini saranno portati a correlare il livello dell'acqua con il volume della pietra. Potremo ora effettuare una misura indiretta del volume. Facciamo attaccare una striscia di carta su di un recipiente di vetro come mostrato in Figura 1.4. Mettiamo poi acqua nel recipiente, una tazzina alla volta. Per ogni tazzina aggiunta segnamo con un pennarello sulla

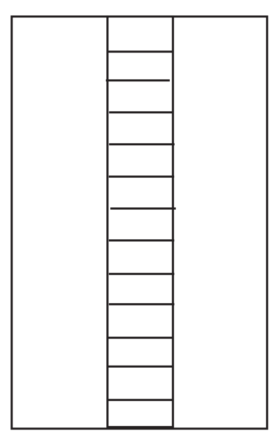


Figura 1.4: *Al recipiente si attacca una striscia di carta che verrà usata per graduare il recipiente.*

striscia il livello raggiunto dall'acqua. Otteremo cosi un contenitore **tarato**. A questo punto aggiungendo acqua a sufficienza nel contenitore, in modo da garantire che ognuna delle tre pietre sia coperta, procediamo ad immergere una pietra alla volta. In ogni caso si registrerà il livello (usando la taratura effettuata sulla striscia) prima di inserire la pietra e dopo averla inserita. Potremo cosi determinare il numero di tacche di cui si è innalzato il livello. Otterremo in questo modo una misura del volume in unità di **tazzine d'acqua**. A questo punto i bambini dovrebbero essere in grado di capire il significato di un qualunque recipiente graduato, per esempio in cm^3. Usando questo recipiente si può determinare quanti cm^3 è il contenuto in acqua di una tazzina e quindi avere la possibilità di ottenere la misura dei volumi delle pietre in cm^3 invece che in tazze. Questo è un ulteriore esempio elementare di conversione di unità che mostra come la scelta delle unità di misura sia altamente convenzionale, ma nello stesso tempo necessaria se si vuol stabilire un linguaggio comune.

Il Peso

L'esperienza sul peso è una delle esperienze atte alla individuazione delle proprietà macroscopiche dei materiali. Essa consiste nel confrontare il peso di alcuni oggetti prima con il semplice uso delle mani e poi utilizzando delle semplici bilance a braccio fisso che possono essere costruite in classe.
Materiale: 2 aste di legno, una piattaforma di legno, martello e chiodi, arance, castagne, viti di varie misure, filo, sacchetti, elastici nuovi ed uguali, strisce di carta.
Procedimento: Dopo aver messo oggetti di varia misura e forma sopra un tavolo, si chiede ai bambini di confrontare e raggruppare i vari oggetti scegliendo le caratteristiche che loro vogliono. A questa prima richiesta in genere non viene quasi mai proposto di confrontare gli oggetti in base al loro peso, saranno le insegnanti a suggerirlo. I bambini individueranno oggetti più o meno pesanti osservandoli e soppesandoli con le mani (è preferibile eliminare momentaneamente dal gruppo di oggetti quelli su cui non c'è un accordo generale). Successivamente si potrebbe chiedere di ordinare gli oggetti rimasti dal più leggero al più pesante. Questa fase è importante anche per rinforzare le abilità logico matematiche legate alla classificazione, ordinamento e quantificazione e per stimolare, attraverso il confronto fra oggetti di peso diverso, l'acquisizione della proprietà transitiva: se $A>B$ e $B>C$ allora $A>C$ (dove il simbolo $>$ significa in questo caso "pesa di più"). Rispetto agli oggetti su cui non c'era accordo si chiede ai bambini di trovare una soluzione individuale. In genere, molti di loro propongono l'uso della bilancia. Si chiede allora ai bambini di progettare una bilancia che sia molto semplice e che si possa fare con materiale facilmente reperibile a scuola o in casa. La bilancia più semplice da costruire è a bracci fissi ad esempio con elastici di uguale dimensione attaccati ai bracci. Ad essi possiamo appendere dei sacchetti dentro cui mettere gli oggetti da confrontare. Si aiutano i bambini a costruire le bilancia proposta e si chiede loro

di confrontarla con le bilance che vedono in casa e fuori casa. Si evidenzia cosi che alcune bilance possono essere usate solo come confronto fra due pesi mentre altre forniscono il valore numerico. Si chiede ai bambini se con una bilancia a bracci fissi è possibile stabilire se un oggetto pesa più di un altro. Per esempio se confrontiamo un'arancia con delle castagne è possibile stabilire, sulla base di un ugual allungamento degli elastici che un'arancia pesa come 7 castagne (si consiglia di avvicinare la bilancia al muro su cui siano state applicate delle strisce di carta con segnati i punti corrispondenti alla fine degli elastici quando i sacchetti sono vuoti e via via riportare i livelli corrispondenti alle diverse situazioni). Si fa però notare che se si fossero prese delle castagne più grandi, il numero delle castagne necessarie sarebbe stato minore, ma questo non avrebbe voluto dire che l'arancia pesava meno. Per risolvere questo problema si consiglia di usare come riferimento degli oggetti uguali e che abbiano tutti lo stesso peso (cioè che siano della stessa forma, grandezza e materiale). Vengono proposte delle viti come *unità campione* e si chiede di misurare con precisione il peso dell'arancia usando delle viti di grossa pezzatura. I bambini in genere arrivano a concludere che non si può dire quanto pesa l'arancia con quelle viti perché togliendo una vite dalla bilancia risulta più lungo l'elastico a cui è attaccata l'arancia e viceversa aggiungendo una vite è più lungo l'elastico dalla parte delle viti. Per avere più precisione si devono usare viti più piccole. Il nuovo problema che si pone è però che ci vogliono troppe viti piccole per misurare un peso grande. La soluzione, spesso data dai bambini stessi, è di fare gruppi di 100 e 10 viti piccole fasciate insieme e poi lasciare anche qualche vite singola. A questo punto continuando a pesare oggetti si arriva a esprimere il peso usando le nuove unità di misura, multiple della vite piccola di riferimento. Si chiede a questo punto di spiegare perché, quando compriamo qualcosa in un negozio, il peso non venga espresso in viti piccole. La risposta è che si possono usare oggetti per pesare altri oggetti a patto che tutti i negozi usino gli *stessi oggetti di misura*. Si introduce quindi l'unità **chilogrammo** presentandolo come unità di riferimento accettato a livello internazionale. Come specificheremo meglio in seguito, il chilogrammo di cui si sta qui parlando è il cosi detto chilogrammo peso (Kg_p), cioè **la misura dell'intensità della forza a cui è soggetta una massa di un chilogrammo**.

Il Peso Specifico

I bambini, già all'inizio della scuola elementare possiedono un'idea di "pesante" e "leggero", idea derivante dal confronto diretto dei diversi oggetti. I bambini, a quest'età, confrontando degli oggetti con le mani, sono in grado di riconoscere quelli più pesanti; sono in grado, se diamo loro delle palline di uguale volume di piombo, di ferro, di legno e di sughero, di disporle in ordine di peso. I bambini di quarta-quinta elementare, con maggiori conoscenze scolastiche ed extra-scolastiche, tendono già a fare delle generalizzazioni; arrivano a capire che non solo degli oggetti ma determinati materiali sono "più pesanti" di altri, per esempio che il ferro è "più pesante" del legno. Ma anche a questa età i bambini confondono generalmente il concetto di

"pesante" con il concetto di "aver maggior peso"; l'altra grandezza essenziale nel concetto di "pesante", il volume, non viene generalmente presa in considerazione o è presente a livello non conscio. La nozione di "pesante" nell'adulto medio non è molto dissimile. Un oggetto può essere più "pesante" di un altro, pur avendo un peso inferiore. È solo a parità di volume che il corpo con maggiore peso è anche più "pesante".
Il concetto di "pesante" presuppone il confronto di oggetti di uguale volume; questo presupposto è implicito quando i bambini affermano che il ferro è più pesante del legno; ma è necessario esplicitarlo per una reale comprensione del concetto; si arriva in questo modo ad una razionalizzazione del concetto di "pesante".

Distinzione tra "pesante" ed "aver maggior peso"

Scopo: constatare che, in alcuni casi, oggetti di legno e plastica pesano più di oggetti di ferro o che oggetti di ferro pesano di più di oggetti di piombo.
Materiale: 2 cilindri da 10 cm^3 di acqua, bilancia, acqua distillata, olio, oggetti di ferro, piombo, legno, plastica.
Procedimento: Pesate due cilindri da 10 cm^3 vuoti, e ripesateli dopo aver riempito il primo di olio ed il secondo, per circa 2/3 di acqua; si constata che il peso dell'olio è maggiore; chiedete ai bambini se è possibile conseguentemente affermare che l'olio è più pesante dell'acqua. Probabilmente saranno i bambini stessi a proporre di pesare e quindi confrontare oggetti dello stesso volume, di pesare per esempio, anche nel caso dell'acqua 10 cm^3.
Con esperienze di questo tipo, i bambini arrivano a capire che una sostanza è più pesante di un'altra quando, a parità di volume, pesa di più.
Conclusioni: la grandezza corrispondente al concetto di "pesante" non è il peso ma il peso specifico $P_s = P/V$ dove P è il peso e V è il volume del corpo.

Determinazione del peso specifico dell'acqua e dell'olio

Materiale: bilancia, cilindri da 10, 25, 50, 100, 250, 500, 1000 cm^3, acqua distillata, olio d'oliva.
Procedimento: Determinare il peso di 10, 25, 50, 100, 250, 1000 cm^3 di acqua distillata. I pesi corrispondenti ai diversi volumi di acqua sono riportati in Tabella 1.2. Generalizzando la conclusione che si può trarre da queste misurazioni, si può affermare che per l'acqua vi è identità tra volume espresso in cm^3 ed il peso espresso in g_p. Per qualsiasi volume di acqua preso in considerazione, il rapporto tra il peso ed il volume dà sempre lo stesso risultato, cioè 1 g_p/cm^3. In realtà i valori sperimentali risulteranno leggermente diversi da quelli riportati in Tabella 1.2 sia per gli errori di lettura sia perché il peso specifico dell'acqua a 20^{o}C è leggermente inferiore a 1 (vedremo più avanti che il volume delle sostanze aumenta all'aumentare della temperatura; conseguentemente, poiché il peso specifico diminuisce all'aumentare della temperatura, quando si danno i valori di peso specifico, è necessario precisare la temperatura alla quale si riferiscono. Ad esempio a 20^{o}C l'acqua ha peso specifico

volume cm^3	peso acqua g_p	peso olio g_p
10	10	9..
25	25	22.5..
50	50	45..
100	100	90..
250	250	225..
500	500	450..
1000	1000	900..

Tabella 1.2:

0.998203 g_p/cm^3).
È possibile a questo punto capire che 1 g_p è il peso di un qualsiasi cm^3 di acqua: il peso specifico è proprio il peso dell'unità di volume. Perché si può affermare che il peso specifico di 1 g_p/cm^3 è caratteristico dell'acqua? Perché abbiamo constatato che per tutti i campioni di acqua il rapporto tra peso e volume dà 1 g_p/cm^3.
Ripetiamo il procedimento per l'olio. Determiniamo il peso di 10, 25, 50, 100, 250, 500, 1000 cm^3 di olio (è necessario usare nelle diverse pesate lo stesso tipo di olio). I pesi corrispondenti sono riportati in Tabella 1.2. Dividendo il peso per il volume, ci accorgiamo che otteniamo un valore costante, che, nel caso dell'olio considerato, è circa 0.9 g_p/cm^3

$$\frac{9\ g_p}{10\ cm^3} = \frac{22.5\ g_p}{25\ cm^3} = \frac{45\ g_p}{50\ cm^3} = \cdots = 0.9\ g_p/cm^3 \tag{1.1}$$

In questo caso il peso specifico dell'olio risulta essere 0.9 g_p/cm^3.

Effettuando esperienze simili con altri materiali, è possibile constatare che esiste sempre tra il *peso* ed il *volume* una relazione di *proporzionalità diretta*. Quando il volume raddoppia, il peso raddoppia, quando il volume triplica, il peso triplica, ecc.

Ciò che è caratteristico di ciascuna sostanza è il valore del rapporto tra il peso ed il volume, *il peso specifico*. Nella Tabella 1.3 abbiamo riportato il peso specifico di alcune sostanze.

Determinazione del peso specifico di solidi irregolari

Sulla base della relazione di proporzionalità diretta esistente tra il peso ed il volume per una qualsiasi sostanza, è facile determinare il peso specifico di un qualsiasi oggetto; è sufficiente determinare il peso ed il volume e dividere il primo per il secondo ($P_s = P/V$). Il procedimento impiegato per determinare il peso specifico dell'acqua può essere impiegato per determinare il peso specifico di qualsiasi liquido e, con una piccola variante di un qualsiasi oggetto solido (insolubile in acqua e con un peso specifico superiore).
Materiale: bilancia, cilindri da 10, 25, 50, 100, 250, 500, 1000 cm^3, acqua distillata,

Sostanza	Peso Specifico g_p/cm^3
sughero	0.21..*
alcool	0.8..
olio di oliva	0.9..*
acqua	1
soda	1.44
sale da cucina	2.16
potassa	2.42
calcare	2.71
stagno	7.28
ferro	7.87
rame	8.93
argento	10.5
piombo	11.34
mercurio	13.54
oro	19.3

Tabella 1.3: *Peso specifico di alcune sostanze (* indica il valore medio)*

pietre, piccoli oggetti metallici quali palline di ferro e piombo.
Procedimento: Utilizzate per ogni oggetto il cilindro più piccolo possibile; versate dell'acqua nel cilindro per circa 1/2 e leggete con attenzione il volume. Pesate l'oggetto con la bilancia (P) e collocatelo poi dentro il cilindro. Fate osservare il livello dell'acqua che sale e leggete il nuovo valore; dalla differenza tra i valori dei volumi è possibile risalire al volume dell'oggetto (V). Effettuando il rapporto tra peso e volume si determina il peso specifico.

Nella scuola elementare è sufficiente l'utilizzo di cilindri graduati per calcolare il peso specifico; i valori che si ottengono non sono molto precisi, ma a questo riguardo, ciò che è importante è che i bambini acquistino un minimo di consapevolezza dei diversi gradi di approssimazione di una misura in relazione alle caratteristiche dello strumento utilizzato.

Prove di verifica

- Due oggetti con lo stesso peso occupano volumi diversi. Quale dei due ha il peso specifico maggiore?
- L'alcool ha un peso specifico di 0.8 g_p/cm^3. Riempi la Tabella 1.4 e riporta in grafico il peso in funzione del volume.
- Quale dei due materiali (vedi Figura 1.5) ha peso specifico maggiore? Perchè?

Volume cm^3	Peso g_p
0	
10	
15	
20	
25	
30	
35	
40	

Tabella 1.4:

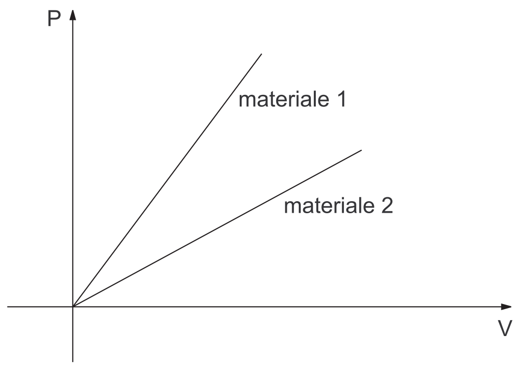


Figura 1.5:

- Vi si vuole vendere un piccolo cubetto di oro: il cubetto ha il lato di 2 cm e peso 63 g_p. Cosa ne pensate?

- Mettendo su una bilancia a piatti, da una parte un cubo di rame di volume pari a 1 cm^3, e dall'altra un cubo di oro dello stesso volume, da che parte pende la bilancia?

Capitolo 2

Cinematica

2.1 Il moto

I primi fenomeni fisici che studieremo saranno quelli connessi al moto. Le ragioni per questa scelta sono molteplici. Storicamente lo studio dei moti semplici costituisce una delle prime applicazioni del metodo scientifico. Galileo Galilei (1564-1642) descrisse correttamente le leggi di caduta dei corpi e fu anche in grado di spiegare dettagliatamente il moto dei proiettili tramite un uso corretto del metodo scientifico come descritto nell'Introduzione, dando cioè priorità al confronto delle sue leggi con gli esperimenti. Inoltre il moto è un tema che pervade tutta la fisica, gli atomi in tutte le forme della materia sono in continuo movimento, il moto di un elettrone produce la corrente elettrica, i pianeti si muovono attorno al sole, ecc.

La **cinematica** è la scienza che descrive il moto degli oggetti usando parole, diagrammi, numeri, grafici ed equazioni. Il fine di ogni studio di cinematica è di sviluppare modelli mentali che ci servono per descrivere (ed infine spiegare) il moto degli oggetti del mondo reale.

Iniziamo con le parole usate per descrivere il moto di un oggetto, ovvero con il *linguaggio* della cinematica. Le parole usate con regolarità sono: vettori, scalari, spazio percorso, spostamento, velocità, accelerazione. Dobbiamo diventare familiari con il loro significato.

La fisica è una scienza matematica, vale a dire che i concetti e i principi fisici hanno una base matematica. In particolare, le quantità matematiche usate per descrivere il moto di oggetti possono essere divise in due categorie:

- **scalari** - quantità descritte completamente dalla loro misura
- **vettori** - quantità descritte oltre che dalla loro misura (modulo del vettore), anche da direzione e verso. Sono rappresentati da frecce, la cui lunghezza è proporzionale al modulo del vettore

In Tabella 2.1 sono riportate alcune grandezze e le categorie alle quali appartengono.

Quantità	Categoria
5 m	scalare, non è data nessuna direzione
30 m/sec, Est	vettore, velocità in direzione Est
20^o Celsius	scalare
256 bytes	scalare
5 mi, Nord	vettore, spostamento in direzione Nord

Tabella 2.1:

Spazio percorso e spostamento sono quantità che sembrano significare la stessa cosa, in realtà hanno diverse definizioni e diverso significato.

- **Spazio percorso** - quantità scalare che si riferisce a quanto spazio ha percorso un oggetto durante il suo moto

- **Spostamento** - quantità vettoriale che si riferisce al cambiamento di posizione di un oggetto

Il caso generale è esemplificato nella Fig. 2.1 dove è mostrato il percorso lungo la linea curva da A a B ed il vettore $\overrightarrow{AB}$ che evidenzia lo spostamento. Quindi lo spostamento è il vettore $\overrightarrow{AB}$ mentre lo spazio percorso è quello misurato lungo la traiettoria curva. Facciamo un esempio più specifico. Consideriamo il moto descritto

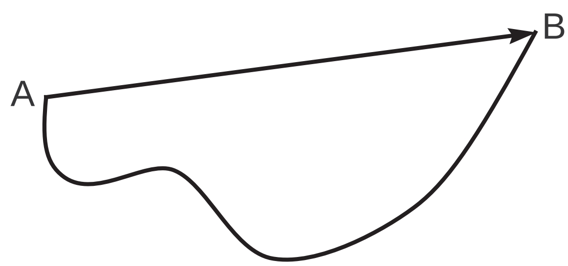


Figura 2.1:

nel diagramma in Fig. 2.2. Un bambino cammina per 4 m a Est, 2 m a Sud, 4 m ad Ovest ed infine 2 m a Nord. Anche se il bambino ha camminato coprendo in totale 12 m il suo spostamento è nullo. Durante il suo moto ha percorso uno spazio di 12 m ma alla fine del moto il bambino è tornato esattamente al suo posto, quindi il suo spostamento è stato di 0 m. Lo spostamento è una quantità vettoriale e quindi dipende dalla direzione: i 4 m ad Est sono stati cancellati dai 4 m ad ovest e i 2 m a Sud sono stati cancellati dai 2 m a Nord.

Consideriamo ora un altro esempio. Il diagramma in Fig. 2.3. mostra la posizione di uno sciatore a vari istanti. A ciascuno dei tempi indicati, lo sciatore si gira e inverte la direzione di marcia. In altre parole lo sciatore si muove da A a

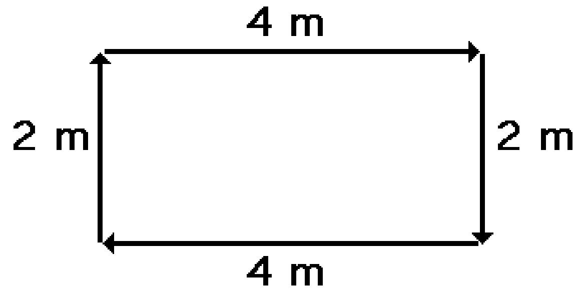


Figura 2.2:

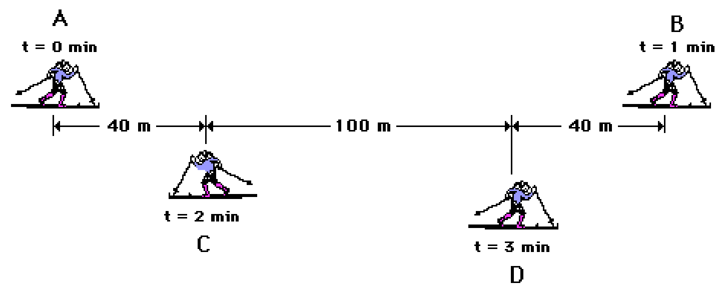


Figura 2.3:

B a C a D. Determinare lo spostamento e lo spazio percorso dallo sciatore durante questi 3 minuti. (Risposta: lo spazio percorso è 180 m+ 140 m+100 m = 420 m, lo spostamento è di 140 m a destra). Quando un oggetto cambia la sua direzione di moto, lo spostamento (che, ripetiamo, è una quantità vettoriale) tiene conto di questo cambiamento di direzione, viceversa lo spazio percorso, che è una quantità scalare, lo ignora.

La **velocità** è una quantita vettoriale che si riferisce a quanto e come un oggetto cambia la sua posizione. Immaginiamo una persona che si muove velocemente, un passo in avanti e un passo indietro, tornando sempre nella sua posizione di partenza. La sua velocità è zero. Se una persona in moto vuol massimizzare la sua velocità, allora questa dovrà fare ogni sforzo per massimizzare lo spostamento dalla sua posizione di partenza, e, sicuramente, non dovrà mai cambiare direzione e tornare verso il punto da cui è partita. La velocità, essendo una grandezza vettoriale, dipende infatti dalla direzione. Non è sufficiente dire che un auto si muove con una velocità di 50 Km/h. Dobbiamo dare anche informazioni sulla direzione e verso per descrivere completamente la velocità dell'auto. Per esempio dovremmo dire che l'auto si muove con una velocità di 50 Km/h verso Est.

Indicare la direzione della velocità è un compito molto semplice, visto che questa è la stessa della **direzione in cui si sta muovendo l'oggetto**. Indipendentemente dal fatto che l'oggetto stia rallentando o stia aumentando la sua velocità, la sua direzione sarà sempre data dalla direzione in cui si sta muovendo l'oggetto stesso.

Possiamo poi definire un'altra grandezza, che chiameremo **velocità scalare** che descrive quanto spazio è stato percorso nell'unità di tempo. Nell'esempio precedente della persona che compie un passo avanti e uno indietro, abbiamo visto che la sua velocità è nulla in quanto il suo spostamento è nullo, ma non sarà nulla la sua velocità scalare (attenzione: la velocità scalare, per come l'abbiamo definita, è diversa dal modulo della velocità).

Quando un oggetto si muove, spesso subisce variazioni di velocità. Ad esempio in un normale percorso in auto, l'indicatore di velocità (o più correttamente della velocità scalare) si muove costantemente a causa di frenate o accelerate. È quindi utile introdurre il concetto di **velocità scalare media**:

$$\text{velocita}' \text{ scalare media} = \frac{\text{spazio percorso}}{\text{tempo}} \tag{2.1}$$

e di **velocità media**:

$$\text{velocita}' \text{ media} = \frac{\Delta(\text{posizione})}{\text{tempo}} = \frac{\text{spostamento}}{\text{tempo}} = \frac{s_f - s_i}{t_f - t_i} \tag{2.2}$$

Con il simbolo Δ indichiamo una variazione, con s_f e s_i la posizione finale e iniziale, con t_f e t_i il tempo finale ed iniziale. Facciamo subito un esempio: Lisa è in viaggio attraverso l'Italia e percorre un totale di 440 Km in 8 ore. Qual'è stata la sua velocità scalare media? (non possiamo avere informazioni sul vettore velocità visto che non sappiamo niente sulla direzione dello spostamento). Otteniamo quindi

$$\text{velocita}' \text{ scalare media} = \frac{440\ Km}{8\ h} = 55\ Km/h \tag{2.3}$$

Questo non significa che Lisa ha viaggiato ad una velocità costante di 55 Km/h. Sicuramente si è fermata qualche volta (per esempio per il pranzo) e quindi avrà percorso dei tratti a velocità superiore, per esempio 80 Km/h. Ma la sua velocità scalare media è stata di 55 Km/h.

Consideriamo ora l'esempio di Fig. 2.2 e supponiamo che il bambino compia il percorso in 24 secondi. Determinare la velocità scalare media e la velocità media. Il bambino ha percorso uno spazio di 12 metri in 24 secondi: quindi la sua velocità scalare media è 0.5 m/s. Però, siccome il suo spostamento è di 0 m la sua velocità media è di 0 m/s. (Ricordiamo che lo spostamento si riferisce al cambiamento di posizione e che la velocità si basa sulla variazione di posizione).

Nell'esempio di Fig. 2.3 la velocità scalare media è data da 420 $m/3\ min$= 140 m/min mentre la velocità media è 140 $m/3\ min$=46.7 m/min a destra. Notiamo ancora la differenza tra queste due grandezze cinematiche.

Poichè un oggetto in movimento cambia spesso la sua velocità durante il moto, è utile distinguere tra **velocità media** e **velocità istantanea**:

- **velocità istantanea** - velocità ad un dato istante di tempo

- **velocità media** - variazione della posizione nell'intervallo di tempo considerato; il modulo è dato semplicemente dal rapporto (spostamento/tempo)

Non sempre gli oggetti si muovono con velocità variabile in modulo e/o in direzione. Può succedere che un corpo si muova con velocità costante: tale corpo percorrerà distanze uguali a intervalli di tempo regolari. Ad esempio un corridore può correre in linea retta con velocità costante di 6 m/s. Se la sua velocità si mantiene costante, questo coprirà uno spazio di 6 m ogni secondo. Se fossimo in grado di misurare la sua posizione (spazio percorso da un punto di partenza arbitrario) ciascun secondo, potremmo notare che la sua posizione cambia di 6 m ciascun secondo. Questo è in contrasto con un oggetto che cambia la sua velocità, che quindi coprirà distanze diverse ogni secondo. La Tabella 2.2 mostra oggetti con velocità scalare costante e variabile. È utile quindi introdurre un'altra grandezza

Velocita` costante di 6 m/s

Time (s)	Position (m)
0	0
1	6
2	12
3	18
4	24

Velocita` variabile

Time (s)	Position (m)
0	0
1	1
2	4
3	9
4	16

Tabella 2.2:

matematica della cinematica: **l'accelerazione**.

- **accelerazione** - quantità vettoriale che si riferisce a quanto e come un oggetto cambia la sua velocità. Un oggetto sta accelerando quando sta cambiando la sua velocità.

Quindi l'accelerazione non ha niente a che fare con quanto un oggetto si muove velocemente, viceversa è legata al cambiamento della velocità di un corpo. Se un oggetto non sta cambiando la sua velocità, allora l'oggetto non sta accelerando. In altre parole, un oggetto che si muove con velocità costante ha accelerazione nulla. I dati in Tabella 2.3 sono rappresentativi di un oggetto che sta accelerando - la velocità varia rispetto al tempo, in particolare varia di una quantità costante, 10 m/s, per ogni secondo. Tutte le volte che la velocità di un oggetto cambia si dice che sta accelerando. Nell'esempio di Tabella 2.3 l'oggetto si sta muovendo con **accelerazione costante** poichè la sua velocità cambia di una quantità costante ogni secondo. Visto che gli oggetti accelerati cambiano costantenente la loro velocità, possiamo dire che (spazio percorso/tempo) non è costante.

Un oggetto che cade accelera. Se osserviamo il moto di un oggetto in caduta libera (discuteremo questo in dettaglio nel seguito) possiamo costruire la Tabella 2.4. L'oggetto avrà una velocità media di circa 5 m/s nel primo secondo, di circa

Time (s)	Velocity (m/s)
0	0
1	10
2	20
3	30
4	40
5	50

Tabella 2.3:

intervallo di tempo Δt	velocità media in Δt	spazio percorso in Δt	spazio percorso totale
0-1 s	5 m/s	5 m	5 m
1-2 s	15 m/s	15 m	20 m
2-3 s	25 m/s	25 m	45 m
3-4 s	35 m/s	35 m	80 m

Tabella 2.4:

15 m/s nel secondo secondo, di circa 25 m/s nel terzo secondo, di circa 35 m/s nel quarto secondo ecc. quindi, poichè la velocità varia di una quantità costante ogni secondo, l'oggetto sta accelerando in modo costante. Date le velocità medie per ogni intervallo di tempo, possiamo dedurre che l'oggetto è caduto di 5 m nel primo secondo, di 15 m nel secondo secondo (con uno spazio percorso totale di 20 m), di 25 m nel terzo secondo (con un totale di 45 m), di 35 m nel quarto secondo (con uno spazio percorso totale di 80 m dopo 4 secondi) ecc. Quindi un oggetto in caduta libera che accelera in modo costante coprirà spazi diversi in ogni successivo secondo (notare che nel caso di un moto di caduta libera sia direzione che verso sono fissati durante tutto il moto quindi, in questo caso, lo spazio percorso è il modulo del vettore spostamento). Dall'analisi della prima e dell'ultima colonna dei dati in Tabella 2.4 scopriamo che c'è una relazione quadratica tra lo spazio totale percorso ed il tempo impiegato a percorrerlo per un oggetto che parte da fermo e che accelera in modo costante: lo spazio percorso totale è proporzionale al quadrato del tempo. Ovvero, fissato un intervallo di tempo di riferimento Δt, se un oggetto cade per 4 volte Δt, coprirà una distanza $4^2 = 16$ volte più grande di quella coperta in Δt.

L'accelerazione media di un oggetto si calcola usando l'equazione seguente:

$$\text{accelerazione media} = \frac{\Delta(\text{velocita}')}{\text{tempo}} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} \tag{2.4}$$

Ricordiamo che il simbolo Δ indica una variazione, v_f e v_i indicano la velocità finale ed iniziale e t_f e t_i il tempo finale ed iniziale. Questa equazione può essere usata per calcolare l'accelerazione di un oggetto il cui moto è descritto dai dati velocità-tempo in Tabella 2.3. Risulta

$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{50\ m/s - 0\ m/s}{5\ s} = \frac{10\ m/s}{1\ s} = 10\ m/s^2 \tag{2.5}$$

I valori dell'accelerazione sono espressi in unità di velocità/tempo ovvero di spazio/ tempo/tempo = spazio/ tempo^2.

Poichè l'accelerazione è una quantità vettoriale, avrà una direzione ed un verso ad essa associati. Il verso del vettore accelerazione dipende:

- dal verso della velocità
- da cosa sta facendo l'oggetto in moto: se sta aumentando la sua velocità o la sta dimuninuendo

Vale la regola seguente: se un oggetto sta rallentando, allora la sua accelerazione è nella direzione opposta al moto.

Consideriamo un moto lungo una linea retta in cui abbiamo fissato un verso. Analizziamo i dati riportati in Tabella 2.5. Nell'esempio A l'oggetto si sta muovendo in verso positivo (ha una velocità positiva) e sta aumentando la sua velocità.

Example A

Time (s)	Velocity (m/s)
0	0
1	2
2	4
3	6
4	8

Example B

Time (s)	Velocity (m/s)
0	-8
1	-6
2	-4
3	-2
4	0

Tabella 2.5:

Quando un oggetto sta aumentando la sua velocità, l'accelerazione ha lo stesso verso della velocità. Cosi questo oggetto ha un'**accelerazione positiva**. Nell'esempio B l'oggetto si sta muovendo in verso negativo (ha una velocità negativa) e sta rallentando. In questo caso quindi l'accelerazione ha verso opposto alla velocità: anche l'oggetto nell'esempio B ha un'**accelerazione positiva**. Per chiarire ancora il concetto di accelerazione consideriamo i moti descritti in Tabella 2.6. Usiamo l'eq. 2.4 per determinare l'accelerazione nei due casi. (Soluzione A: $a = 2\ m/s^2$; Soluzione B: $a = -2\ m/s^2$)

Durante tutto il corso, vi sarà richiesto continuamente di rappresentare i concetti fisici in modo visivo. Il mondo che stiamo studiando in questo corso è il mondo fisico, un mondo che possiamo vedere. Nel momento in cui cerchiamo di capirlo, questo processo coinvolgerà rappresentazioni visive. È quindi molto importante che le nostre abitudini di studio e di apprendimento siano continuamente controllate; dobbiamo cioè chiederci se le nostre conoscenze sono basate su una serie di parole

Esercizio A

Time (s)	Velocity (m/s)
0	0
1	2
2	4
3	6
4	8

Esercizio B

Time (s)	Velocity (m/s)
0	8
1	6
2	4
3	2
4	0

Tabella 2.6:

astratte che non hanno relazione con il mondo fisico che cercano di descrivere o se invece le nostre conoscenze sono intimamente collegate a tale mondo fisico dalle nostre immagini visive. Come lo studio di tutta la fisica, il nostro studio della cinematica userà molti mezzi per rappresentare il moto di oggetti. Tali mezzi includono l'uso di parole, di grafici, di numeri, di equazioni e di diagrammi. Vogliamo ora introdurre l'uso di **diagrammi vettoriali**. È molto importante cominciare fino da ora a dedicare del tempo per cercare di connettere le rappresentazioni visive con le parole e la realtà fisica.

Un **diagramma vettoriale** indica la direzione, il verso e il modulo di una quantità vettoriale con una freccia. Il modulo del vettore è rappresentato dalla lunghezza del vettore. Diagrammi vettoriali possono essere usati per descrivere la velocità di un oggetto durante il suo moto. Ad esempio in Fig. 2.4 viene rappresentata la

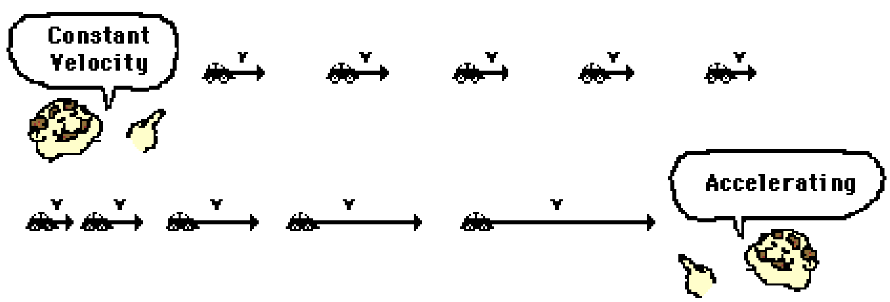


Figura 2.4:

velocità di una macchina durante il suo moto. Nel primo diagramma la velocità è costante, il modulo del vettore è lo stesso in ciascun riferimento consecutivo. Il secondo diagramma descrive un moto con velocità variabile, ovvero un moto accelerato. Il diagramma in Fig. 2.5 descrive un moto con accelerazione costante.

Diagrammi vettoriali possono essere usati per rappresentare qualunque quantità vettoriale come ad esempio l'accelerazione, la forza, il momento di una forza etc. Dobbiamo diventare familiari con l'uso di una freccia per rappresentare una quantità vettoriale. Questa diventerà una rappresentazione molto importante per un oggetto in moto. Ad esempio, nel caso di una palla lanciata in aria come in Fig. 2.5, il

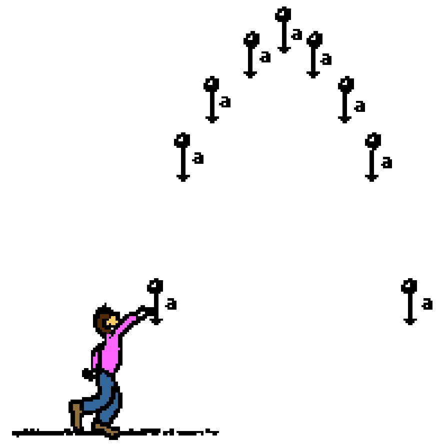


Figura 2.5:

moto è caratterizzato da un'accelerazione costante, l'accelerazione di gravità, ma torneremo su questo in seguito.

Per terminare questa sezione notiamo che la velocità media, cosi come l'accelerazione media non danno una caratterizzazione completa del moto. Per esempio in un intervallo di tempo di un'ora è possibile che la velocità sia cambiata più di una volta, mentre in un periodo di tempo più breve è possibile che si siano avute minori variazioni. Una idea più precisa si potrebbe avere se si conoscesse la velocità ad ogni istante. Per esempio il contachilometri di una macchina permette una tale conoscenza in modo pressochè istantaneo. Quello che fa il contachilometri è di misurare di quanto si sposta la macchina (che viene dedotto dal numero di giri delle ruote) per intervalli di tempo molto piccoli. In questo modo si ha la velocità media in un intervallo di tempo piccolo. Dato che in questo intervallo di tempo la velocità sarà rimasta quasi costante, questa media si può assumere come valore istantaneo. Cioè la velocità istantanea può essere descritta come una velocità media calcolata su un intervallo di tempo molto breve. In modo analogo l'accelerazione istantanea può essere pensata come l'accelerazione media valutata su un intervallo di tempo molto piccolo.

Esercizio: *Verificare che la velocità media in un percorso di 30 Km di un'automobile che percorre 15 Km a 100 Km/h e poi altri 15 alla velocità di 60 Km/h non è 80 Km/h, ma bensi 75 Km/h.* Infatti il tempo impiegato a percorrere il primo tratto è

$$t = \frac{15\ Km}{100\ Km/h} = 0.15\ h \tag{2.6}$$

Il tempo impiegato a percorrere il secondo tratto è 15 $Km/60\ Km/h$=0.25 h. Quindi il tempo totale impiegato a percorrere i 30 Km è 0.15+0.25 = 0.4 h. Pertanto la velocità media risulta 30 $Km/0.4\ h$=75 Km/h.

2.2 Descrizione del moto con i grafici

Lo studio della cinematica può basarsi su vari mezzi con cui il moto degli oggetti può essere rappresentato: semplicemente le parole, i diagrammi, i numeri, le equazioni e i grafici. Vogliamo ora concentrarci sull'uso dei **grafici posizione-tempo** per descrivere il moto. Indichiamo la posizione di un oggetto al tempo t con $s(t)$. Un punto in un grafico posizione-tempo sarà descritto dalla coppia di coordinate $(t, s(t))$. Consideriamo una macchina che si muove con **velocità costante** in verso positivo, ad es. $v = 10\ m/sec$ come mostrato in Fig. 2.6. Il grafico corrispondente ai dati

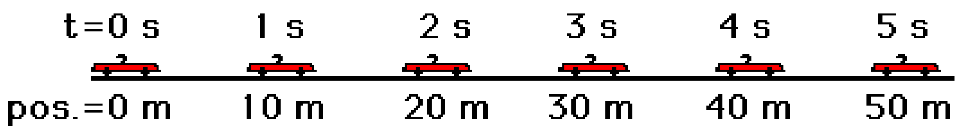


Figura 2.6:

posizione-tempo per tale macchina è riportato in Fig. 2.7. Deduciamo che il moto

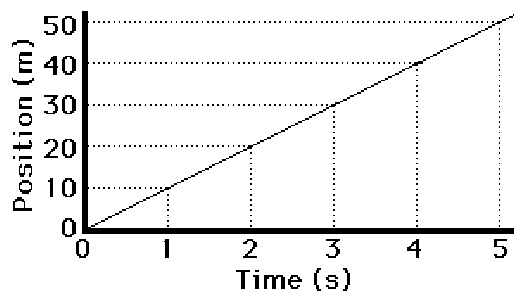


Figura 2.7:

descritto da una velocità costante e positiva corrisponde ad una linea di **pendenza** costante e positiva nel grafico posizione-tempo.

Come si determina in generale la pendenza su un grafico posizione-tempo? La pendenza è definita come il rapporto tra l'incremento dello spostamento e l'intervallo temporale corrispondente. In generale, la pendenza di una retta in un grafico (x, y) è data da

$$\text{pendenza} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \tag{2.7}$$

In altre parole, è sufficiente scegliere 2 punti sulla retta, e calcolare il rapporto tra la differenza delle ordinate e la differenza delle ascisse. Consideriamo ancora il grafico in Fig. 2.7, e calcoliamo la pendenza usando 3 coppie di punti:
(5 s, 50 m), (0 s, 0 m) $\longrightarrow$ la pendenza è (50 m - 0 m)/(5 s - 0 s) = 10 m/s;
(3 s, 30 m), (1 s, 10 m) $\longrightarrow$ la pendenza è (30 m - 10 m)/(3 s - 1 s) = 10 m/s;
(5 s, 50 m), (2 s, 20 m) $\longrightarrow$ la pendenza è (50 m - 20 m)/(5 s - 2 s) = 10 m/s.

In tutti i casi il risultato è lo stesso, cioè 10 m/s.

Consideriamo ora un'auto che si muove sempre in verso positivo ma con **velocità crescente**, ovvero che sta accelerando come in Fig. 2.8. Riportiamo in grafico i dati

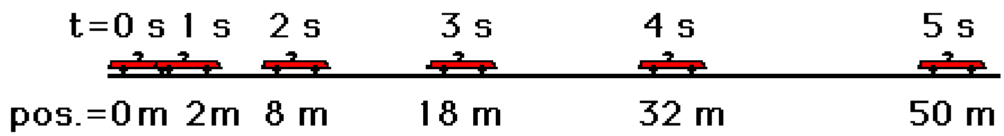


Figura 2.8:

corrispondenti. Vediamo in Fig. 2.9. che il moto corrispondente ad una velocità

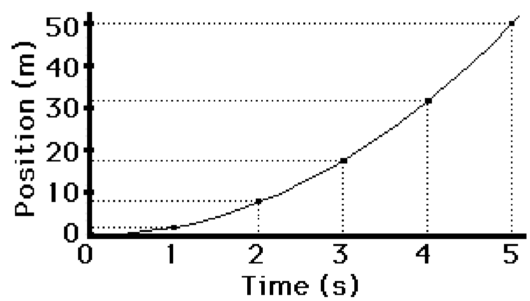


Figura 2.9:

crescente positiva corrisponde ad una linea con pendenza crescente e positiva nel grafico posizione-tempo.

Concludiamo che la **pendenza** della linea nel grafico posizione-tempo fornisce utili informazioni sulla **velocità** dell'oggetto: se la velocità è costante, la pendenza è costante (linea retta), se la velocità è variabile, la pendenza è variabile (linea curva). Se la velocità è positiva, la pendenza è positiva.

Consideriamo ora i grafici di Fig. 2.10. Il grafico a sinistra rappresenta un

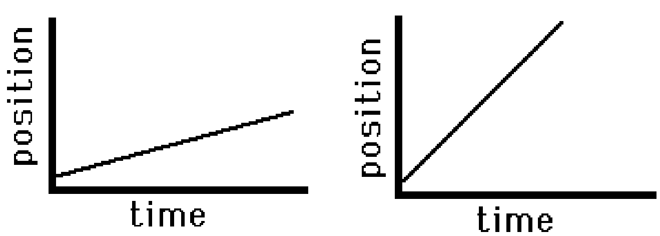


Figura 2.10:

oggetto che si sta muovendo con una velocità positiva (pendenza positiva), con una velocità costante (pendenza costante), e con una piccola velocità (piccola pendenza).

Il grafico a destra ha caratteristiche simili. Descrive ancora una velocità costante e positiva, ma la pendenza della retta è maggiore in questo caso, e questo indica una velocità maggiore (in modulo). L'oggetto rappresentato dal grafico a destra sta muovendosi più velocemente dell'oggetto del grafico a sinistra.

Consideriamo ancora un altro esempio con i grafici di Fig. 2.11. Il grafico a

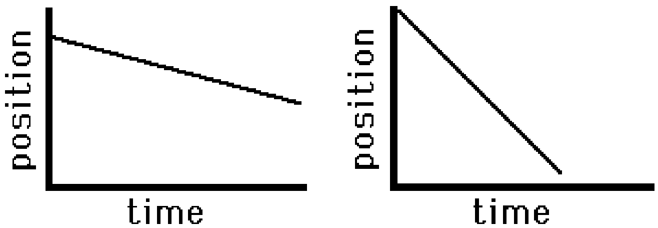


Figura 2.11:

sinistra rappresenta un oggetto che si sta muovendo con una velocità negativa (pendenza negativa), con una velocità costante (pendenza costante), e con una piccola velocità (piccola pendenza). Il grafico a destra ha caratteristiche simili. Descrive ancora una velocità costante e negativa, ma la pendenza della retta è maggiore in questo caso, e questo indica una velocità maggiore (in modulo). L'oggetto rappresentato dal grafico a destra sta muovendosi più velocemente dell'oggetto del grafico a sinistra. Ancora una volta, pendenza maggiore corrisponde a velocità maggiore in modulo.

Come ultimo esempio consideriamo i due grafici di Fig. 2.12. In entrambi i casi

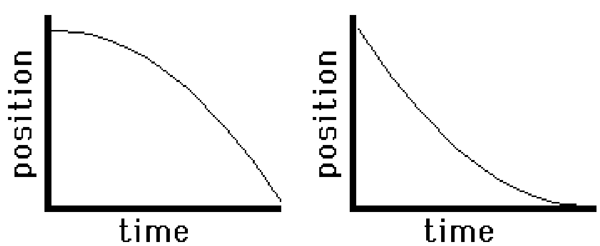


Figura 2.12:

abbiamo linee curve. Le linee curve hanno pendenze variabili: possono partire con una piccola pendenza e poi curvare in modo netto sia con crescente pendenza positiva che negativa. In ogni caso, una linea curva con pendenza variabile rappresenta un moto accelerato. Osservando il grafico a sinistra, deduciamo che l'oggetto si sta muovendo con una velocità negativa (la pendenza è negativa). Inoltre la sua velocità iniziale è piccola (piccola pendenza a tempi piccoli) ma poi cresce (la pendenza aumenta al passare del tempo). Questo è un esempio di **accelerazione negativa** - oggetto che si muove in verso negativo e che aumenta la sua velocità. Anche il grafico a destra di Fig. 2.12 descrive un oggetto con velocità negativa (la pendenza è negativa). Ma in questo caso la velocità di partenza è alta e diminuisce al passare del tempo (la pendenza finale diminuisce sempre di più). Questo oggetto si sta muovendo in verso negativo e sta diminuendo la sua velocità: questo è un esempio di **accelerazione positiva**.

Il principio della pendenza è molto utile per estrarre informazioni rilevanti sul moto degli oggetti descritto da grafici posizione-tempo. Per controllare il vostro grado di apprendimento, descrivete che tipo di informazioni potete trarre dai grafici in Fig. 2.13. Nella vostra descrizione includete informazioni tipo il verso del vettore

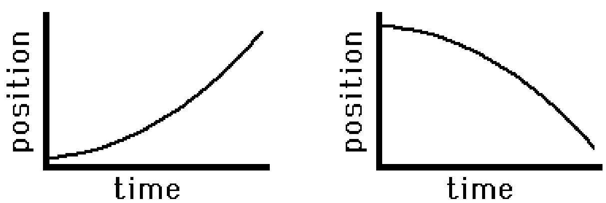


Figura 2.13:

velocità, se la velocità è costante o c'è accelerazione, se l'oggetto si sta muovendo piano, se sta aumentando o diminuendo la sua velocità.

Rendiamo ora più quantitativo lo studio dei grafici posizione-tempo. Torniamo all'esempio di Fig. 2.6 descritto dal grafico in Fig. 2.7. Notiamo che durante i primi 5 *sec* la linea retta del grafico sale di 10 m per ogni *sec* lungo l'asse orizzontale (tempo). Questo significa che la pendenza è +10 $m/1\ sec$. È ovvio che in questo caso **la pendenza della retta è uguale alla velocità** della macchina (10 m/sec). Verifichiamo con altri esempi che questo principio è vero per tutti i grafici posizione-tempo.

Consideriamo una macchina che si muove di velocità costante di +5 m/sec per 5 secondi, si ferma improvvisamente e poi rimane ferma per 5 *sec*. Il grafico posizione-tempo corrispondente è riportato in Fig. 2.14. Notiamo che la pendenza della linea

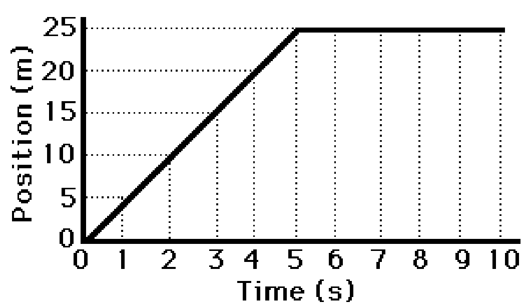


Figura 2.14:

per i primi 5 *sec* è di +5 $m/1$ *sec* ovvero è uguale alla velocità della macchina. Durante gli ultimi 5 *sec* (da 5 a 10 *sec*) la retta ha una pendenza nulla. Infatti la macchina è ferma in questo intervallo di tempo, la sua velocità è 0 m/sec.

Consideriamo ora il grafico di Fig. 2.15. In questo caso la retta non passa

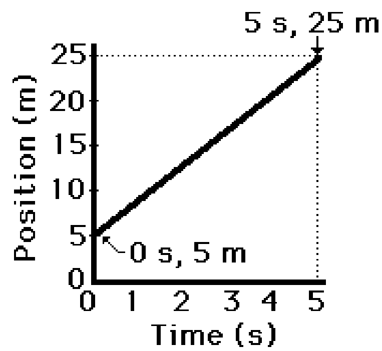


Figura 2.15:

dall'origine. Infatti descrive il caso in cui un oggetto si trova nella posizione 5 m nel momento in cui si cominciano a contare i tempi ($t = 0$ s). La pendenza si calcola usando ancora l'equazione (2.7) prendendo due qualunque punti. Il risultato è che l'oggetto si sta muovendo con una velocità costante positiva di 4 m/s.

La definizione di pendenza data in eq. (2.7) si applica in modo univoco al caso di una retta. Quando il grafico posizione-tempo è una linea curva, cosa possiamo dire sulla pendenza della curva e come è questa legata alla velocità? Consideriamo il grafico in Fig. 2.16. La curva descrive un moto con accelerazione negativa (la pendenza della curva è positiva e diminuisce all'aumentare del tempo, e quindi la velocità è positiva e diminuisce all'aumentare del tempo). Prendiamo 2 punti

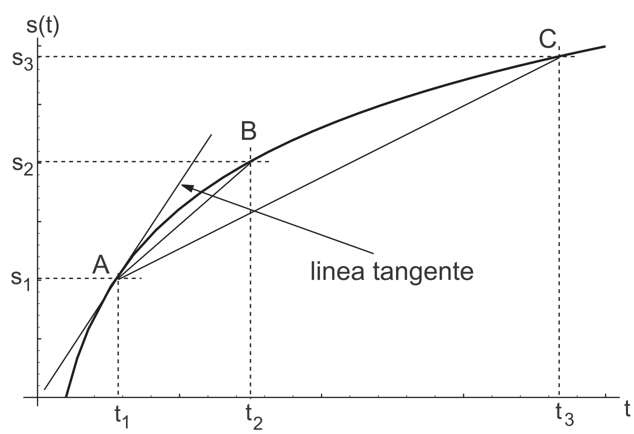


Figura 2.16: *Concetto geometrico di velocità*

di riferimento: A e C che rappresentano le posizioni dell'oggetto ai tempi t_1 e t_3 rispettivamente. Uniamo A e C con un segmento. Se l'oggetto si fosse spostato con velocità costante da A a C, questa sarebbe stata uguale alla pendenza della retta che unisce A con C. In altre parole la velocità media tra i punti A e C è data da

$$v_{AC} = \frac{s_3 - s_1}{t_3 - t_1} \tag{2.8}$$

Prendiamo ora un punto B, intermedio tra A e C, che rappresenta la posizione dell'oggetto al tempo t_2 con $t_1 < t_2 < t_3$. Ripetiamo la procedura precedente; la velocità media tra i punti A e B è la pendenza della retta che unisce A con B

$$v_{AB} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} \tag{2.9}$$

Cosa succede se continuiamo questo processo prendendo un punto intermedio sempre più vicino ad A? Geometricamente è chiaro che la retta passante per A e per il punto che consideriamo, tende a diventare la retta tangente. Quindi la velocità istantanea al tempo t_1 non è altro che la pendenza della retta tangente al grafico nel punto corrispondente, che nel caso in esame è A. In generale, possiamo quindi dedurre che la rappresentazione geometrica della **velocità istantanea** al tempo t è **la pendenza della retta tangente** al grafico posizione-tempo, presa nel punto che corrisponde al tempo t ed alla posizione $s(t)$.

Analizziamo ora il significato del **grafico velocità-tempo** per il moto di un oggetto (ricordiamo che in tutta questa sezione stiamo sempre considerando moti rettilinei). Con riferimento all'esempio in Fig. 2.6 di una macchina che si muove con velocità costante di 10 m/sec, abbiamo che il grafico velocità-tempo corrispondente sarà dato da una retta orizzontale come in Fig. 2.17. Quindi il moto descritto da

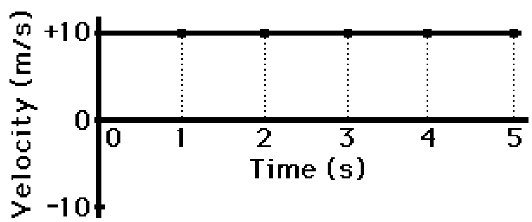


Figura 2.17:

una velocità costante e positiva corrisponde ad una retta di pendenza zero nel grafico velocità-tempo.

Consideriamo ora l'esempio in Fig. 2.18 di una macchina che si muove con velocità crescente, ovvero che accelera con **accelerazione positiva**. Il moto descritto da una velocità positiva e crescente corrisponde ad una linea di pendenza positiva nel grafico velocità-tempo (accelerazione positiva). Deduciamo quindi che **la pendenza della linea nel grafico velocità-tempo** fornisce utili informazioni

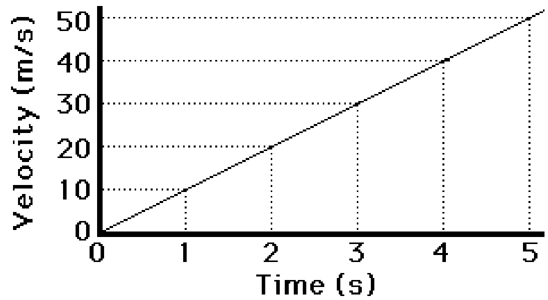


Figura 2.18:

sull'**accelerazione** dell'oggetto. Se l'accelerazione è zero, la pendenza è zero (linea orizzontale), se l'accelerazione è positiva la pendenza è positiva, se è negativa la pendenza è negativa.

Controlliamo la nostra abilità nell'estrarre informazioni dai grafici. Se un oggetto si muove con velocità negativa (nel sistema di riferimento che abbiamo scelto nell'esempio in Fig. 2.8 significa che si sta muovendo verso sinistra), il suo grafico velocità-tempo sarà una linea nella regione di ordinate negative. Viceversa per i casi di velocità positiva, la linea corrispondente sarà nella regione di ordinate positive (vedi Fig. 2.19). Come possiamo dire se un oggetto sta aumentando o diminuendo

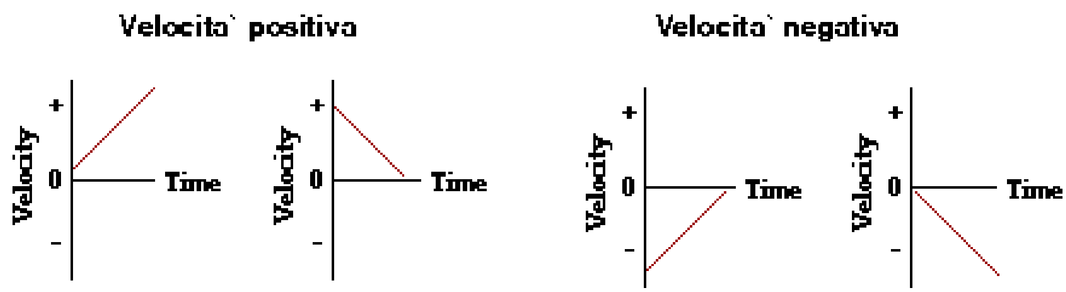


Figura 2.19:

la sua velocità? Ad esempio un oggetto con velocità che passa da +3 m/s a +9 m/s sta aumentando la sua velocità; ma anche un oggetto con velocità che passa da -3 m/s a -9 m/s sta aumentando la sua velocità, anche se il suo moto è in verso opposto, il modulo della velocità aumenta. Dovrebbe essere quindi chiaro il significato della Fig. 2.20.

Cosi come la velocità è la pendenza della linea in un grafico posizione-tempo, analogamente l'**accelerazione** è la **pendenza** della linea in un grafico **velocità-tempo**.

Nell'esempio di Fig. 2.17 la pendenza della retta è zero, infatti la velocità è costante e l'accelerazione $a = 0\ m/sec^2$. Consideriamo l'esempio di Fig. 2.18 e riportiamo i dati in Tabella 2.7. Applicando l'eq. (2.4) a qualunque coppia di punti (tempo, velocità) otteniamo un'accelerazione media di 10 m/s^2 che, nuovamente, è

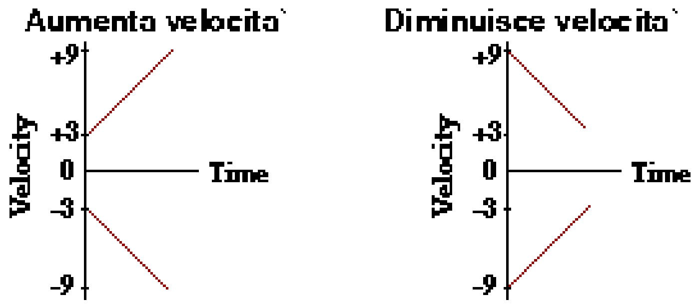


Figura 2.20:

tempo s	velocità m/s
0	0
1	10
2	20
3	30
4	40
5	50

Tabella 2.7:

la pendenza della retta nel grafico di Fig. 2.18. Infatti, ricordiamo che la pendenza (vedi eq. (2.7)) è data dal rapporto $\Delta y/\Delta x$ che in questo caso è 10 m/s^2.

Come ulteriore esempio del significato della pendenza, consideriamo il moto di una macchina che viaggia prima a velocità costante ($a = 0\ m/s^2$) di 2 m/s per 4 secondi, poi accelera con $a = 2\ m/s^2$ per 4 secondi. I valori della velocità della macchina sono riportati in Tabella 2.8 ed il grafico corrispondente è dato in Fig. 2.21. Osserviamo la relazione tra la pendenza della linea nei primi 4 secondi ($a = 0\ m/s^2$)

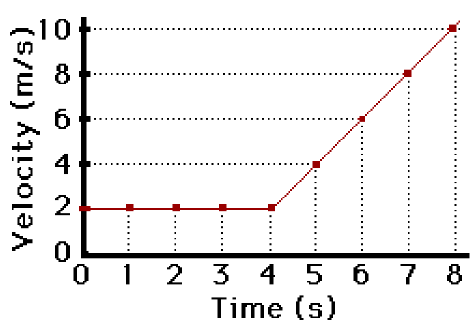


Figura 2.21:

e nell'intervallo dei 4 secondi successivi ($a = 2\ m/s^2$) e l'accelerazione.

tempo s	velocità m/s
0	2
1	2
2	2
3	2
4	2
5	4
6	6
7	8
8	10

Tabella 2.8:

Concludiamo quindi che la pendenza della linea in un grafico velocità-tempo è uguale all'accelerazione dell'oggetto. Questo si applica ad ogni tipo di moto.

È opportuno spendere alcune parole sulla scelta del sistema di riferimento. Nel caso del moto rettilineo, possiamo identificare le posizioni dell'oggetto in moto (che assimileremo ad un punto) con i punti di una retta. Sceglieremo anche una origine dalla quale misurare le distanze (punto O nelle Figure 2.22 e 2.23) ed un verso (orientazione a destra in Figura 2.22 e a sinistra in Figura 2.23). La scelta di un

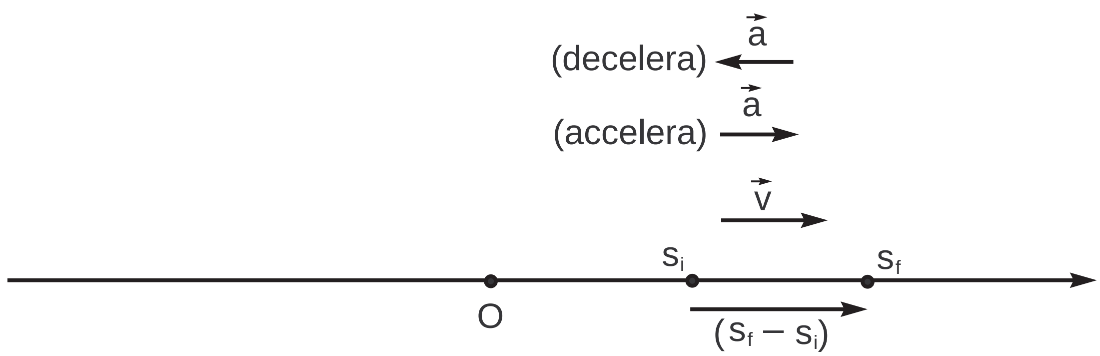


Figura 2.22:

sistema di riferimento è comoda perchè permette di lavorare con quantità algebriche invece di fare riferimento alle frecce. Occorre però prestare attenzione al fatto che tale scelta è convenzionale. Illustriamo a questo scopo le Figure 2.22 e 2.23 con un esempio numerico. Supponiamo che nel riferimento di Figura 2.22 i punti s_i e s_f corrispondano a $s_i = +4\ m$ e $s_f = +20\ m$. Inoltre supponiamo che per andare da s_i ad s_f ci vogliano 4 secondi. Avremo una velocità media

$$\bar{v} = \frac{20-4}{4} = 4\ m/sec \tag{2.10}$$

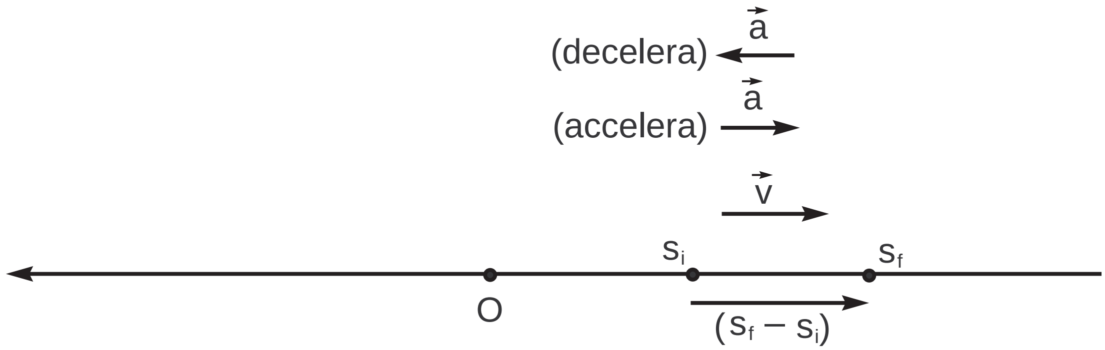


Figura 2.23:

Supponiamo inoltre che le velocità nei due punti siano rispettivamente $v_i = 2\ m/sec$ e $v_f = 6\ m/sec$. L'accelerazione media è data da

$$\bar{a} = \frac{6-2}{4} = 1\ m/sec^2 \tag{2.11}$$

Il fatto che sia positiva segnala che l'accelerazione è diretta verso destra, cioè nello stesso verso della velocità. Quindi, dato che il nostro oggetto sta accelerando l'accelerazione è nello stesso verso della velocità. Se invece stesse decelerando avremmo una accelerazione media negativa rappresentata da un vettore accelerazione diretto verso sinistra e quindi in verso opposto alla velocità. I segni che abbiamo trovato per $\bar{v}$ e $\bar{a}$ sono convenzionali e dipendono dalla nostra scelta di coordinate (cosi come i valori numerici dipendono da dove scegliamo O). Per esempio, lasciando punti e velocità inalterate, se facessimo la scelta di riferimento corrispondente alla Figura 2.23 avremmo $s_i = -4\ m$, $s_f = -20\ m$ da cui ricaveremmo $\bar{v} = -4\ m/sec$ e $\bar{a} = -1\ m/sec$.

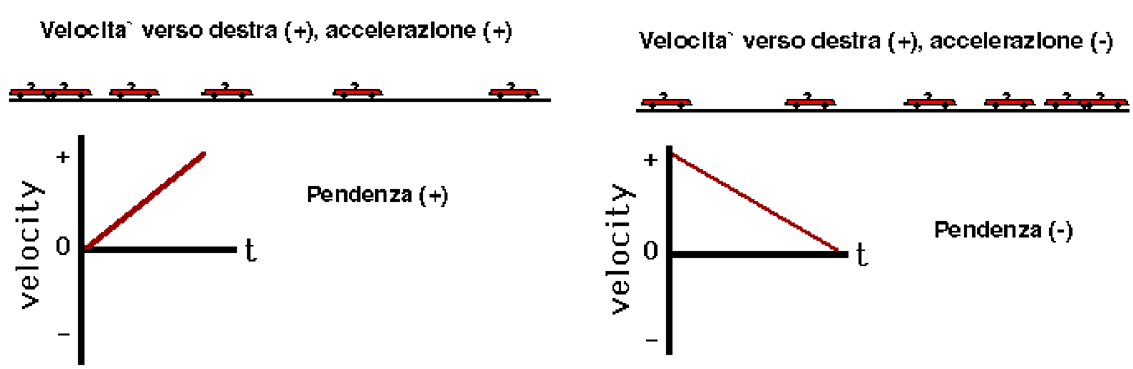


Figura 2.24:

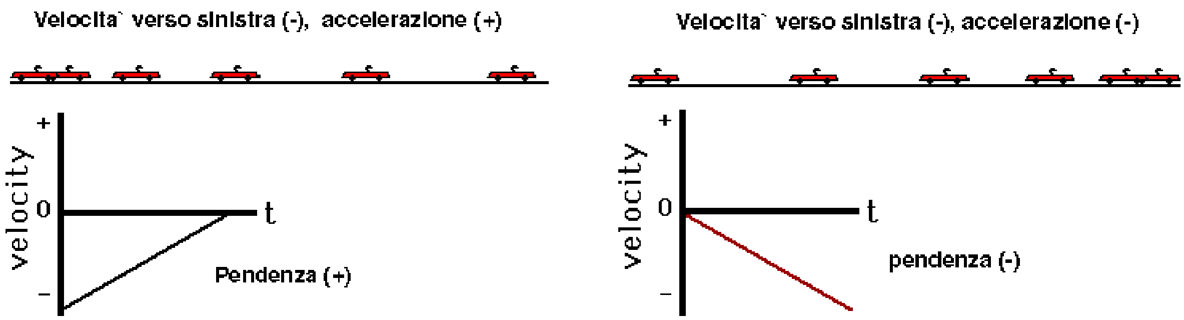


Figura 2.25:

I segni negativi della velocità ed accelerazione media indicano che i corrispondenti vettori sono orientati in senso opposto alla direzione del riferimento e quindi ancora verso destra. Se ne conclude che i segni (ed i valori numerici) dipendono dalla scelta del riferimento, mentre gli oggetti geometrici quali vettore spostamento, vettore velocità e vettore accelerazione ne sono indipendenti.

Riportiamo altri esempi in Fig. 2.24 e 2.25.

Esercizio 1: *Descrivi i moti illustrati dai grafici in Fig. 2.26. Dire, in entrambi i casi, in che verso avviene lo spostamento, la velocità, l'accelerazione. Analizza ogni cambiamento di velocità durante i vari intervalli di tempo (A, B a C).*

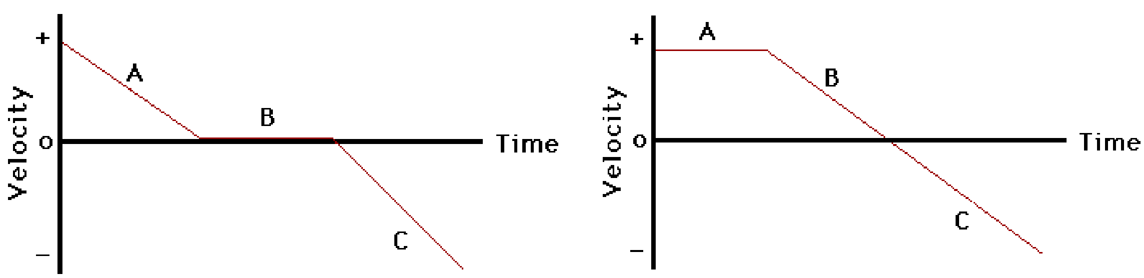


Figura 2.26:

Risposta: *grafico a sinistra* - l'oggetto si sta muovendo in verso (+) e sta diminuendo la sua velocità, quindi ha un'accelerazione negativa nell'intervallo A. Rimane fermo nell'intervallo B. Si muove in verso (-), ovvero torna indietro, aumentando la sua velocità in direzione (-) nell'intervallo C (accelerazione (-)).
grafico a destra - l'oggetto si sta muovendo in verso (+) con velocità costante, quindi l'accelerazione è zero nell'intervallo A. Poi comincia a rallentare fino a fermarsi (accelerazione (-) nell'intervallo B). Dopodichè torna indietro, la velocità è nel verso (-) e aumenta in modulo. L'accelerazione nell'intervallo C è la stessa di quella in B (la pendenza della retta è la stessa).

Esercizio 2: *Determina l'accelerazione dell'oggetto il cui moto è riportato nel grafico in Fig. 2.27.*

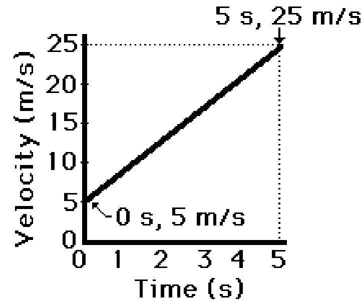


Figura 2.27:

Risposta: l'accelerazione è 4 m/s^2. Prendi ad esempio i due punti (5 s, 25 m/s) e (0 s, 5 m/s). La pendenza è $(25\ m/s - 5\ m/s)/(5\ s - 0\ s) = 4\ m/s^2$. In questo caso la retta del grafico velocità-tempo non passa per l'origine degli assi. Questo perchè sta descrivendo un oggetto che al momento dell'inizio del rilevamento dei tempi, si muove con velocità di 5 m/s. Ovvero, la sua velocità iniziale non è zero ma $v_0 = 5\ m/s$ (v_0 indica la velocità per $t = 0\ s$).

In modo del tutto analogo all'interpretazione geometrica della velocità nel grafico posizione-tempo, possiamo estendere l'interpretazione geometrica dell'accelerazione nel grafico velocità-tempo al caso di moti con accelerazione variabile. Dato che l'eq. (2.4) che definisce l'accelerazione media è formalmente identica all'eq. (2.2) che definisce la velocità media (ed identiche considerazioni per le quantità istantanee), segue che se disegniamo un grafico della velocità (da qui in avanti quando parleremo di velocità intenderemo sempre la velocità istantanea se non specificato diversamente) in funzione del tempo, come abbiamo fatto per la posizione in Fig. 2.16, l'**accelerazione** ad ogni istante sarà data dalla **pendenza della tangente al grafico della velocità** nel punto corrispondente al tempo t ed alla velocità $v(t)$.

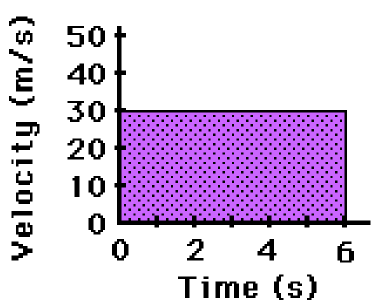


Figura 2.28:

Vedremo ora come un grafico velocità-tempo possa essere usato anche per determinare (oltre che l'accelerazione) lo spostamento di un oggetto in un intervallo di tempo considerato. Questo è chiaro nel caso di un moto con velocità costante. Il grafico di Fig. 2.28 rappresenta un moto con velocità costante di 30 m/s. Un oggetto che si muove con tale velocità costante, percorre 30 m al passare di ogni secondo. Quindi in 6 s, per esempio, avrà percorso (30 m/s)(6 s) = 180 m. Vediamo quindi che l'area tratteggiata in Fig. 2.28 è rappresentativa dello spazio percorso (per semplicità consideriamo moti rettilinei senza inversione di verso per cui lo spazio percorso coincide con il modulo dello spostamento) dall'oggetto nell'intervallo di tempo da 0 secondi a 6 secondi (area del rettangolo= base (6 s) $\times$ altezza (30 m/s)=180 m).

L'interpretazione geometrica che associa lo spazio percorso in un certo intervallo di tempo all'area sottesa dalla linea corrispondente nel grafico velocità-tempo è del tutto generale e si applica a qualunque tipo di moto. Ad esempio il grafico di Fig. 2.29 rappresenta un moto con accelerazione costante (-10 m/s^2). L'area tratteggiata

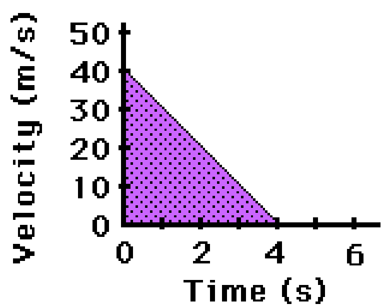


Figura 2.29:

rappresenta lo spazio percorso nell'intervallo di tempo tra 0 secondi e 4 secondi che è pari a 80 m (area del triangolo= 1/2 $\times$ base (4 s) $\times$ altezza (40 m/s) =80 m).

Come ulteriore esempio consideriamo il grafico di Fig. 2.30 che rappresenta un

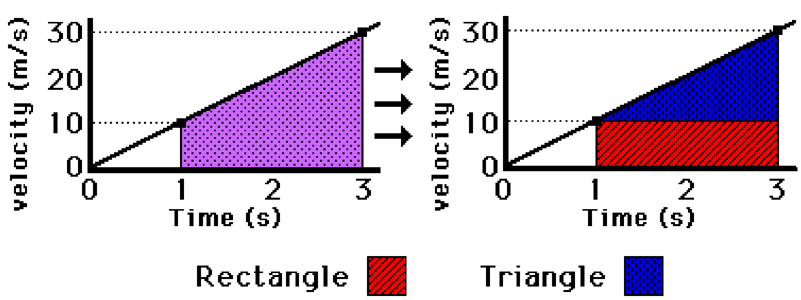


Figura 2.30:

moto con accelerazione costante (+10 m/s^2). L'area tratteggiata rappresenta lo spazio percorso nell'intervallo di tempo tra 1 secondo e 3 secondi che è pari a 40 m (area del trapezio= area rettangolo + area triangolo= base ($3\ s - 1\ s = 2\ s$) $\times$ altezza ($10\ m/s$) + $1/2 \times$ base ($3\ s{-}1\ s = 2\ s$) $\times$ altezza ($30\ m/s$-$10\ m/s = 20\ m/s$) =20 m+ 20 m= 40 m). In generale, se diamo il grafico delle velocità istantanee (vedi Fig. 2.31) in funzione del tempo, l'area sottesa dalla curva e presa tra due tempi t_1 e t_2 è proprio lo spazio percorso tra questi due istanti.

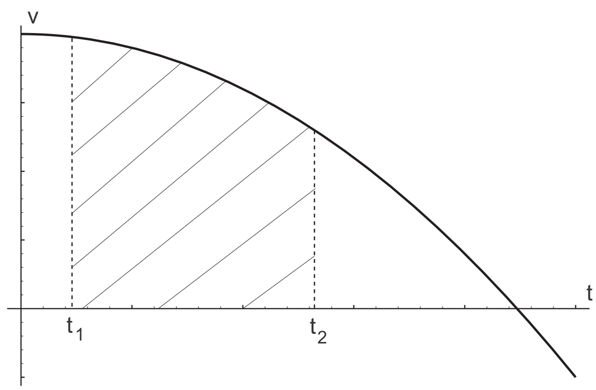


Figura 2.31: *Velocità istantanea in funzione del tempo. L'area sottesa dalla curva tra t_1 e t_2 è uguale allo spazio percorso nell'intervallo di tempo $\Delta t = t_2 - t_1$.*

Consideriamo il caso di un **moto uniforme**. Il grafico velocità-tempo è una retta parallela all'asse dell'ascisse come in Fig. 2.28. Lo spazio percorso nell'intervallo di tempo $(t_2 - t_1)$, ovvero la differenza tra la posizione al tempo t_2 e quella al tempo t_1, è data dalla area del rettangolo che ha come base $(t_2 - t_1)$ e come altezza $v(t_1) = v(t_2) = v$ (in un moto uniforme la velocità è costante), cioè

$$s(t_2) - s(t_1) = v\ (t_2 - t_1) \tag{2.12}$$

Prendiamo come riferimento l'istante iniziale $t = 0$ a cui corrisponde la posizione s_0. Scegliendo $t_1 = 0$ e $t_2 = t$, abbiamo

$$s(t) - s_0 = v\ (t - 0) = v\ t \tag{2.13}$$

da cui la **legge oraria per un moto uniforme** (velocità costante)

$$s(t) = v\ t + s_0 \tag{2.14}$$

Consideriamo ora il caso di un **moto uniformemente accelerato**. Il grafico velocità-tempo è una retta come in Fig. 2.30. Lo spazio percorso nell'intervallo di tempo $(t_2 - t_1)$, ovvero la differenza tra la posizione al tempo t_2 e quella al tempo t_1, è data dalla area del trapezio che ha come basi $v(t_2)$ e $v(t_1)$ e come altezza $(t_2 - t_1)$, cioè

$$s(t_2) - s(t_1) = \frac{1}{2}(v(t_2) + v(t_1))(t_2 - t_1) \tag{2.15}$$

Nel caso particolare in cui $t_1 = 0$ s e $t_2 = t$; se indichiamo con $s_0 = s(0)$, e $v_0 = v(0)$ la eq. (2.15) diventa:

$$s(t) - s_0 = \frac{1}{2}(v(t) + v_0)t \tag{2.16}$$

In un moto uniformemente accelerato l'accelerazione è costante: $a = (v(t)-v_0)/t$, ovvero

$$v(t) = v_0 + a\ t \tag{2.17}$$

Sostituendo in eq. (2.16) otteniamo

$$s(t) = s_0 + \frac{1}{2}(v_0 + a\ t + v_0)t = s_0 + v_0\ t + \frac{1}{2}\ a\ t^2 \tag{2.18}$$

Questa è la **legge oraria del moto uniformemente accelerato**. Nel caso in cui $s_0 = 0$ e $v_0 = 0$ si riduce a

$$s(t) = \frac{1}{2}a\ t^2 \tag{2.19}$$

che esprime la proporzionalità tra spazio percorso ed il quadrato del tempo impiegato a percorrerlo.

2.3 Proposte didattiche: cinematica

Il moto

Scopo: Chiarire la differenza tra spazio percorso e spostamento.

Materiale: Fogli di carta abbastanza grandi sui quali poter muovere due piccoli oggetti (ad esempio i segna-posizione che si trovano nel gioco dell'oca), un righello.

Procedimento:

1 - Tracciamo sul foglio i due percorsi A e B come in Figura 2.32 e posizioniamo i segna-posizione m_1 ed m_2 nell'origine di A e di B rispettivamente. Partendo dall'o-

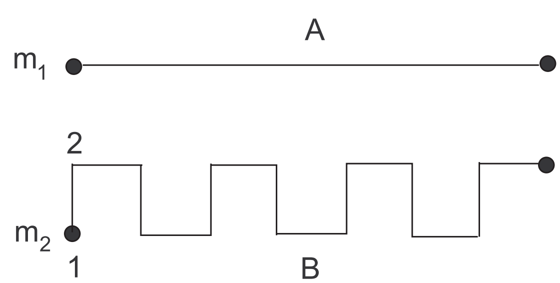


Figura 2.32:

rigine di A facciamo con m_1 un percorso che lo porti circa a metà della traiettoria e chiediamo ai bambini di fare con m_2 un percorso altrettanto lungo sulla traiettoria B. Fare percorsi ugualmente lunghi non porta alla stessa distanza dall'origine: lo spostamento di m_2 dall'origine è minore di quello di m_1 pur avendo percorso lo stesso spazio. Successivamente muoviamo m_2 dal punto 1 al punto 2 della traiettoria B e chiediamo di quanto deve muoversi m_1 sulla linea A affinchè i due spazi percorsi siano uguali.
I bambini dovrebbero arrivare a capire che percorrere lo stesso spazio non significa arrivare altrettanto lontano, ovvero che gli spostamenti nei dei casi sono diversi. Con un righello possiamo misurare i due spostamenti e confrontare.
2 - Tracciamo su un cartoncino un percorso rettilineo come quello in Figura 2.33 e appoggiamolo contro una parete allo scopo di simulare un percorso in salita. Domandiamo:

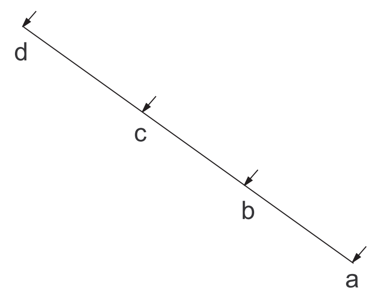


Figura 2.33:

- Si va dal punto a al punto c, dal punto c al punto d, dal punto d al punto a. Si è fatta più salita o discesa?
- Si va dal punto a al punto c, dal punto c al punto b, dal punto b al punto d e infine dal punto d al punto a. Ci sono tante salite quante discese? La somma delle salite equivale alla somma delle discese? Effettuare la misurazione dei percorsi. Queste domande dovrebbero condurre i bambini a comprendere che se lo spostamento è nullo (si parte da a e si torna ad a) ovviamente si percorrono tante salite quante discese.
Conclusioni: È molto importante chiarire la differenza tra spazio percorso, traiettoria e spostamento tra due punti prima di affrontare concetti più complicati come velocità e accelerazione.

La velocità
Scopo: Introdurre il concetto di velocità.
Materiale: Un foglio, qualche cronometro, un fischietto.
Procedimento: Chiediamo ai bambini cosa significa "essere veloce", "il più veloce", "velocità". I bambini indicheranno situazioni a loro familiari quali le gare di corsa. Il più veloce è quello che arriva prima.
1 - Presentiamo su di un foglio i percorsi in Figura 2.34 che simulano una gara fra

due ragazzi. Chiediamo allora: com'è il tempo del più veloce rispetto a quello del più

Figura 2.34:

lento? Quali sono gli spazi percorsi? I bambini dovrebbero arrivare a comprendere che, in una situazione come quella in Figura 2.34, il più veloce percorre la stessa distanza in un tempo inferiore.
I bambini potrebbero anche proporre una gara su tempi fissati e distanze diverse (come il record dell'ora ciclistico); questa situazione può comunque essere stimolata ponendo le seguenti domande: con riferimento alla gara della Figura 2.34, quando il più veloce arriva al traguardo, dove si trova il più lento? Se il più veloce continua a correre finchè il più lento arriva al traguardo, dove arriva? Presentiamo allora le due traiettorie A e B in Figura 2.35 e pensiamo ad una gara in cui due bambini partono

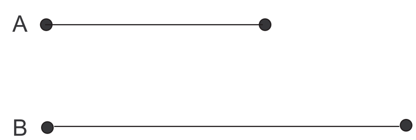


Figura 2.35:

contemporaneamente e giungono contemporaneamente. Sarà sufficiente fermare i bambini dopo ad es. 10 *sec* e misurare la loro distanza dal punto di partenza. Chiediamo allora quale bambino, a loro parere, è stato più veloce e perchè. Chiediamo ancora: come sono stati i tempi impiegati? Quali sono gli spazi percorsi? In questo caso, in cui i punti di arrivo non coincidono, dovrebbe risultare chiaro che è più veloce il bambino che nello stesso tempo percorre una distanza maggiore.
2 - In palestra o in cortile possono essere concretizzati i confronti di velocità tra i bambini. Dopo aver preso i tempi impiegati dai bambini a percorrere distanze fissate, mettiamo a confronto un bambino molto veloce (A) con uno molto lento (B) in modo che si realizzi la situazione riportata in Figure 2.36 in cui i tempi impiegati sono uguali (si può dare il via e lo stop con un fischietto). Chi è il più veloce? Perchè? I bambini dovrebbero rispondere chiarendo le relazioni fra distanze percorse e tempi impiegati. Attenzione, la situazione in Figura 2.36 è diversa dalle precedenti perchè adesso non coincidono nè il punto di partenza, nè quello di arrivo.

Un altro caso molto istruttivo è rappresentato in Figura 2.37. Tracciamo sul terreno con del gesso due cerchi concentrici e chiediamo a due bambini di muoversi sulle due traiettorie, partendo insieme dal traguardo e giungendo insieme allo stesso traguardo, ad esempio aiutandosi a mantenere l'allineamento con un bastone afferrato

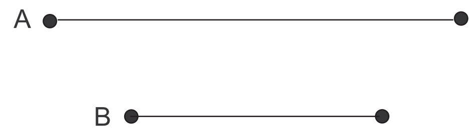


Figura 2.36:

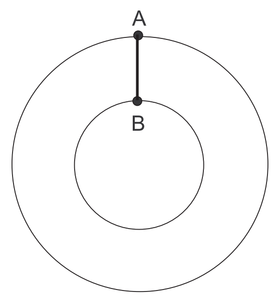


Figura 2.37:

da entrambi bambini. Chi è il più veloce? Perché? In questo caso le considerazioni fatte precedentemente sul tempo e la distanza per determinare il più veloce continuano a valere, ma devono essere utilizzate in un contesto diverso in cui la traiettoria non è più rettilinea. Inoltre si realizza anche un'altra importante condizione: non c'è più un sorpasso visibile del più veloce nei confronti del più lento.
3 - Consideriamo un percorso rettilineo lungo 50 m e disponiamo lungo il percorso, ad esempio ogni 10 m alcuni bambini (in questo caso 5), ognuno con un cronometro. Invitiamo un altro bambino, che chiameremo Luca, a compiere il percorso camminando in modo regolare (cercando cioè di mantenere la sua velocità il più possibile costante). Al passaggio di Luca, ogni bambino lungo il percorso blocca il proprio cronometro ovvero compie un rilevamento del tempo impiegato a percorrere la distanza fissata. Ad esempio risulterà che Luca ha impiegato 20 sec a percorrere i primi 10 m, mentre il bambino che si trovava alla distanza di 30 m dal via, avrà bloccato il proprio cronometro a 58 sec e cosi via. Chiediamo di riportare in una tabella i tempi misurati. Nella prima colonna riporteremo le posizioni dei rilevamenti, e nella seconda i tempi impiegati da Luca che ha percorso i 50 m camminando (vedi Tabella 2.9). Invitiamo poi una bambina, ad esempio Anna, a percorrere i 50 m camminando velocemente. Ancora i bambini lungo il percorso rileveranno i tempi di passaggio di Anna e i dati raccolti saranno riportati nella terza colonna della tabella 2.9. Infine inviteremo un'altra bambina (ad esempio Marta) a percorrere i 50 m correndo e scriveremo i tempi di percorrenza nell'ultima colonna della tabella. Sarà interessante riportare i dati in un grafico spazio-tempo come in Fig. 2.38. Per ogni distanza fissata riportiamo i tempi dei 3 bambini usando segni diversi: cerchietti, quadratini e cerchietti neri (notare che nel grafico di Fig. 2.38 abbiamo riportato solo 3 rilevamenti per Luca (che ha camminato) fatti a 10 m, 20 m, 30 m perchè

$s(m)$	Luca $t(sec)$	Anna $t(sec)$	Marta $t(sec)$
10	20	10	5
20	39	19	8
30	58	31	13
40	81	42	16
50	100	50	19

Tabella 2.9:

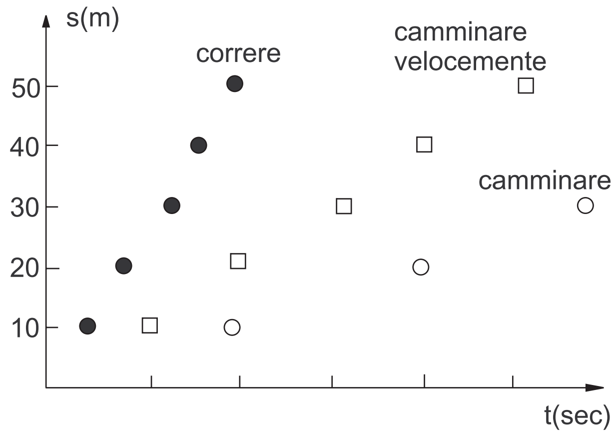


Figura 2.38:

gli altri andavano fuori scala). Il grafico spazio-tempo cosi costruito non dovrebbe più risultare astratto: la situazione ricreata, distanze fissate e tempi diversi, è già stata studiata. Il confronto avviene qui tra 3 modalità di percorrere la traiettoria che manifestano con immediatezza una graduatoria in termini di velocità; i punti sul grafico acquistano un preciso significato fisico.
4 - Fate unire i punti del grafico di Figura 2.38 che si riferiscono allo stesso bambino (ovvero i punti che si riferiscono alla stessa modalità di percorrenza della traiettoria), con delle porzioni di rette. Chi è il più veloce fissata la distanza percorsa? Chi è il più veloce fissato il tempo impiegato? Diventa "visibile" con il grafico in Figura 2.39 il confronto fra le diverse velocità. È importante che, oltre a saper costruire il grafico, i ragazzi siano anche in grado di saperlo leggere. Confrontare le velocità a tempi fissati significa muoversi su rette verticali nel grafico. È ovvio che correndo si percorrono distanze maggiori e quindi la velocità è maggiore. Viceversa confrontare le velocità a distanze fissate significa muoversi su rette orizzontali nel grafico. Il bambino che cammina impiega 20 secondi per percorrere 10 metri, mentre camminando velocemente riesce a dimezzare il tempo impiegato. Con il grafico in Figura 2.39 è possibile un confronto tra velocità anche nel caso in cui siano diverse sia le distanze percorse che i tempi impiegati.

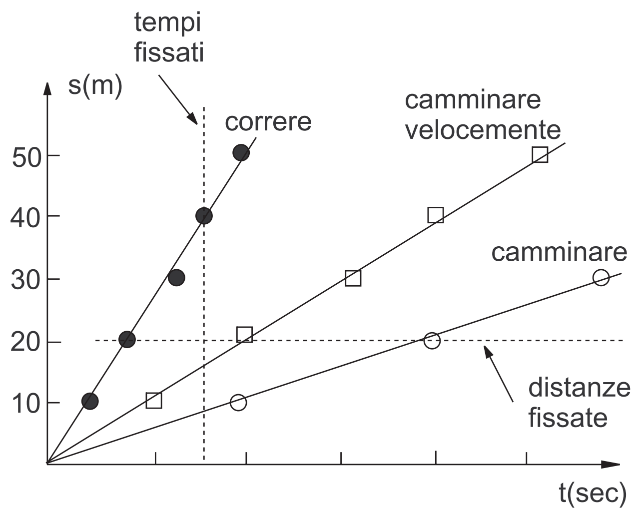


Figura 2.39:

Per mezzo di un grafico spazio-tempo si possono confrontare le velocità su percorsi diversi, ad esempio quelli considerati in Figura 2.32. Se m_1 ed m_2 rappresentano in questo caso due bambini: m_1 cammina di passo normale mentre m_2 cammina di passo svelto, allora si può realizzare una situazione in cui sia i tempi che le distanze sono diverse (m_2 può arrivare al traguardo addirittura prima di m_1), ma il confronto in termini di velocità è ancora possibile per mezzo del grafico spazio-tempo (vedi Figura 2.40). È "più veloce" quello che a parità di distanza impiega meno tempo,

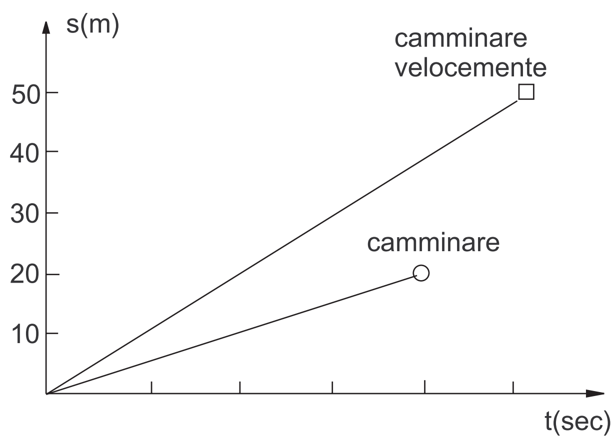


Figura 2.40:

anche su percorsi diversi.
Estensioni: Si può generalizzare quanto detto allo studio di semplici moti vari. Il punto di partenza sono i grafici che, in questo contesto, costituiscono il linguaggio essenziale per la descrizione dei moti e sono un valido strumento per la compren-

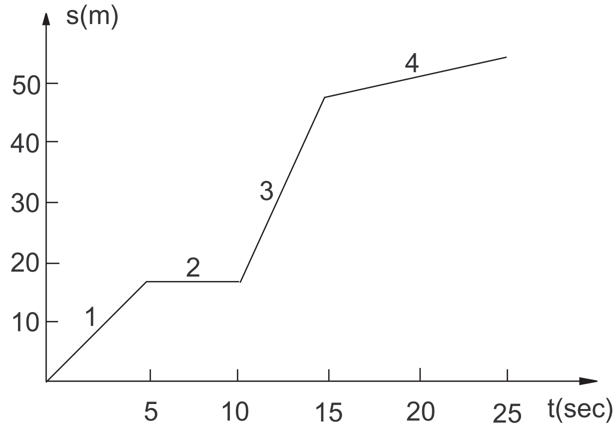


Figura 2.41:

sione del fenomeno fisico che vogliamo studiare. Ma, ribaltando il punto di vista, il percorso didattico sulla velocità può essere di aiuto per la comprensione dei grafici stessi sviluppando nei ragazzi non solo la capacità di costruire rappresentazioni grafiche, ma anche di interpretarle. Ad esempio può essere istruttivo, riferendosi al grafico in Figura 2.40, chiedere di costruire una tabella ricavando, ad esempio, le distanze percorse in corrispondenza di tempi fissati per il moto di m_1. In questo caso si richiede il percorso inverso di quello che viene normalmente proposto, cioè il passaggio del grafico alla tabella. Inoltre sempre riferendosi al grafico in Figura 2.40 vediamo che percorsi meno veloci forniscono linee meno inclinate (con minore pendenza). Possiamo allora chiedere di tracciare una terza linea che rappresenti una velocità più piccola delle due riportate sul grafico. Nel caso limite di velocità nulle che linea si dovrà tracciare? Viceversa, chiediamo di tracciare una quarta linea che rappresenti una velocità maggiore delle altre riportate sul grafico. Nel caso limite di velocità elevatissime, che linea si dovrà tracciare?

Una volta che i ragazzi siano in grado non solo di costruire, ma anche di interpretare un grafico relativo alla velocità, sarà possibile lavorare con moti vari in cui un oggetto in movimento compie un moto con velocità diverse da tratto a tratto. Il grafico spazio-tempo metterà in evidenza le caratteristiche del moto. Per esempio, consideriamo un oggetto che si muove su una traiettoria rettilinea con una velocità che varia da tratto a tratto secondo l'andamento riportato dal grafico in Figura 2.41. Si possono ordinare le 4 velocità dalla più grande alla più piccola? Per quanto tempo sta fermo l'oggetto? Quanto spazio ha percorso quando si ferma? Supponiamo ora che il grafico di Figura 2.41 corrisponda alla corsa a staffetta di 4 corridori. Qual'è lo spazio percorso e il tempo impiegato dai vari corridori? Cosa è successo al secondo corridore? (è caduto!).

2.4 La legge di caduta dei gravi

Nei paragrafi precedenti abbiamo introdotto alcuni concetti che risultano utili per lo studio dei moti. In questa Sezione considereremo invece un moto particolare, la caduta dei gravi, e vedremo come sulla base dell'osservazione e di opportuni esperimenti Galileo Galilei riuscì a determinarne la legge del moto. Prima di tutto, facendo cadere oggetti diversi da altezze abbastanza grandi allo scopo di avere tempi maggiori di caduta e quindi diminuire l'errore nella determinazione dei tempi stessi, si rese conto che il peso di un oggetto non era un fattore rilevante per il moto. In realtà Galileo si accorse che un oggetto più grande cadeva in modo leggermente più veloce di un oggetto più piccolo. Però Galileo attribuiva correttamente questo effetto alla resistenza dell'aria che dipende dalla superficie dell'oggetto e comunque per oggetti di densità elevata questo effetto è piccolo. Conseguentemente Galileo poteva teorizzare che **in assenza di aria** tutti i corpi cadevano nello stesso modo. È da sottolineare questo modo di procedere della fisica, in cui si cerca di semplificare i problemi considerando prima gli effetti più rilevanti e solo successivamente gli effetti secondari. La cosa meravigliosa è che questo tipo di approccio funziona!

Come ci si rende conto facilmente, una misura della velocità od una misura dell'accelerazione è assolutamente non banale, specie per la tecnologia di cui disponeva Galileo. Il metodo inventato da Galilei per risolvere questa difficoltà è particolarmente ingegnoso. Infatti invece di far cadere direttamente delle sfere, le faceva rotolare su piani inclinati di un piccolo angolo. Questo gli permetteva di diluire gli effetti della gravità e di dilatare corrispondentemente i tempi di osservazione riducendo gli errori. Inoltre Galileo fece l'**ipotesi** (cioè formulò un modello teorico, come descritto nell'introduzione) che i corpi cadessero (e quindi rotolassero sul piano inclinato) con **accelerazione costante**. Noi sappiamo dal paragrafo precedente che se la velocità iniziale v_0 è nulla, allora dalla eq. (2.18) si ha $s(t) = s_0 + a\, t^2/2$. Questo significa che le distanze percorse dal punto iniziale variano con il quadrato del tempo (vedi Figura 2.42). Pertanto, per verificare l'ipotesi è sufficiente fare delle misure di spazio e delle misure di tempo, ma non sono necessarie misure di velocità o di accelerazione. Inoltre, per effettuare queste misure di tempo Galileo progettò e realizzò degli orologi ad acqua che gli permisero delle misure di tempi con approssimazione dell'ordine del decimo di secondo. Galileo ripetè l'esperimento con piani di diversa inclinazione trovando sempre che la legge precedente era soddisfatta. Naturalmente l'angolo di inclinazione non poteva essere troppo grande per evitare una eccessiva velocità. Da queste misure Galileo dedusse che la legge di accelerazione costante non dipendeva dall'angolo e quindi per estrapolazione (procedura in genere molto pericolosa ma che risultò corretta in questo caso) concluse che **i gravi cadevano con accelerazione costante**.

Le misure odierne permettono di verificare l'ipotesi di Galileo con precisioni molto elevate. Per esempio, nella Figura 2.43 si vedono due palline di diverse dimensioni cadere dalla stessa altezza. Le fotografie vengono scattate ad intervalli di tempo uguali con una lampada stroboscopica sintonizzata (emette una successione

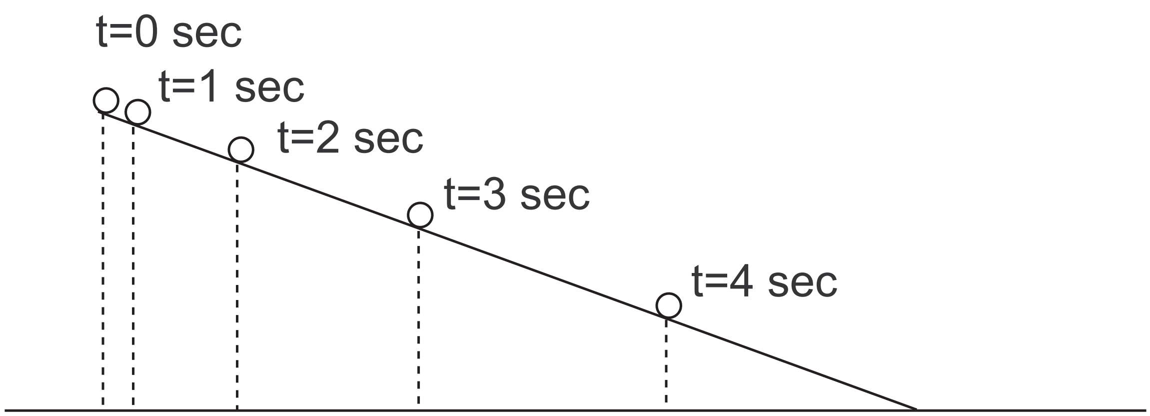


Figura 2.42: *Le distanze percorse lungo il piano inclinato variano con il quadrato del tempo*

di lampi di luce a intervalli di tempo regolari). Vediamo che le due palline cadono con uguale velocità ed inoltre possiamo facilmente verificare con i regoli che si vedono nella foto, che le distanze percorse variano in modo quadratico con il tempo. Oggi è possibile determinare numericamente il valore dell'accelerazione di caduta dei corpi, detta **accelerazione di gravità** ovvero l'accelerazione di ogni oggetto che si muove sotto la sola influenza della gravità. Il simbolo usato per essa è g. Il valore di g è

$$g \simeq 9.81 \; m/sec^2 \tag{2.20}$$

Ci sono piccole variazioni di questo valore numerico (a livello della seconda cifra decimale) che dipendono principalmente dall'altitudine.

Osservando che $g \simeq 10 \; m/sec^2$ possiamo rappresentare la caduta dei gravi come in Figura 2.44. Assumendo che la pallina sia lanciata da una posizione di riposo, ovvero che la velocità iniziale v_0 sia nulla, nella Figura 2.44 viene indicato il valore della velocità ogni secondo. Possiamo riportare questi valori in un grafico come quello a sinistra in Fig. 2.45. La pallina parte da ferma, ovvero $v_0 = 0 \; m/s$ e poi la sua velocità aumenta in modulo nella direzione verticale e verso il basso. Come ci aspettiamo nel caso di un moto uniformemente accelerato, il grafico velocità-tempo è una retta la cui pendenza è data dal valore dell'accelerazione costante, che in questo caso è $-10 \; m/sec^2$. Quindi la velocità di un oggetto in caduta libera cambia di circa $-10 \; m/s$ ogni secondo. Questo significa che la velocità di un oggetto in caduta libera che è stato lanciato a velocità iniziale nulla (ovvero a riposo) dipende dal suo tempo di caduta. Dato che stiamo assumendo che il moto sia ad accelerazione costante, questo significa che la velocità cambia proporzionalmente al tempo (vedi eq. (2.17)) e quindi:

$$v(t) = -g \; t \tag{2.21}$$

dove abbiamo tenuto conto che l'accelerazione in questo caso è l'accelerazione di

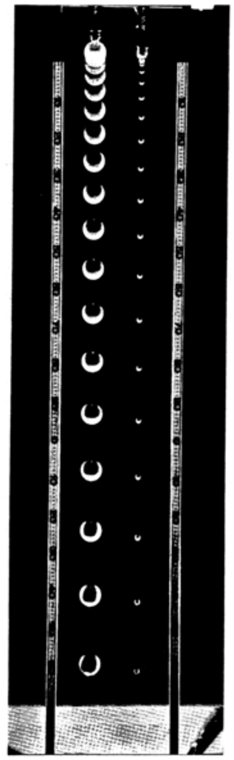


Figura 2.43: *La foto mostra la caduta di due palline di diverso diametro (vedi testo).*

gravità $a = -g$ (il segno meno deriva dal fatto che l'accelerazione è verso il basso e quindi è negativa nel sistema di riferimento scelto). Questa formula ci permette di calcolare la velocità di un corpo in caduta libera dopo un tempo t di caduta.

Nel grafico a destra in Fig. 2.45 abbiamo riportato le posizioni della pallina in caduta libera (vedi Fig. 2.46). La pendenza della curva è variabile e negativa. Poichè la pallina parte da ferma, la pendenza della curva nel punto $t = 0$ è nulla ($v_0 = 0$) e poi cresce a valori negativi. Dalla legge oraria del moto uniformemente accelerato data in eq. (2.18) si ha

$$s(t) - s_0 = -\frac{1}{2}g\ t^2 \tag{2.22}$$

dove abbiamo tenuto conto che $v_0 = 0$ e che $a = -g$. Abbiamo chiamato s_0 la posizione iniziale della pallina a $t = 0$. Dalla eq. (2.22) vediamo che la curva nel grafico posizione-tempo a destra in Fig. 2.45 è una parabola.

Esercizio: *Da un terrazzo di un grattacielo si lancia una palla verso l'alto con una velocità iniziale di 10 m/sec. Calcolare la quota (rispetto al terrazzo) a cui si trova la palla dopo 1, 2, 3, 4 sec. Calcolare anche la quota a cui la velocità della palla si annulla.*

Soluzione: Dato che l'accelerazione è diretta verso il basso e la velocità iniziale verso l'alto, occorre prestare attenzione a fissare una convenzione sui segni. Se misuriamo

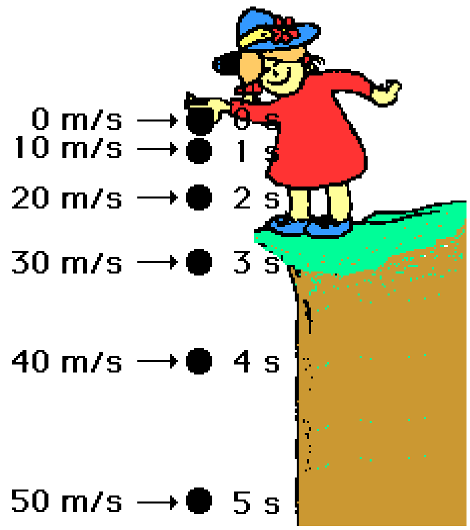


Figura 2.44:

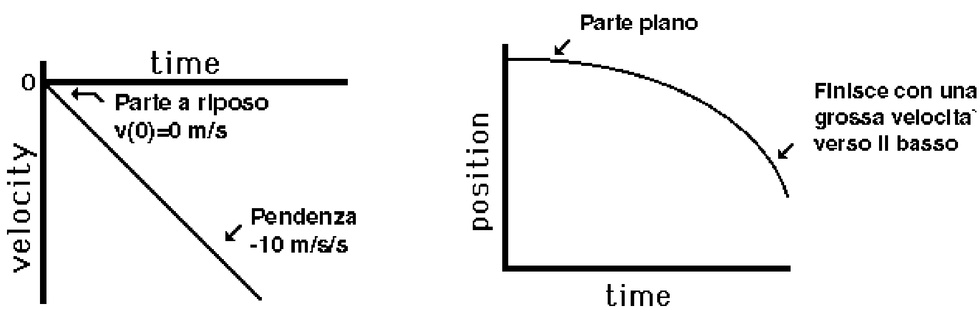


Figura 2.45:

le distanze a partire dal tetto prendendole positive verso l'alto, la velocità iniziale sarà positiva, mentre l'accelerazione sarà negativa. Quindi

$$v(t) = 10(m/sec) - 9.8(m/sec^2)\ t(sec) = (10 - 9.8\ t)(m/sec)$$
$$s(t) = 10(m/sec)\ t(sec) - \frac{1}{2}9.8(m/sec^2)\ t^2(sec^2) = (10\ t - 4.9\ t^2)(m)$$

($s(1) = 5.1\ m$, $s(2) = 0.4\ m$, $s(3) = -14.1\ m$, $s(4) = -38.4\ m$; $v = 0$ per $t_0 = 1.02\ sec$, la quota corrispondente a $v = 0$ è $s(t_0) = 5.1\ m$)

Prima di chiudere questa Sezione vogliamo citare uno dei più comuni errori che vengono fatti riguardo al moto dei gravi in caduta libera. Abbiamo detto che l'accelerazione di un oggetto in caduta libera (sulla terra) è di 9.8 m/sec^2. Questo valore è lo stesso per tutti gli oggetti, indipendentemente dal tempo di caduta, dalla loro velocità iniziale, dalla loro posizione iniziale. La domanda che spesso viene fatta è la seguente: un oggetto con una massa maggiore accelera di più rispetto ad un oggetto con minore massa? La risposta è no; ovviamente se stiamo considerando

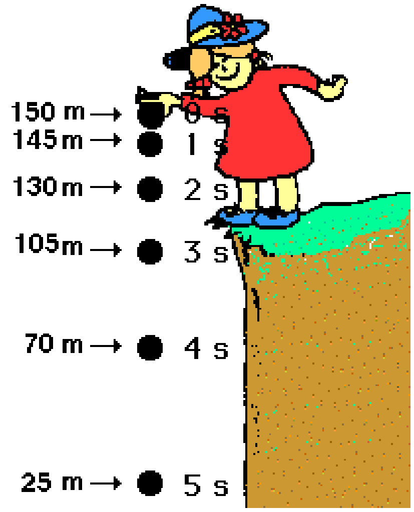


Figura 2.46:

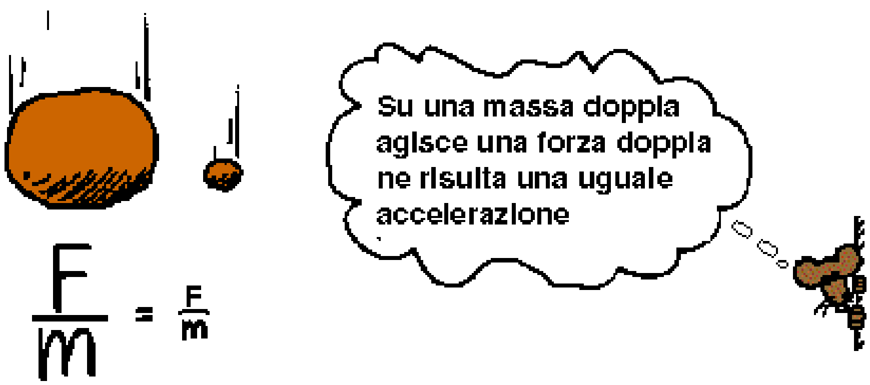


Figura 2.47:

il moto di caduta libera che avviene sotto la sola influenza della forza di gravità. Questa domanda è ragionevole e deriva da osservazioni quotidiane di oggetti in caduta libera. Chiunque di noi ha osservato la differenza tra la caduta di un pezzo di carta e di un libro! I due oggetti, anche se lanciati dalla stessa altezza, non cadono con velocità confrontabili, il libro cade più velocemente. Ma questo è dovuto all'effetto della resistenza dell'aria. La spiegazione del perchè tutti i corpi subiscono la stessa accelerazione di gravità richiede la conoscenza dei concetti di forza e di massa che discuteremo in seguito. Impareremo che l'accelerazione è direttamente proporzionale alla forza e inversamente proporzionale alla massa. Quindi su una massa doppia agisce una forza gravitazionale doppia, ma poichè l'accelerazione è inversamente proporzionale alla massa, ne risulta che tutti gli oggetti cadono con la stessa accelerazione indipendentemente dalla loro massa (vedi Fig. 2.47).

2.5 Proprietà dei vettori ed il moto su di un piano

I vettori sono delle quantità sulle quali è possibile effettuare delle operazioni quali somma, differenza e moltiplicazione per un numero. Queste proprietà vengono astratte dal comportamento dei vettori **spostamento**. Per sommare due vettori, consideriamo lo spostamento dal punto A al punto B e poi dal punto B al punto C. Lo spostamento **somma** o lo spostamento **risultante** è definito come lo spostamento diretto da A a C (vedi Figura 2.48).

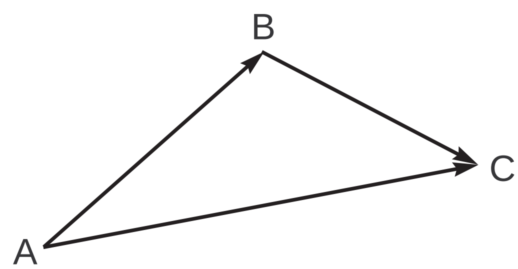


Figura 2.48: *La somma di due vettori*

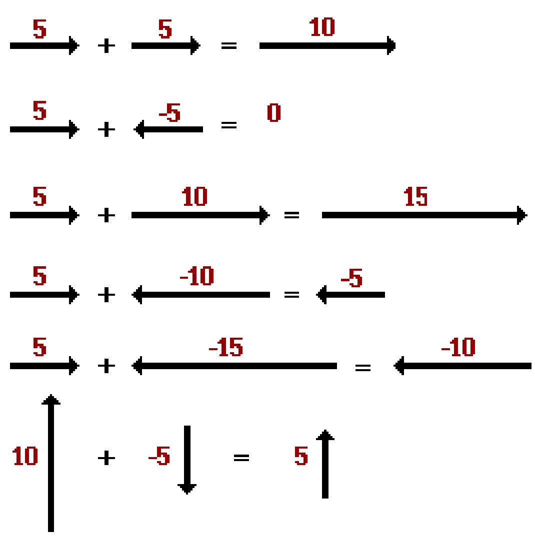


Figura 2.49:

Se si hanno due vettori arbitrari la loro somma sarà sempre definita come in Figura 2.48. Cioè disegnando un vettore dopo l'altro e congiungendo le estremità.

Nel caso in cui i vettori abbiano la stessa direzione, la risultante avrà ancora la stessa direzione. Il modulo della risultante sarà dato dalla somma dei moduli se i vettori hanno lo stesso verso. Se invece dobbiamo sommare due vettori con la stessa direzione e verso opposto, il modulo della risultante sarà dato dalla differenza dei

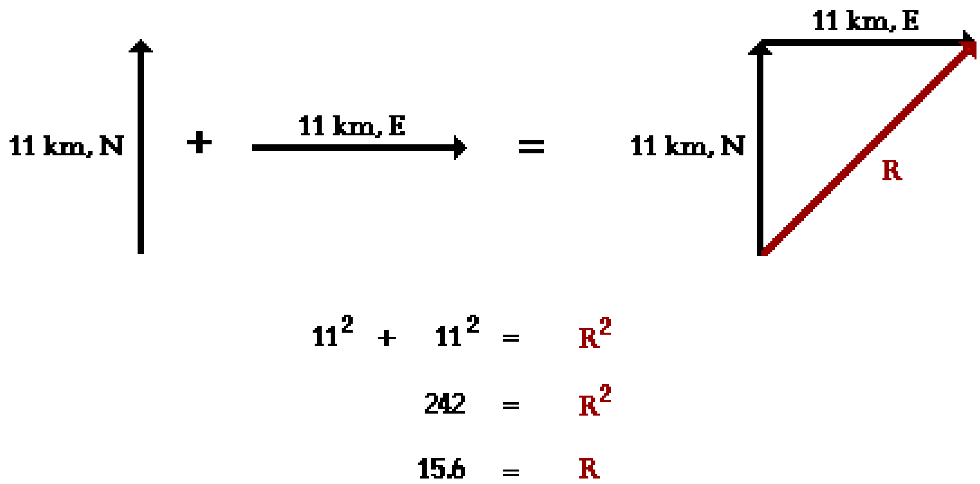


Figura 2.50:

moduli ed il verso sarà quello del vettore con modulo maggiore (vedi Fig. 2.49). Se invece dobbiamo sommare due vettori che hanno direzioni perpendicolari, possiamo usare il teorema di Pitagora. Infatti sarà sufficiente riportarli parallelamente a se stessi, uno di seguito all'altro. La risultante è data dal vettore che ha la "coda" coincidente con la "coda" del primo e la "testa" coincidente con la "testa" del secondo. Consideriamo l'esempio in Fig. 2.50: un auto si muove per 11 Km verso Nord e poi per 11 Km verso Est. Calcolare lo spostamento dell'auto.

Il modulo della risultante si calcola applicando il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo ottenuto riportando consecutivamente i 2 vettori. La direzione ed il verso della risultante si ottengono geometricamente con la regola: "coda" del primo e "testa" dell'ultimo. Verificare che l'ordine in cui si dispongono i vettori non è rilevante, la risultante è sempre la stessa! La regola grafica appena descritta per ricavare la risultante di vettori è del tutto generale. In Fig. 2.51 abbiamo la somma vettoriale $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = \vec{R}$ ottenuta geometricamente riportando i vettori consecutivamente e unendo la "coda" del primo con la "testa" dell'ultimo. La regola per la somma geometrica di vettori che abbiamo appena dato è equivalente alla nota "regola del parallelogramma". Questa operazione è mostrata a sinistra in Figura 2.52 per due vettori generici. La regola del parallelogramma consiste nel riportare i due vettori con la "coda" in comune (ovvero, in termini più fisici, con lo stesso **punto di applicazione**) e nel costruire il parallelogramma con i due vettori come lati. La somma è data dalla diagonale del parallelogramma che parte dal punto di applicazione comune ai due vettori. È facile convincersi dell'equivalenza delle due costruzioni. In Fig. 2.52 è mostrata anche la differenza tra due vettori. Per ottenerla è sufficiente osservare che $\vec{w} + (\vec{v} - \vec{w}) = \vec{v}$.

Ogni vettore nel piano può essere pensato come la composizione di due parti: le sue **componenti**. Queste rappresentano "l'influenza" del vettore in una data

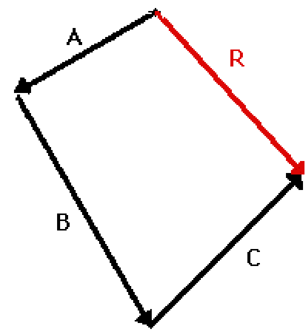


Figura 2.51: $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = \vec{R}$

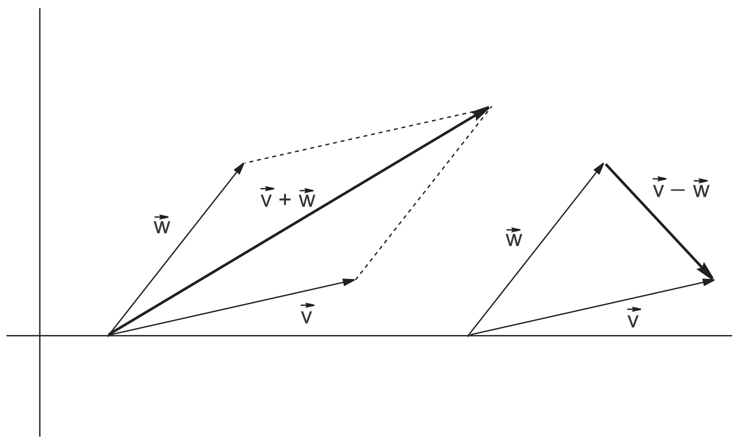


Figura 2.52: *La Figura illustra le operazioni di somma e differenza tra vettori.*

direzione. L'influenza combinata delle due componenti è equivalente all'influenza del singolo vettore nel piano. Ovvero **un vettore nel piano può essere sostituito dalle sue componenti**. Questo è chiaro nell'esempio di Fig. 2.53. L'azione del singolo guinzaglio può essere sostituita da due guinzagli ciascuno con modulo, direzione e verso delle componenti del vettore che rappresenta il singolo guinzaglio. Il cane non si accorgerà dello scambio. Questo perchè stiamo ancora applicando la regola della somma di due vettori: la somma delle componenti di un vettore ricostruisce il vettore stesso. Un altro esempio è riportato in Fig. 2.54. In questo caso abbiamo un vettore velocità con modulo di 50 m/s e direzione che forma 60^o con l'asse orizzontale. Questo vettore può essere scomposto nelle sue due componenti, come in figura. In questo caso possiamo usare il teorema di Pitagora per calcolare il modulo delle componenti.

Come ultimo esempio consideriamo un aereo che viaggia a 100 km/h e calcoliamo la velocità risultante nelle tre situazioni di vento illustrate in Fig. 2.55, 2.56, 2.57.

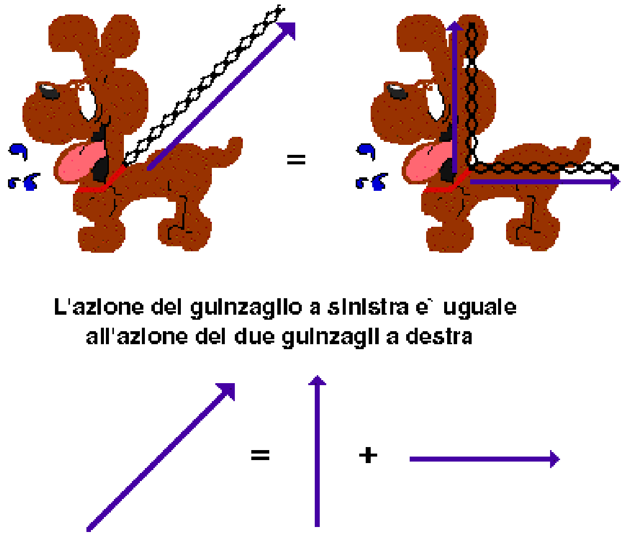


Figura 2.53:

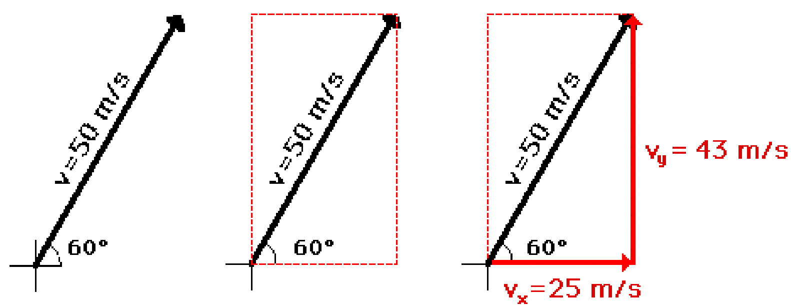


Figura 2.54:

Consideriamo adesso il **moto su di un piano**. La velocità media sarà ancora definita come il vettore spostamento diviso per l'intervallo di tempo impiegato a passare da una posizione all'altra. Notiamo che la divisione (o la moltiplicazione) di un vettore per un numero significa semplicemente considerare un vettore con la stessa direzione e verso ma con il modulo pari al rapporto od al prodotto del modulo del vettore originale per il numero. Questo se il numero è positivo, altrimenti occorre invertire il verso del vettore. Esemplifichiamo quanto detto sopra considerando due punti A e B. I vettori di posizione possono (in un dato sistema di riferimento) essere identificati dai vettori che uniscono l'origine degli assi con i punti A e B (vedi Figura 2.58). I vettori di posizione $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$, possono essere dati in termini delle loro componenti (proiezioni lungo x e y),

$$\vec{s}_A = (x_A, y_A), \quad \vec{s}_B = (x_B, y_B) \tag{2.23}$$

Allora il vettore che unisce i due punti a e B ha componenti $(x_B - x_A, y_B - y_A)$

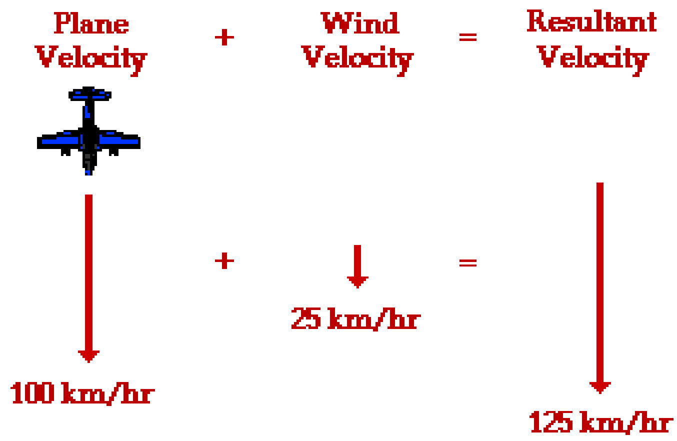


Figura 2.55:

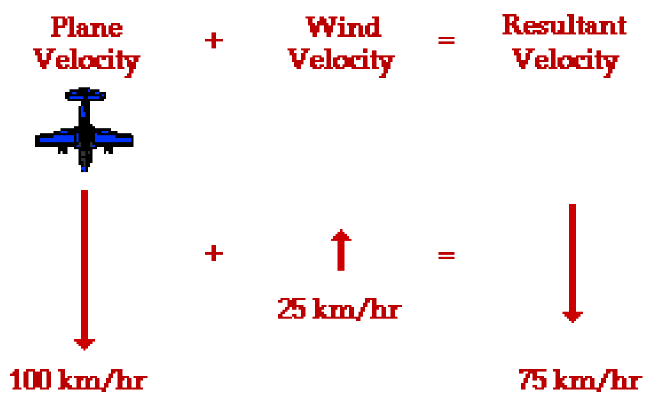


Figura 2.56:

e verrà chiamato il vettore spostamento (o più semplicemente spostamento quando non ci siano ambiguità). Indicheremo questo vettore con

$$\Delta\vec{s} = \vec{s}_B - \vec{s}_A \tag{2.24}$$

L'operazione **differenza** tra vettori (illustrata in modo geometrico in Fig. 2.58) si ottiene analiticamente calcolando la differenza tra le componenti

$$\Delta\vec{s} = (x_B - x_A, y_B - y_A) \tag{2.25}$$

Questo ci permette anche di definire la somma

$$\vec{s}_A + \Delta\vec{s} = \vec{s}_B \tag{2.26}$$

con le componenti del vettore somma ottenute sommando le componenti dei vettori addendi.

Notiamo che il vettore spostamento ci permette di ottenere, data la posizione iniziale $\vec{s}_A$, la posizione finale $\vec{s}_B$.

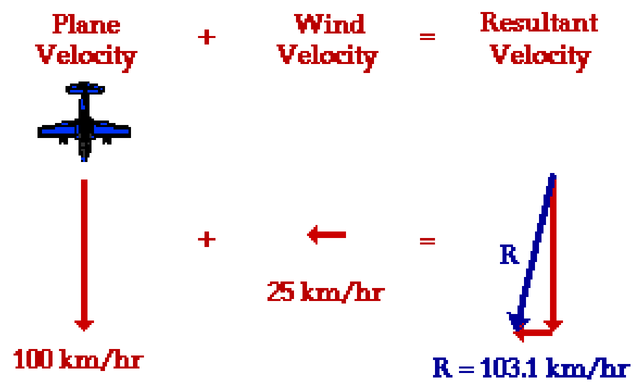


Figura 2.57:

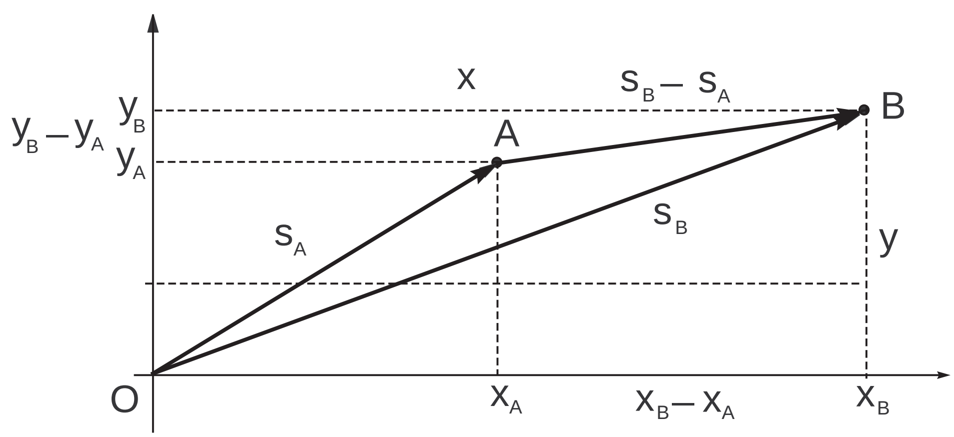


Figura 2.58:

Definiamo adesso la **velocità media** relativa all'intervallo di tempo Δt come il rapporto tra il vettore spostamento e l'intervallo di tempo corrispondente

$$\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t} \tag{2.27}$$

Ovviamente, poichè lo spostamento è un vettore, anche la velocità lo è. Analogamente l'**accelerazione media** è definita in termini di variazione della velocità

$$\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \tag{2.28}$$

L'analisi qui fatta mostra che ogni moto su di un piano si può scomporre in due moti distinti unidimensionali. Infatti le precedenti equazioni per la velocità e l'accelerazione mostrano che, dato un sistema di riferimento si possono considerare le componenti dei vari vettori lungo le due direzioni x ed y, ed ottenere dunque

$$\bar{v}_x = \frac{\Delta s_x}{\Delta t}, \quad \bar{v}_y = \frac{\Delta s_y}{\Delta t} \tag{2.29}$$

con $\Delta\vec{s} = (\Delta s_x, \Delta s_y)$ ed analoghe relazioni per l'accelerazione.

Dunque il moto nel piano può essere studiato scomponendolo lungo le due direzioni definite dagli assi del nostro sistema di riferimento, ed applicando tutte le considerazioni fatte in precedenza.

Come esempio consideriamo un moto con velocità costante v_0 nella direzione orizzontale e con accelerazione costante g (l'accelerazione di gravità) nella direzione verticale verso il basso. Prendendo un sistema di riferimento come in Figura 2.59, e con l'origine nel punto in cui si trova l'oggetto in moto a $t = 0$ (o all'istante in cui si inizia a considerare il moto), se la velocità iniziale è diretta lungo la direzione orizzontale (che prendiamo come asse x), si ha

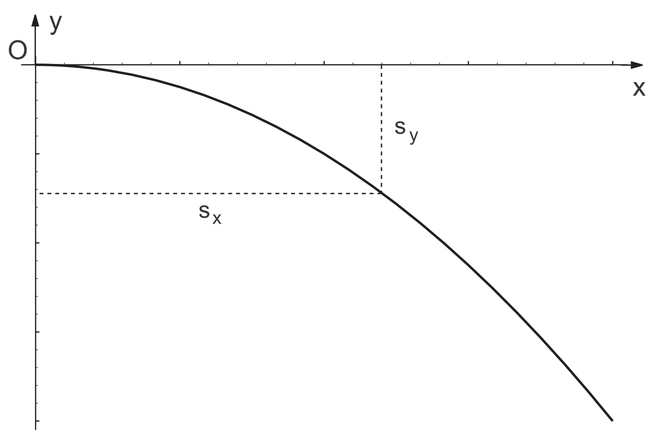


Figura 2.59: *Il moto di un proiettile con velocità iniziale v_0 lungo l'asse orizzontale.*

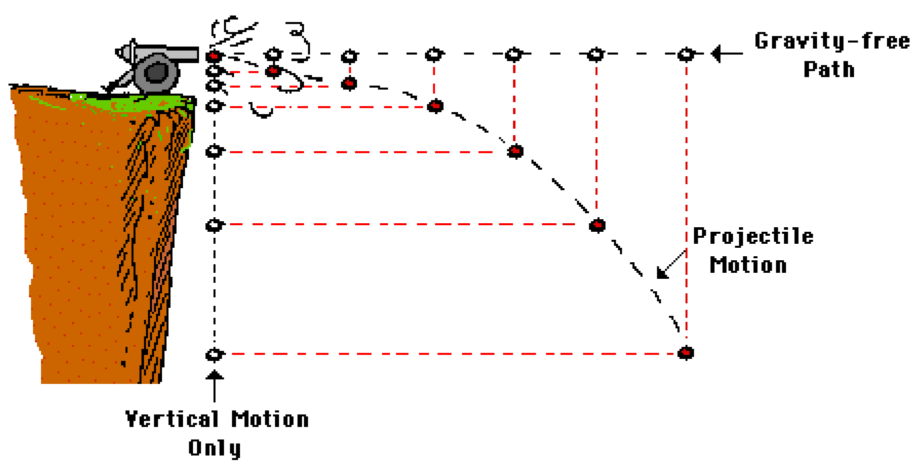


Figura 2.60: *Indipendenza del moto delle componenti orizzontali e verticali.*

$$s_x(t) = v_0\ t, \quad s_y(t) = -\frac{1}{2}\ g\ t^2 \tag{2.30}$$

(il segno meno è dovuto al fatto che prendiamo l'asse delle y orientato verso l'alto mentre, per ipotesi, l'accelerazione di gravità è diretta verso il basso). Si può studiare la traiettoria risultante nel piano (x, y) notando che la prima di queste equazioni ci permette di calcolare il tempo che il proiettile impiega a percorrere la distanza s_x

$$t = \frac{s_x}{v_0} \tag{2.31}$$

Quindi a questo istante la distanza percorsa lungo y sarà data da

$$s_y = -\frac{g}{2v_0^2} s_x^2 \tag{2.32}$$

Si può verificare dalla Figura che in effetti il rapporto s_y/s_x^2 è costante lungo la traiettoria (che è una parabola). L'indipendenza dei moti nelle due direzioni perpendicolari è illustrato in Fig. 2.60. Un esempio numerico del moto di un proiettile è illustrato in Fig. 2.61.

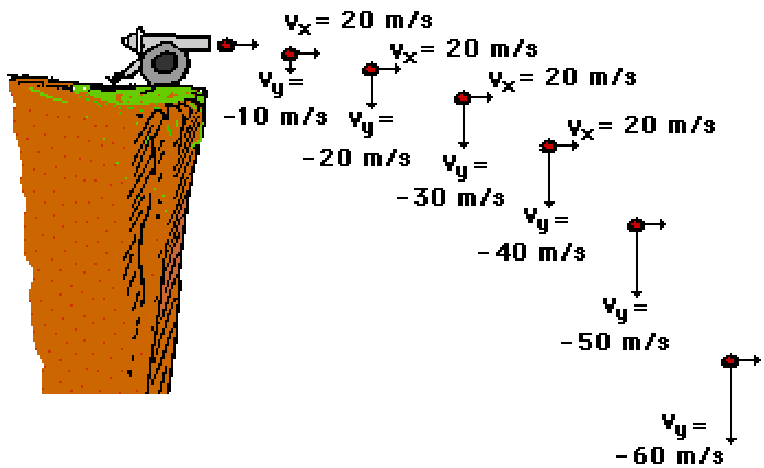


Figura 2.61:

Consideriamo adesso un caso molto importante di moti piani, il **moto circolare uniforme**. Si tratta di un moto su una traiettoria circolare con velocità costante in modulo, come illustrato in Fig. 2.62. Un oggetto che si muove di moto circolare uniforme coprirà le stesse distanze lineari ogni secondo. Ad esempio, nel caso di un'auto che si muove con una velocità costante in modulo di 5 m/s lungo una circonferenza, questa percorrerà 5 m lungo il perimetro della circonferenza, ogni secondo. Se la circonferenza è lunga 20 m, l'auto impiegherà 4 secondi a completare il cerchio, diremo che tale moto ha un **periodo** di 4 sec. Un classico esempio di un moto circolare uniforme è quello del giradischi. Se il disco gira ad una velocità di 33 giri al minuto, significa che, considerato un qualunque punto sul disco, questo ritorna su se stesso 33 volte al minuto o, se vogliamo, per fare un giro impiega 1/33 di minuto (un po' meno di 2 secondi). Il modulo della velocità in un moto circolare

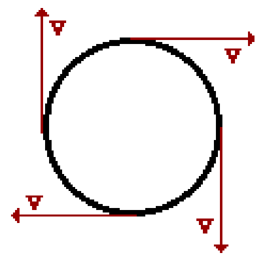


Figura 2.62:

uniforme è quindi dato dalla seguente relazione

$$v = \frac{2\ \pi\ r}{T} \tag{2.33}$$

dove r è il raggio della circonferenza e T è il periodo, ovvero il tempo necessario per compiere un giro completo.

Consideriamo il moto di un punto che si muove di moto circolare uniforme come rappresentato nella Figura 2.62. Ad ogni istante, come sappiamo, il vettore velocità è tangente alla traiettoria, quindi la velocità cambia direzione ad ogni istante pur rimanendo costante in modulo.

Sappiamo che il vettore accelerazione è definito in termini della variazione del vettore velocità

$$\text{accelerazione media} = \frac{\Delta(\text{velocita}')}{\text{tempo}} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{\Delta t} \tag{2.34}$$

Quindi si può avere accelerazione non nulla anche in casi in cui il modulo della velocità non varia, ma varia invece la direzione. Questo è il caso del moto circolare uniforme. Si può dimostrare che, per intervalli di tempo sempre più piccoli, il modulo dell'**accelerazione istantanea** in un moto circolare uniforme è **costante** ed è dato da

$$|\vec{a}| = \frac{v^2}{r} \tag{2.35}$$

dove v è il modulo della velocità ed r è il raggio della circonferenza.

Per quanto concerne la direzione del vettore $\vec{a}$, esso è **perpendicolare al vettore velocità** all'istante considerato (questo è vero solo per moti circolari uniformi), ovvero è diretto verso il centro della circonferenza. Per questo l'accelerazione prende il nome di **accelerazione centripeta**.

Capitolo 3

Dinamica

3.1 Forze e leggi della dinamica

Fin ad ora ci siamo limitati ad osservare il moto ed a discuterne varie caratteristiche introducendo quantità come la velocità e l'accelerazione che ci aiutano nel compito di analisi. D'altra parte una domanda naturale riguarda l'origine del moto, cioè quali sono le differenti cause che producono i diversi tipi di moto. Tutti noi abbiamo sperimentato il fatto che per "mettere in moto" un oggetto occorre effettuare uno "sforzo". Infatti nell'accezione comune la **forza**, che come vedremo in accordo alle leggi di Newton è la causa del moto, è legata ad un'azione muscolare. Tutti sappiamo anche che dobbiamo esercitare una grande forza per spingere una macchina, ma che probabilmente non siamo in grado di spingere un camion per quanto sforzo possiamo esercitare. Dunque in qualche modo il moto ha a che fare con la quantità di materia e con lo sforzo che si esercita. È anche esperienza quotidiana che spingendo una macchina, una volta messa in moto, lo sforzo richiesto per farla continuare a viaggiare è molto più piccolo di quello iniziale.

Dato che per far muovere un corpo è necessario esercitare uno sforzo, si è pensato per lungo tempo che per far viaggiare un corpo con velocità costante occorresse una forza. D'altra parte questa osservazione non spiega perché per smuovere un corpo occorra uno sforzo muscolare (o una forza) molto superiore. Analogamente, per fermare un corpo in movimento occorre uno sforzo superiore a quello necessario per mantenerlo in moto. La spiegazione odierna è che occorre considerare tutti gli effetti a cui è sottoposto un corpo in movimento. Infatti consideriamo una palla con una superficie molto liscia che rotoli su una superficie anch'essa molto liscia. Se la mettiamo in movimento con una spinta essa continuerà a rotolare per un bel tratto, ma alla fine si fermerà. Nella vecchia teoria dell' *impetus*, la spiegazione era che la palla perdeva lentamente la forza (l'impetus) che le era stata applicata. Questa nozione persiste tutt'oggi come nozione di senso comune e deriva da una sorta di identificazione tra lavoro effettuato e forza applicata. In ogni caso, se ripetiamo l'esperienza precedente della palla su una superficie più ruvida, stando attenti a fornirle uguale spinta, si vedrà che la palla effettuerà un percorso più breve. Questo ci suggerisce che siano le irregolarità della superficie ad ostacolare il moto. Ovviamente queste irregolarità non sono completamente eliminabili. Anche se studiassimo il moto all'interno di una camera a vuoto, qualche piccolo effetto di resistenza al moto sarebbe sempre presente, visto che anche con le migliori tecniche a nostra disposizione una piccola quantità di aria rimane sempre presente (circa 10^8 atomi/cm^3 nel vuoto migliore). Possiamo però pensare ad una situazione idealizzata, come abbiamo fatto nel caso della caduta dei gravi, dove si ipotizza la possibilità di avere superfici perfettamente lisce e/o ambienti completamente privi di gas. Le esperienze precedenti suggeriscono che in queste condizioni, una volta messo in moto un corpo, e nessun'altra forza applicata, il corpo continui nello stato di moto che aveva al momento in cui la forza applicata è cessata. L'affermazione che il corpo rimane nel suo stato di moto significa che se possiede una certa velocità, quando cessa la forza, questo continuerà a mantenerla. Se il corpo era inizialmente in quiete con nessuna forza applicata, il corpo rimarrà in quiete. Questo è il contenuto della prima legge di Newton che per altro era già nota a Galileo ed a Cartesio.

La prima legge di Newton

Se la forza totale che agisce su un corpo è nulla, allora l'accelerazione a cui è soggetto il corpo è nulla e quindi il corpo si muove a velocità costante.

Come corollario, se la forza totale è nulla ed il corpo è inizialmente in quiete, continuerà a rimanere in quiete. Questa legge non ci dice molto nei riguardi di una definizione quantitativa della forza, però ce ne descrive gli effetti qualitativi. Per esempio, ci dice che la presenza di una forza sarà connessa con un'accelerazione non nulla ed in questo senso ci dà una sorta di definizione operativa della forza stessa. Cioè ci dice che l'effetto di una forza è quello di produrre una **variazione** di velocità. Ci sono due affermazioni contenute nel principio di inerzia: la prima che predice il

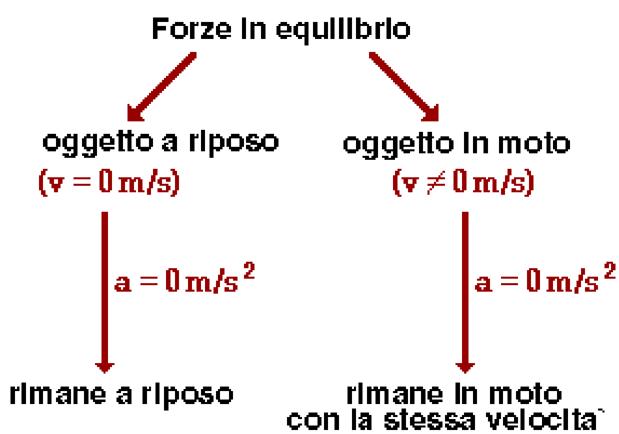


Figura 3.1:

comportamento di oggetti a riposo e l'altra che predice il comportamento di oggetti in moto come desritto in Fig. 3.1.

Ci sono molte applicazioni della prima legge di Newton. Basta pensare ad esempio a cosa succede quando andiamo in automobile. Avete mai osservato il comportamento di una tazzina di caffè in auto quando si passa dallo stato di riposo (auto ferma) allo stato di moto? Il caffè che è a riposo, "tende" a rimanere nel suo stato di riposo e se la tazzina è piena fino all'orlo, il caffè si rovescia. Viceversa, quando un auto frena, il caffè "tende" a preservare il suo stato di moto con la stessa velocità, e nuovamente si rovescia. La stessa cosa succede all'autista della macchina. Quando frena, subisce l'effetto della propria inerzia. Infatti tenderà a mantenere il proprio moto. Sarà la cintura di sicurezza ad applicare su di lui una forza tale da farlo fermare insieme alla sua auto. C'è una tendenza naturale dei corpi a "resistere" alle variazioni del loro stato di moto, tale tendenza è nota con il nome di **inerzia**. Il concetto di inerzia di Newton è in contrapposizione diretta con i concetti più popolari di moto. Come abbiamo detto, il pensiero dominante nell'epoca pre-Newtoniana era che ci fosse una tendenza naturale degli oggetti a portarsi in posizione di riposo, ovvero che fosse necessaria una forza per mantenerli in moto.

In realtà il concetto di inerzia, fu introdotto da Galileo, che ipotizzò l'esistenza di una forza, la forza d'attrito, come responsabile dell'arresto del moto degli oggetti. Le sue esperienze si servivano di piani inclinati posti uno di fronte all'altro come in Fig. 3.2. Galileo osservò che una pallina scende da un piano inclinato e sale sull'altro

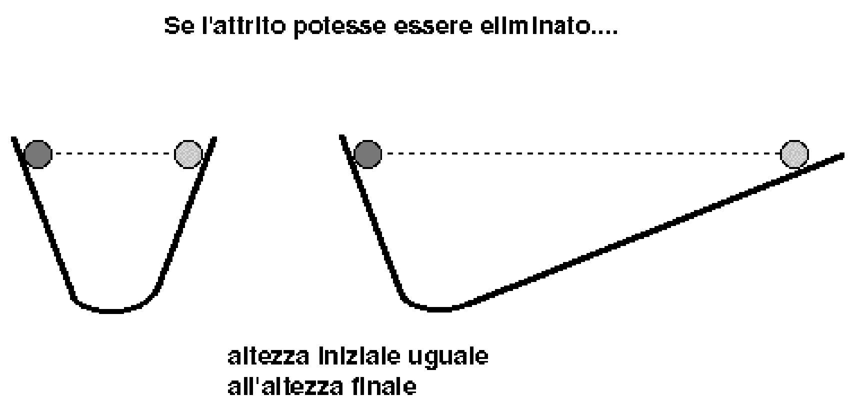


Figura 3.2:

arrivando circa alla stessa altezza. Cambiando inclinazione del piano inclinato di destra, osservò che ancora la pallina raggiungeva la stessa altezza di partenza, quindi percorrendo spazi maggiori. Ipotizzò che le piccole differenze nelle quote raggiunte fossero dovute alla presenza di una forza di attrito e concluse che nel caso ideale in cui l'attrito fosse completamente eliminato la pallina raggiungerebbe esattamente la stessa altezza. Questo significa che riducendo sempre più l'inclinazione del piano inclinato di destra, la pallina percorrerà distanze sempre maggiori, fino ad arrivare

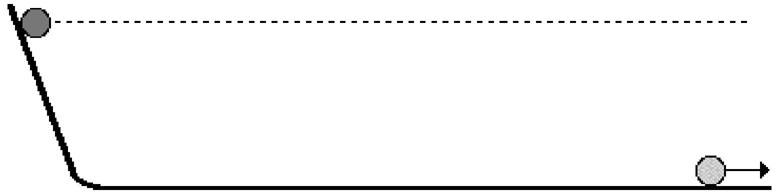


Figura 3.3:

al caso di Fig. 3.3 in cui, in assenza di attrito, la pallina continua nel suo stato di moto a velocità costante.

Isaac Newton costruì le sue leggi sui pensieri di Galileo: la prima legge di Newton dice che non è necessaria nessuna forza per mantenere un oggetto in moto. Un libro spinto su un tavolo continua a strisciare, non a causa della presenza di una forza. Viceversa, dopo un po' si ferma a causa della forza di attrito.

Prima di procedere oltre è opportuna una riflessione accurata sulla prima legge o principio di inerzia. Una discussione molto interessante è riportata nel libro di A.B. Arons citato nell'introduzione. L'autore descrive un esperimento di laboratorio in cui si fa muovere un grosso blocco di ghiaccio (di circa 25 Kg) su di una grande lastra di vetro. L'ideale sarebbe poter ripetere l'esperimento e far provare direttamente le situazioni sotto descritte. Ma in ogni caso le situazioni proposte permettono una serie di riflessioni sul principio d'inerzia. Consideriamo quindi le varie domande poste da Arons ai suoi studenti:

- Cosa fa il blocco una volta in moto? In cosa differisce questa situazione rispetto a quelle in cui oggetti normali si fanno muovere su superfici normali? (La risposta è implicita nella discussione che abbiamo fatto precedentemente).

- Cosa dobbiamo fare per far muovere il blocco con velocità crescente? Dato che per far variare la velocità dobbiamo applicare una forza, occorrerà continuare a spingere il blocco, il quale aumenterà la sua velocità e come conseguenza noi stessi dovremo correre sempre più veloci.

- Qual'è la differenza di comportamento del blocco sottoposto ad una spinta continua rispetto al caso in cui gli si dia un colpo secco e poi lo si abbandoni a se stesso? La risposta dovrebbe essere evidente vista la discussione e la domanda precedente.

- Quanto deve essere intensa una forza per far muovere il blocco? In altri termini, esiste una forza minima al di sotto della quale il blocco rimane fermo? L'esperienza di tutti i giorni ci dice che in effetti esiste una soglia. Ma anche in questo caso il valore della soglia dipende dall'attrito, cioè quanto più lisce sono le superfici di contatto e quanto più piccola è la forza necessaria. Quindi se ne deduce che in assenza di attrito una forza piccola a piacere può mettere in moto il blocco.

- Cosa si deve fare per fermare il blocco quando esso è in moto? Ovviamente si può pensare di opporsi ad esso in modo violento ed impulsivo. Ma una buona strategia è anche quella di muoversi con il blocco applicandogli una forza contraria al moto cioè tenendolo).

- Cosa succede se applichiamo al blocco due forze distinte una in verso opposto all'altra, se le due forze sono diverse? E se sono uguali? Nel primo caso il blocco si muove nella direzione della forza maggiore, mentre nel secondo rimane fermo. Quindi le forze sommano in modo algebrico i loro effetti (notiamo che ancora non abbiamo definito quantitativamente le forze, ma stiamo parlando dei loro effetti qualitativi implicati dal principio di inerzia)

- Se il blocco è in moto, cosa occorre fare per cambiare la direzione del suo moto? L'esperimento dice che occorre applicare una forza diretta lungo una direzione diversa da quella del moto. Combinando questo con il quesito precedente si arriva facilmente ad evidenziare il fatto che le forze hanno carattere vettoriale.

Abbiamo detto che l'inerzia è la tendenza di un oggetto a resistere alle variazioni del suo stato di moto. Ma cosa intendiamo con "il suo stato di moto"? Lo stato di moto di un oggetto è definito dalla sua velocità. Quindi possiamo dire che l'inerzia di un corpo è la sua tendenza a resistere alle variazioni di velocità. Inoltre, come abbiamo imparato, le variazioni di velocità sono legate all'accelerazione. Quindi l'inerzia di un corpo è la sua tendenza a resistere all'accelerazione.

Nell'enunciato della prima legge di Newton, si dice che se la forza totale che agisce su un corpo è nulla, allora l'accelerazione a cui è soggetto il corpo è nulla. La forza totale è la risultante di tutte le forze che agiscono sul corpo. Se la risultante è nulla, significa che tali forze si fanno **equilibrio**. Quindi la prima legge di Newton afferma che se le forze su un corpo non si fanno equilibrio, allora il corpo subirà un'accelerazione. La relazione esistente tra forza e accelerazione è contenuta nella **seconda legge di Newton**. Più precisamente la seconda legge di Newton dà una relazione tra tre quantità: massa, forza ed accelerazione. Mentre abbiamo dato una definizione operativa di accelerazione, dobbiamo ancora definire le altre due quantità. In effetti, in assenza di una tale definizione sarebbe ben difficile poter apprezzare una legge che lega tre quantità di cui due non definite.

In questo corso sceglieremo di definire operativamente le forze in maniera statica. Definiremo invece la massa tramite la seconda legge di Newton.

Un modo semplice per dare una **definizione statica di forza** è quello di considerare un oggetto P attaccato ad un gancio tramite un filo (vedi Figura 3.4). In questa situazione l'oggetto è fermo. Se tagliamo il filo, l'oggetto cade con accelerazione pari a quella di gravità. Come si spiega ciò dal punto di vista della prima

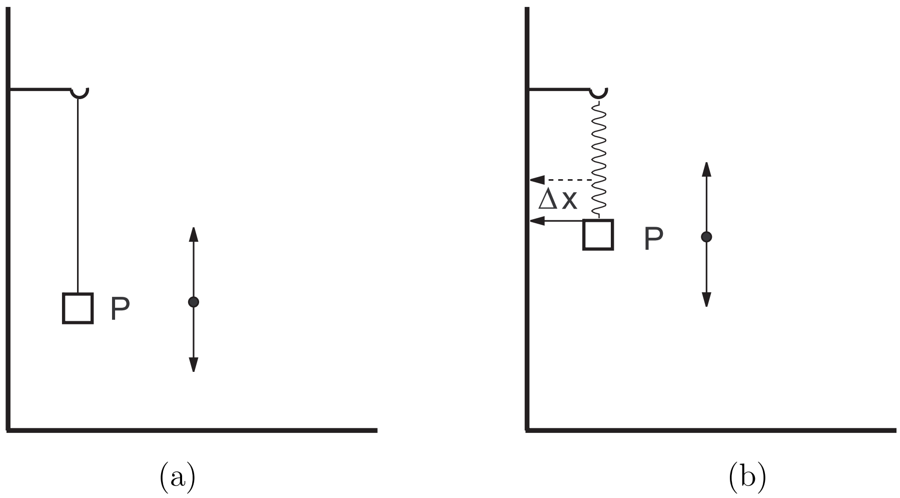


Figura 3.4: *Nella Figura* (a) *l'oggetto P è fermo fin quando è attaccato al gancio tramite il filo. Se tagliamo il filo, l'oggetto cade con accelerazione costante pari all'accelerazione di gravità. Nella Figura* (b) *l'oggetto P produce un allungamento Δx della molla.*

legge di Newton? Evidentemente sull'oggetto agisce una forza che lo tira verso il basso (forza di gravità detta anche forza peso) dal momento che, quando tagliamo il filo, esso cade di moto accelerato. D'altra parte prima di tagliare il filo, l'oggetto stava fermo, quindi è ragionevole assumere che il filo che lo sostiene applica una forza uguale e contraria alla forza peso (vedi Figura 3.4). Possiamo allora assumere come **unità per la forza** la **forza peso** che agisce su un oggetto campione. Si può successivamente sostituire il filo con una molla e verificare che il sistema "oggetto più molla" si dispone in equilibrio con la molla allungata di una certa quantità. Questo significa che la forza peso agisce sulla molla allungandola, ma dato che il sistema è in equilibrio la molla deve esercitare sull'oggetto una forza uguale ed opposta alla forza peso.

Adesso possiamo dividere l'oggetto P (preso come campione) in due parti identiche e verificare che esse producono un allungamento della molla identico a quello prodotto dall'oggetto P intero. Quindi le due parti hanno ugual peso e conseguentemente la metà del campione pesa la metà. In questo modo si possono sfruttare multipli e sottomultipli dell'oggetto campione per avere a disposizione forze di diversi valori. Inoltre possiamo procedere alla taratura di molle appendendovi pesi differenti e segnando i diversi allungamenti. A questo punto le forze possono essere misurate usando molle tarate: i dinamometri (vedi la Sezione 3.2).

Avendo definito operativamente accelerazione e forza, siamo in grado di enunciare

La seconda legge di Newton

Il moto accelerato si produce solo tramite l'applicazione di una forza. L'accelerazione *prodotta su di un corpo da una data forza è proporzionale alla forza stessa. La costante di proporzionalità è detta* **massa** *del corpo.*

Figura 3.5:

In forma matematica: la forza risultante che agisce su un corpo è uguale al prodotto della sua massa per l'accelerazione.

$$\vec{F} = m\ \vec{a} \tag{3.1}$$

Notiamo, per iniziare, che questa è una equazione tra vettori. Sappiamo che l'accelerazione è un vettore. Ma anche la forza è un vettore, infatti possiamo applicare la stessa forza in differenti direzioni. Il coefficiente di proporzionalità è invece un numero e il contenuto di questa relazione scritta tra vettori è che le componenti della forza sono proporzionali alle componenti dell'accelerazione, tutte secondo lo stesso coefficiente di proporzionalità. Ad esempio nel caso di forze che agiscono su di un piano

$$F_x = m\ a_x, \quad F_y = m\ a_y \tag{3.2}$$

Possiamo adesso usare la seconda legge di Newton per fissare delle convenienti unità di misura per le forze e definire poi la massa. Usando una massa campione (per esempio usando il cilindro di platino iridio menzionato nella Sezione 1.3), ed applicandogli una forza tale da produrre un'accelerazione di 1 m/sec^2, diremo che la forza ha un valore di 1 Newton, abbreviato 1 N. In questo modo possiamo tarare i nostri dinamometri assegnando ad ogni forza, determinata precedentemente in relazione ad un peso campione, un valore in Newton. Dalla eq. (3.1) vediamo che l'unità di forza è uguale all'unità di massa per l'unità di accelerazione, ovvero

$$1\ N = 1\ Kg\ \frac{m}{sec^2} \tag{3.3}$$

A questo punto, usando un apparecchio del tipo mostrato in Figura 3.6 possiamo misurare la massa di un corpo, semplicemente misurando l'accelerazione del corpo e la forza ad esso applicata usando un dinamometro. Si puó inoltre verificare che

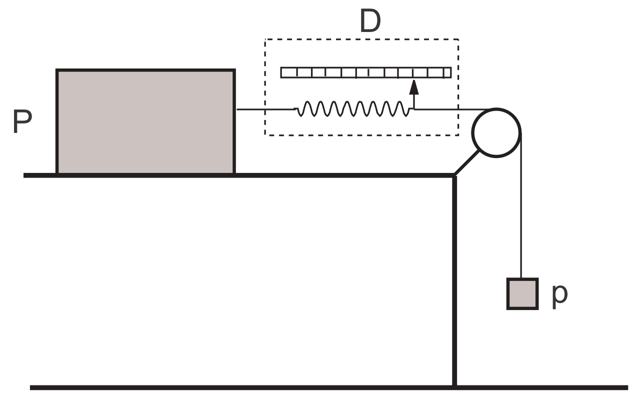


Figura 3.6: *Con il dispositivo mostrato in figura, cambiando il peso* **p** *possiamo variare la forza applicata alla massa* **P**. *Questa forza viene misurata dal dinamometro* **D**.

le masse si sommano. Cioè la stessa forza applicata ad una massa doppia, produce un'accelerazione pari alla metà.

Ricordiamo l'osservazione di Galileo che tutti gli oggetti in caduta libera subiscono la stessa accelerazione, indipendentemente dalla loro massa. Quindi, usando

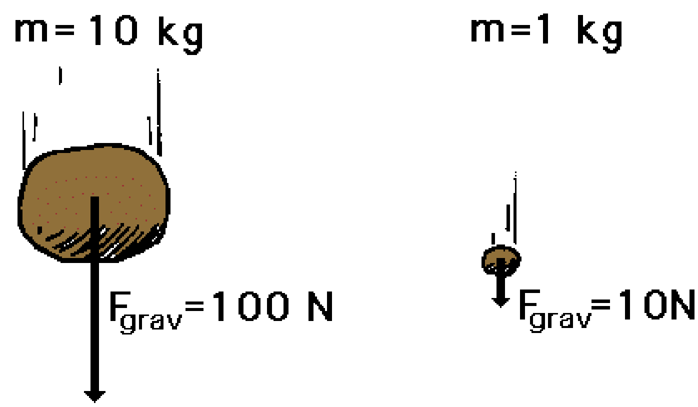


Figura 3.7:

la seconda legge di Newton, possiamo dire che la forza di gravità è proporzionale alla massa, infatti in questo modo otteniamo un'accelerazione costante per tutti i corpi. In formule

$$F_{\text{grav}} = m\ g \qquad\qquad g = 9.8\ m/sec^2 \tag{3.4}$$

Consideriamo il moto di un sasso con una massa di 10 Kg e quello di una massa di 1 Kg come in Fig. 3.7. Sul sasso di 10 Kg agisce una forza 10 volte maggiore della forza che agisce sul sasso di 1 Kg e l'accelerazione dei due sassi è la stessa: l'accelerazione di gravità.

Spesso il peso di un corpo non viene espresso in N ma in Kg_p. Ricordiamo che il Kg_p è l'intensità della forza peso a cui è soggetta la massa di un Kg. Quindi, ad esempio, 1 Kg di pane pesa **1** Kg_p**= 9.8** N.

Il panorama della dinamica è completato dalla terza legge di Newton. Abbiamo dato una definizione operativa di forza dall'analisi di situazioni di equilibrio (definizione statica di forza). Possiamo però considerare una definizione più generale di forza come l'effetto su di un oggetto che deriva dalla sua **interazione** con un altro oggetto. Ogni volta che c'è interazione tra due oggetti, c'è una forza che agisce su ciascuno di essi. Quando l'interazione cessa i due oggetti non sono più sottoposti a forza. Per semplicità, tutte le forze (interazioni) tra oggetti, possono essere divise in due categorie: **forze di contatto** e forze che risultano da **interazioni a distanza**. Le forze di contatto sono tipi di forza tra due corpi che sono effettivamente a contatto. Questo è ad esempio il caso delle forze di attrito, delle forze di reazione di superfici di appoggio, della forze di resistenza dell'aria ecc. Le forze di azione a distanza sono tipi di forza in cui i due oggetti interagenti non sono a contatto fisico, come ad esempio nel caso della forza gravitazionale (il sole e i pianeti si attraggono nonostante siano separati spazialmente, anche nel caso in cui un oggetto non tocca il suolo, è attratto dalla forza gravitazionale), oppure il caso della forza elettrica (i protoni nel nucleo atomico attraggono gli elettroni), le forze magnetiche (due calamite si attraggono o si respingono anche se sono separate da una distanza di qualche centimetro).

La terza legge di Newton dice che ogni volta che l'oggetto A e l'oggetto B interagiscono questi esercitano forze l'uno sull'altro. Ovvero

La terza legge di Newton

Se un corpo A esercita una forza su un corpo B, il corpo B esercita su A una forza dello stesso modulo ma diretta in verso opposto, cioè $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$.

Questa affermazione significa che in ogni interazione, c'è una coppia di forze che agisce sui due oggetti interagenti. Tale coppia è formata dalla forza di azione e da quella di reazione (uguali in modulo, con la stessa direzione ma verso opposto). Attenzione, le forze di azione e reazione non si fanno equilibrio, perchè sono applicate a oggetti diversi! Consideriamo l'esempio di Fig. 3.8 in cui un bambino tira una

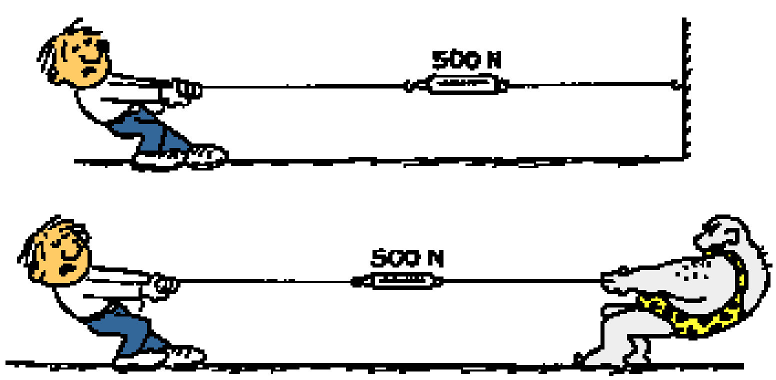


Figura 3.8:

corda agganciata ad un muro. Il dinamometro attaccato alla corda segna 500 N. Nel secondo caso il bambino tira ancora la corda ma questa volta all'altro capo della corda c'è un grosso energumeno! Il dinamometro segna ancora 500 N. La domanda è la seguente: in quale dei due casi il bambino tira più forte? Ovviamente la forza esercitata dal bambino è la stessa nei due casi (il dinamometro registra la stessa forza). Nel primo caso è il muro che reagisce alla forza del bambino, esattamente come nel secondo caso l'energumeno oppone resistenza. Altri esempi saranno dati nella Sezione 3.7.

3.2 Proposte didattiche: forze ed equilibrio

La trattazione presenta indicazioni e suggerimenti per svolgere in classe l'argomento. É fondamentale che gli esperimenti e le situazioni siano vissuti dai bambini direttamente. I percorsi sono tre: i) primo livello, ii) livello medio, iii) livello approfondito. I punti proposti non sono assolutamente esaustivi dell'argomento, ma rappresentano elementi che si ritengono fondamentali nello sviluppo del tema. Le differenze tra i percorsi sono principalmente:

- Nel linguaggio, da molto semplice e quasi comune nel percorso di primo livello ad appropriato e specifico della fisica nel terzo; con ciò si è voluto sottolineare come sia importante che l'acquisizione di un linguaggio scientifico avvenga per gradi.

- Nei contenuti, legati a situazioni familiari e di gioco nel primo percorso, connessi a situazioni opportunamente predisposte nel secondo, mirati ad una acquisizione precisa e completa dei concetti affrontati nel terzo.

- Nei metodi, osservativi di fatti nel primo percorso, operativi nel secondo, speculativi e critici nel terzo.

Equilibrio
I Livello: I bambini vengono invitati a disporre alcuni oggetti in equilibrio. L'insegnante fa altrettanto. Si discute sul significato che viene attribuito alla parola "equilibrio", per poi precisare quello usato in un linguaggio scientifico.
Nel linguaggio comune la situazione di equilibrio viene associata a quella di precarietà. Infatti se si chiede ad un bambino di disporre un oggetto in equilibrio, come ad esempio un paio di occhiali, si potrà notare che questi verranno sistemati, con qualche titubanza, facendo poggiare sul tavolo la parte più stretta. Viceversa nel linguaggio scientifico, nell'ambito della statica, un corpo è in equilibrio se rimane fermo.

Forze
I Livello: Le idee spontanee sulla forza: i bambini vengono invitati a dare esempi di situazioni in cui si usa la parola "forza". È utile richiedere loro di esprimersi anche

attraverso il disegno. In genere il termine forza è associato alla forza muscolare esercitata dal proprio corpo o da quello degli altri. Inoltre i bambini parlano di forza muscolare solo in occasione di prestazioni non usuali (braccio di ferro, lanciare un pallone, ecc.) e di notevole intensità. Un modo per individuare la forza è quello di riconoscere un suo effetto: ad esempio la deformazione di oggetti, come molle, elastici, lamine, ecc. Alcune molle si allungano se tirate, altre si accorciano se premute. Gli elastici tondi si deformano e si allungano, se tirati.

In questo modo possiamo introdurre la forza peso come un tipo particolare di

Figura 3.9:

forza. Che gli oggetti abbiano peso costituisce una conoscenza di base, che il peso sia una forza non è altrettanto scontato. Attraverso un gioco, tendere un elastico con la propria forza o con oggetti, si trovano spunti di riflessione che portano a riconoscere che il peso è una forza. Il dado, agganciato mediante un fermaglio ad un elastico (vedi Figura 3.9) lo deforma: il peso del dado è una forza. Anche il fermaglio deforma l'elastico: è un modo per riconoscere che il fermaglio ha peso e il peso del fermaglio è una forza. Ma come fare con oggetti che hanno un peso molto lieve? Si usano tanti oggetti e si appendono all'elastico, ognuno dà il suo contributo e la somma dei contributi deforma l'elastico. Prove analoghe si possono fare usando una molla.

Le bilance registrano il peso, cioè la forza. Facciamo salire i bambini su di una bilancia "pesa persone", segnamo il peso di ciascuno: il valore indicato dalla bilancia è la misura della forza. Ora si prova a spingere con la mano il piatto della bilancia dopo averla disposta verticalmente in modo da sfruttare la sola forza muscolare. Si segna il valore della forza con cui ogni bambino spinge il piatto della bilancia. Il lavoro dà l'occasione di fare classifiche, parlare di media, usare rappresentazioni grafiche, ecc.

II Livello: Si fanno esprimere i bambini circa le loro conoscenze sulla forza e poi sui suoi effetti. I bambini vengono avvisati del fatto che spesso il linguaggio comune non corrisponde a quello specifico di un certo ambito disciplinare, per cui occorre prestare attenzione al significato che viene attribuito alle parole. In fisica la definizione di una parola che indica una particolare grandezza, viene espressa attraverso lo studio degli effetti che la grandezza produce. Per esempio con la parola "forza" si intende indicare una grandezza che, in una certa situazione, produce deformazioni in materiali particolari, come elastici o molle. È importante comunque non dare eccessivo peso alla definizione di una grandezza, perchè la fisica non è una disciplina assiomatica.

Gli allungamenti di un elastico o di una molla permettono di riconoscere che il peso è una forza. Il dispositivo in Figura 3.10 può servire a studiare l'allungamento

Figura 3.10:

di un elastico e di una molla in relazione alla forza. Si mettono nel secchiello sorretto dall'elastico oggetti dello stesso peso, aggiungendoli uno alla volta, e si segnano i rispettivi allungamenti; si tolgono quindi i pesi, uno alla volta, segnando i rispettivi accorciamenti. Talvolta i pesi modificano l'elastico, per cui questo, nella fase di accorciamento, non riacquista le dimensioni presentate nella fase di allungamento a parità di pesi. Lo stesso procedimento si ripete usando il secchiello sorretto dalla molla. Riportiamo in un grafico gli allungamenti della molla ed i pesi corrispondenti. Se usiamo una molla con buona elasticità, ovvero che riacquista le dimensioni iniziali una volta tolti i pesi, vedremo che c'è **proporzionalità diretta** nella relazione forza applicata-allungamento della molla. Lo studio dei due esperimenti permette sia un confronto tra le due situazioni sperimentali sia l'individuazione di un metodo di misura della forza.

Se appendiamo un oggetto ad una molla, il peso dell'oggetto allunga la molla; oggetti appesi successivamente alla stessa molla che producono uguali allungamenti, hanno lo stesso peso. Possiamo quindi usare la molla per misurare forze. I segni relativi ai successivi allungamenti diventano tacche di una scala, in cui l'unità di

Figura 3.11:

misura può essere scelta a piacere. La suddivisione dello spazio tra tacca e tacca in 2, 3 o più parti permette di esprimere le misure in interi e in frazioni dell'unità di misura scelta. La taratura di una molla deve essere fatta dai bambini divisi in gruppi.

Dopo aver tarato la molla, è bene farla usare per trovare il peso di vari oggetti. Sperimenteranno così situazioni in cui entrano in gioco: la portata dello strumento, la sua sensibilità, l'unita di misura, il raccordo tra unità di misura diverse. Solo successivamente si faranno usare i dinamometri. I dinamometri sono molle tarate (vedi Figura 3.11). Le caratteristiche fisiche della molla (cioè la sua costante elastica) determinano la portata del dinamometro (es.: 100 g_p, 500 g_p, se l'unità di misura è in grammi peso).

È semplice far capire che una forza è caratterizzata oltre che dall'intensità, anche da una direzione e un verso. Con una tavoletta a fori, qualche elastico e qualche perno si può inventare il gioco delle forze, tipo battaglia navale: tira l'elastico in direzione Nord, oppure tira verso Sud di 2 cm, ecc. Tutti gli elastici di Figura 3.12

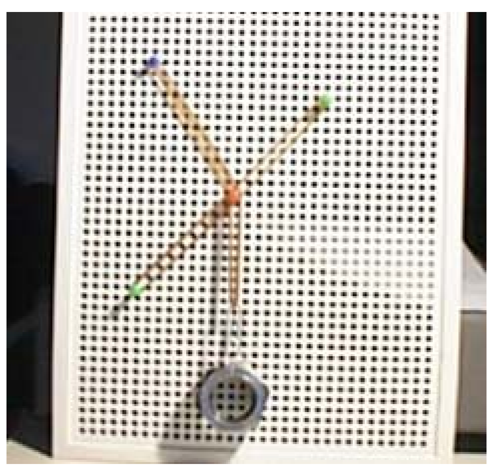


Figura 3.12:

sono tirati da forze che hanno diverse direzioni. Il peso del dado tira l'elastico in direzione verticale e verso il basso. Per descrivere una forza occorre indicare oltre all'intensità, anche la direzione e il verso.

III Livello: Dopo aver sollecitato gli interventi dei bambini circa le situazioni in cui interviene la parola forza, si esaminano gli effetti che l'azione di tirare produce su una grossa molla, posta sulla cattedra e trattenuta ad un estremo. Tiro ed essa si allunga, tiro di più ed essa si allunga di più. Tirare, e di conseguenza produrre una deformazione nella molla, corrisponde ad esercitare una forza.

Figura 3.13:

Da una molla giocattolo si passa ad una molla da laboratorio appesa ad un sostegno. L'azione di tirare è ora esercitata da un oggetto agganciato alla molla. Il peso dell'oggetto è una forza, l'allungamento di una molla a cui è appeso un oggetto ne è la prova.

Si fa notare che un oggetto, non appena viene agganciato alla molla, dà luogo ad oscillazioni (la molla si allunga e si accorcia ripetutamente). Il movimento oscillatorio si protrae a lungo, tanto che talvolta dobbiamo bloccarlo con la mano. La situazione, in cui il sistema molla oggetto è fermo, è definita situazione di equilibrio e si realizza quando sull'oggetto agiscono due forze di uguale intensità: una è il peso e l'altra è esercitata dalla molla che lo sostiene e che possiamo chiamare forza elastica.

Ogni gruppo di bambini deve fare esperimenti con la molla appesa ad un sostegno e una serie di oggetti uguali tra loro (vedi Figura 3.13). Come stabilire se gli oggetti hanno lo stesso peso? Due oggetti che, appesi ad una molla producono uguali allungamenti, hanno lo stesso peso. Appendendo successivamente ad una molla oggetti di ugual peso, uno alla volta, si hanno allungamenti proporzionali ai pesi. Ciò suggerisce la possibilità di tarare una molla con pesi campione e quindi usarla come strumento di misura della forza. Se si fanno usare molle diverse ai vari gruppi, si noterà che la costante di proporzionalità tra allungamento e peso dell'oggetto appeso dipende dalla molla (costruire il grafico).

I bambini possono usare l'esperimento appena svolto per tarare una molla ed usarla poi per misurare il peso di vari oggetti. Per ottenere misure più accurate, si fanno suddividere gli intervalli tra una tacca e l'altra in parti. Si chiede di scrivere la misura del peso di un oggetto, usando la molla così tarata.

I dinamometri sono molle tarate. Si fanno usare vari dinamometri, sottolineando le nozioni di portata e sensibilità dello strumento e di unità di misura della forza. Si comincia con il far notare che i pesi degli oggetti sono forze con la stessa direzione e lo stesso verso. La forza elastica della molla ha la stessa retta di azione di quella della forza che tira la molla e verso opposto.

Quindi le forze sono grandezze descritte da una misura (numero) e relativa unità di misura, da una direzione e da un verso: insomma si possono rappresentare con vettori. Si introduce sperimentalmente la somma di forze, prima in modo qualitativo con l'esperimento degli elastici e poi in modo quantitativo con l'esperimento in cui si usa il dinamometro. Gli esperimenti devono essere fatti dai bambini divisi in piccoli gruppi. Una conferma del carattere vettoriale delle forze e del fatto quindi che esse si sommano applicando la regola della composizione di due vettori ci viene esaminando la Fig. 3.14. Il piccolo anello di acciaio è in equilibrio tirato da tre forze

Figura 3.14:

(si trova al centro della figura ma non è ben visibile). I tre elastici sono uguali e subiscono lo stesso allungamento, visto che l'oggetto è al centro del cerchio. Ogni forza può considerarsi la risultante delle altre due, ha quindi la stessa intensità e la stessa retta di azione di una forza somma delle altre due forze, che risulta, in questo caso, avere la stessa intensità di queste.

Equilibrio e forze

I Livello: Vogliamo legare la situazione di equilibrio alla presenza di forze. Anche per questo argomento si comincia con un gioco: il tiro alla fune. Se le due squadre opposte tirano la fune con pari forza, il contrassegno sulla fune rimane fermo rispetto alla linea che separa le due squadre (vedi Figura 3.15); non appena una squadra esercita più forza, allora il contrassegno inizia a muoversi, fino a decretare la vittoria alla squadra più forte.

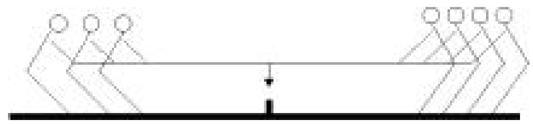


Figura 3.15:

Dal gioco si passa ad un semplice esperimento per spiegare l'equilibrio tra due forze che tirano. Un fermaglio viene mantenuto in equilibrio, cioè fermo, da due elastici uguali, deformati allo stesso modo. Ciò conferma che, per mantenere in equilibrio un oggetto su cui agiscono due forze, queste devono essere uguali ed opposte. Un altro esempio: una palla di gommapiuma fa sperimentare l'equilibrio di forze che premono; esse devono essere uguali perchè la palla stia ferma. Quindi la palla è in equilibrio tra due forze della stessa intensità e opposte cioè tali da deformare la palla allo stesso modo.

Consideriamo un oggetto appeso ad una molla. Se é in equilibrio vuol dire che anche la molla fa forza. Infatti se l'oggetto (ad esempio un dado) non fosse appeso alla molla, non sarebbe in equilibrio, perchè cadrebbe; quindi c'è, anche in questo caso, una seconda forza (oltre alla forza peso del dado), opposta ed uguale al peso, esercitata dalla molla, che possiamo chiamare forza elastica. In questo modo si sottolinea il fatto che **per mantenere un oggetto in equilibrio occorrono almeno due forze**.

Un bambino che si pesa su una bilancia è in equilibrio. Ci sono anche in questa situazione due forze opposte tra loro: il peso del bambino e la forza esercitata dalla bilancia (che dice di non mangiare più dolci!).

I bambini devono applicare quanto appreso precedentemente in situazioni nuove. Si osserva un oggetto su un tavolo. È in equilibrio? Allora quante forze ci sono? Quali forze? Non ci sono effetti visibili, ma certamente tangibili: solleviamo l'oggetto, esso pesa; premiamo sul tavolo, esso resiste, fa forza su di noi. Oltre al peso dell'oggetto, ci deve essere un'altra forza: è quella che il tavolo, su cui poggia l'oggetto, oppone al peso dell'oggetto. Peso e forza di sostegno del tavolo hanno lo stesso valore. Se la forza del tavolo non riuscisse ad equilibrare il peso dell'oggetto questo cadrebbe giù. Provate a mettere l'oggetto su uno strato di panna!

Sempre a proposito delle forze che sostengono, proviamo a mettere un ovetto (contenitore in plastica formato da due elementi a incastro) nell'acqua contenuta in un recipiente trasparente. Galleggia. Ci sono forze? Sfruttiamo l'analogia con l'esperimento precedente, per arrivare a concludere che le forze sono almeno due: il peso dell'ovetto e la forza che lo sostiene. Ora è l'acqua che fa forza per tener su

Figura 3.16:

l'ovetto. Complichiamo la situazione appendendo con un filo all'ovetto un pesciolino di vetro pieno (che non galleggia da solo). La situazione, mostrata in Figura 3.16, è veramente complessa e certo occorrono osservazioni aggiuntive per districarla: quelle che portano alla constatazione che l'acqua oppone una forza agli oggetti che con essa interagiscono, sia che galleggino sia che affondino. Dopo di ciò si arriva a concludere che le forze sono tre: il peso, la tensione del filo (originata dall'ovetto galleggiante) e la spinta dell'acqua.

Ormai abbiamo portato i bambini a sospettare che per l'equilibrio le forze possano essere più di due. Consideriamo un altro esempio: prendiamo un palloncino gonfiato con l'elio (gas inerte più leggero dell'aria), leghiamolo con un filo e assicuriamo il filo ad una sedia. Il palloncino sale in alto e rimane sospeso trattenuto dal filo. È come se galleggiasse nell'aria, l'aria fa come l'acqua. Quante forze ci sono sul palloncino? Il peso, la forza di sostegno dell'aria, quella del filo legato alla sedia: tre forze. Anche in questo caso sono tre le forze che tengono l'oggetto in equilibrio. In generale possono essere anche più di tre, ma mai una sola.

La presenza di tre forze viene invece richiamata nell'analisi della situazione di equilibrio di una macchinina su uno scivolo (vedi Figura 3.17). Il piano in discesa non è in grado di sostenerla e occorre agganciarla ad un elastico fissato al bordo dello scivolo. Ma il piano non dà nessun contributo? Basta inclinarlo diversamente per far constatare come la tensione dell'elastico vari e così mettere in evidenza il contributo del piano. Le forze che mantengono ferma la macchinina sono tre: il peso della macchinina, la forza del sostegno (il piano), la forza esercitata dall'elastico. Variando l'inclinazione del piano, variano due forze, quella esercitata dal sostegno e quella esercitata dall'elastico che la trattiene. Per visualizzare meglio la variazione

Figura 3.17:

della forza elastica sostituire l'elastico con un dinamometro. La forza misurata dal dinamometro cresce con l'inclinazione del piano: è pari al peso dell'automobilina quando il piano è verticale e l'automobilina è appesa; diventa zero quando il piano è orizzontale. Sia l'esempio di corpi che galleggiano in acqua che quello di oggetti in equilibrio su un piano inclinato saranno trattati in dettaglio in seguito.

II Livello: Si propongono situazioni di equilibrio di oggetti tirati da due forze, per far notare che l'equilibrio viene mantenuto se le due forze hanno la stessa intensità, uguale retta di azione e verso opposto. In statica un oggetto è in equilibrio quando rimane fermo. Nella Figura 3.18 è mostrato un fermaglio in equilibrio tra due dinamometri. Il cursore sulla scala indica che le forze con cui le molle dei dinamometri tirano l'oggetto sono uguali. Se aumentiamo una forza, anche l'altra deve aumentare,

Figura 3.18:

se vogliamo che il fermaglio sia in equilibrio. Ogni volta le due forze hanno la stessa intensità, sono allineate sulla stessa retta e hanno versi opposti.

Dalla semplice osservazione che ogni oggetto pesa deriva che, per mantenerlo fermo, cioè in equilibrio, dobbiamo usare almeno una seconda forza. Questa premessa porta ad introdurre, attraverso l'analisi di situazioni concrete, una forza particolare, la forza esercitata dal *sostegno* (tavolo o altro elemento che sorregge l'oggetto), spesso detta **forza di reazione del sostegno**. A questo proposito è istruttiva l'esperienza con un piano inclinato descritta nella prossima sezione.

Trasporto di forze
III Livello: Un altro aspetto da trattare è quello del trasporto di forze. Ad esempio quando misuriamo il peso di un oggetto con un dinamometro. Tra il dinamometro e l'oggetto c'è un gancio che trasporta la forza peso dell'oggetto alla molla del dinamometro. Analogamente nella situazione in Figura 3.19 il peso dell'oggetto

Figura 3.19:

viene trasportato con un filo che scorre nella gola di una carrucola al dinamometro. Il dinamometro misura il peso dell'oggetto. La forza agente sul dinamometro ha lo stesso valore del peso, ma direzione diversa. Il filo e la carrucola trasportano la forza e ne possono variare la direzione.

Con questi esperimenti si sottolineano particolarità che spesso vengono trascurate: è un modo per sviluppare atteggiamenti speculativi e critici.

Forze che fanno resistenza
I Livello: Questa volta sullo scivolo c'è un piccolo aereo, che non scivola giù, anche se non è trattenuto dall'elastico (vedi Figura 3.20). E' la discussione con i bambini che porterà alla scoperta di una nuova forza: quella di attrito. Si fa notare che il piano di appoggio è ruvido. La ruvidità del piano produce una forza (attrito), che assieme alla forza peso e alla forza del sostegno mantiene in equilibrio l'oggetto, che non scivola giù. Molte altre situazioni possono essere fatte vivere ai bambini, nelle quali l'attrito giochi sia un ruolo negativo che positivo: spostare un mobile, camminare su un pavimento lucidato a specchio, fare una corsa in pista, usare i freni della bicicletta, ecc.

Figura 3.20:

3.3 Forze ed equilibrio: esperimenti

<u>*Elastici come indicatori di forze*</u>
Scopo: Evidenziare come gli elastici possano essere indicatori di forze

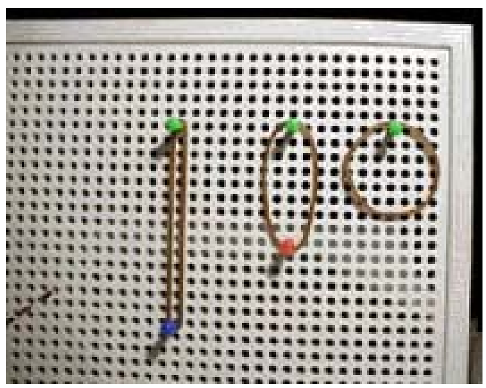


Figura 3.21: *Elastici come indicatori di forze*

Materiale: Elastici tondi, tavoletta forata con perni
Procedimento: Si appoggia un elastico ad un perno, senza tirarlo; esso serve da riferimento. Su un altro perno si sistema un secondo elastico, tirando lievemente l'estremità libera. Si nota la deformazione subita, esso assume una forma ovale. Per mantenere tale forma si fissa l'elastico con un secondo perno. Al terzo elastico deve essere applicata una forza maggiore della precedente, perchè oltre a deformarsi, esso possa allungarsi.
Conclusioni: La deformazione di un elastico, fissato ad un estremo, è indicativa di una forza applicata all'altro estremo e della sua entità.
Estensioni: La deformazione di un elastico può essere usata per controllare la costanza di una forza: se un oggetto è tirato da una forza, si può interporre un elastico tondo tra l'oggetto e chi fa l'azione di tirare; se le dimensioni della forma ovale, assunta dall'elastico, si mantengono costanti, la forza è costante.

Elastici e peso

Scopo: Evidenziare che il peso degli oggetti deforma e allunga un elastico. Verificare

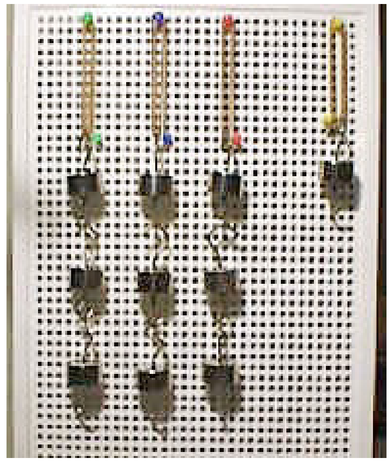


Figura 3.22: *Elastici e peso*

che oggetti uguali appesi ad elastici uguali li allungano allo stesso modo.
Materiale: Sostegno con fori. Perni. Elastici uguali. 10 oggetti uguali.
Procedimento: Si appende ad un elastico un oggetto. Si nota che l'elastico si allunga: è una prova che il peso è una forza. La lunghezza di questo elastico serve da riferimento. Si appendono a ciascun elastico tre oggetti uguali e si segna l'allungamento di ciascuno ponendo un perno in corrispondenza del punto a cui arriva l'elastico tirato. Si nota che gli elastici, che sostengono tre oggetti, hanno subito allungamenti uguali tra loro e maggiori di quello dell'elastico di riferimento, che sostiene un solo oggetto
Conclusioni: L'allungamento degli elastici ci indica che il peso è una forza. Forze uguali producono allungamenti uguali ad elastici uguali.
Avvertenze: L'esperimento andrebbe condotto come segue:
1- controllare che gli oggetti abbiano lo stesso peso appendendoli allo stesso elastico e verificando lo stesso allungamento;
2- controllare che gli elastici siano uguali, appendendo lo stesso oggetto e verificando lo stesso allungamento;
3- eseguire l'esperimento sopra indicato.
Non sembra comunque opportuno limitare l'immediatezza dell'esperimento proposto, che è solo indicativo e, trattandosi di elastici, non di precisione.

Due elastici per studiare l'equilibrio.

Scopo: Controllare che l'equilibrio di un oggetto tirato da due elastici uguali da parti opposte si realizza con allungamenti uguali degli elastici e quindi con forze di uguale intensità.
Materiale: Asta di legno. Due viti. Un fermaglio. Metro da sarta. Due elastici uguali.

Figura 3.23: *Due elastici per studiare l'equilibrio*

Procedimento: Su un'asta di legno sono inserite due viti ad una certa distanza, superiore a 30 *cm*. Si fissa, con puntine da disegno, sull'asta un metro da sarta. Si aggancia un grosso fermaglio con due elastici (attenzione che siano uguali) e si tendono gli elastici fissandoli alle viti. Ripetere l'esperimento variando la distanza tra le viti.
Conclusioni: Il fermaglio è in equilibrio e gli elastici hanno uguale lunghezza: ciò indica che le due forze che tengono in equilibrio il fermaglio hanno intensità uguali.

Tre elastici per studiare l'equilibrio.
Scopo: Studiare l'equilibrio di un oggetto tirato da tre elastici.

Figura 3.24: *Tre elastici per studiare l'equilibrio (1)*

Materiale: Cerchio di plastica con contorno forato. Tavoletta di forma rettangolare in plastica forata. Perni. Tre elastici uguali. Anellino.
Procedimento 1. Con il cerchio e il supporto quadrato: Si fissa un piccolo anello di acciaio a tre elastici uguali. Nella figura si trova al centro ed è poco visibile. Se gli elastici sono agganciati ai perni in modo da formare angoli uguali, allora la posizione di equilibrio dell'anello corrisponde al centro del cerchio. I tre elastici hanno quindi la stessa lunghezza e, di conseguenza, le forze hanno la stessa intensità. Se gli elastici sono agganciati ai perni in modo che due di essi formino un angolo minore di 120 gradi, il terzo elastico è più lungo degli altri due (vedi Figura 3.24). Se gli elastici sono agganciati ai perni in modo che due di essi formino un angolo maggiore di 120

gradi, il terzo elastico è più corto dei due.
Procedimento 2. Con la tavoletta rettangolare: Si sistemano i tre elastici, uguali,

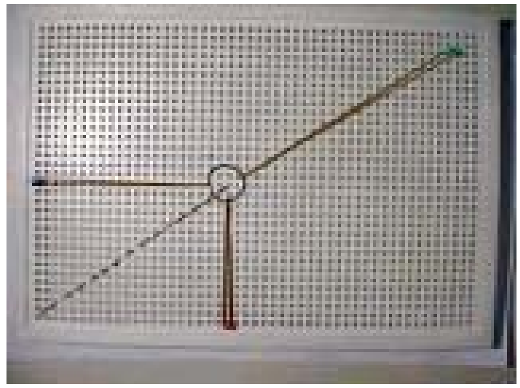


Figura 3.25: *Tre elastici per studiare l'equilibrio (2)*

legati tra loro mediante un anello di acciaio, in modo che due di essi siano mutuamente perpendicolari. Si verifica che la risultante è sulla retta a cui appartiene la diagonale del rettangolo individuato dai due elastici (vedi Figura 3.25).
Conclusioni: Nell'equilibrio con tre forze, le configurazioni ottenute dipendono dall'intensità delle forze e dalle loro direzioni.
Avvertenze: Gli elastici danno indicazioni della direzione e dell'entità della forza. Dati numerici potrebbero essere ricavati dagli allungamenti, se questi fossero proporzionali alle forze, ma, in genere, ciò non avviene usando elastici.
Estensioni: Se si fissa l'attenzione su due forze, la terza è la loro risultante. Le due forze possono essere sostituite da un'unica forza, di verso opposto, stessa retta d'azione, stessa intensità della risultante. Nel primo caso, con forze di uguale intensità e angolo tra esse di 120^o, la risultante ha la stessa intensità delle due forze e retta d'azione lungo la bisettrice dell'angolo (vedi Figura 3.26). Semplici considerazioni

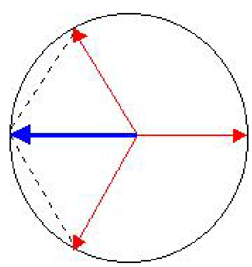


Figura 3.26: *Risultante di due forze*

geometriche portano a concludere che la risultante delle due forze è la diagonale di un rombo. Il risultato è una conferma della regola di composizione delle forze oppure può costituire un primo approccio alla regola. L'ultimo caso, quello degli elastici perpendicolari, ci dà solo informazioni sulla direzione della risultante.

Molle come indicatori di forze

Scopo: Evidenziare come le molle possano essere indicatori di forze.

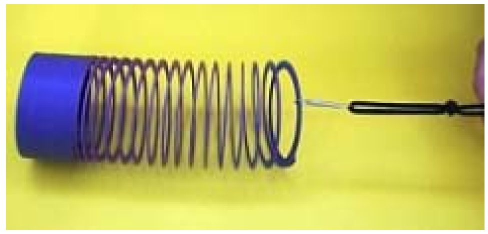


Figura 3.27: *Molle come indicatori di forze*

Materiale: Una grossa molla-giocattolo. Un fermaglio. Un cordino.
Procedimento: Si fissa al piano, con del nastro adesivo, un certo numero di spire della molla. L'altra estremità viene tirata direttamente con la mano o attraverso un filo e un fermaglio. Basta una leggera forza perchè la molla si allunghi. Aumentando la forza, la molla si allunga maggiormente.
Conclusioni: La deformazione di una molla è indicativa di una forza e della sua entità.
Avvertenze: Le molle giocattolo sono uno strumento sensibile, ma non adatte per confronti quantitativi tra forze, perchè non c'è proporzionalità tra allungamento ed entità della forza.

Allungamento di una molla con un peso

Materiale: Pannello di sostegno. Pioli. Molla non precompressa. Fermaglio. Dado

Figura 3.28: *Allungamento di una molla con un peso*

di bullone.
Procedimento: Si appende la molla al piolo. Si segna la sua lunghezza. Si appende il dado. La molla si allunga: il peso è una forza.

Conclusioni: L'allungamento della molla indica che il peso è una forza.
Avvertenze: L'uso di molle non precompresse facilita il confronto tra forze. Data la proporzionalità tra forze e allungamenti, i confronti tra forze si possono esprimere in rapporti numerici tra i rispettivi allungamenti.

Somma di forze

Scopo: Studiare come varia l'intensità della risultante di due forze al variare del-

Figura 3.29: *Somma di forze*

l'angolo tra le rette di azione (delle direzioni) delle due forze.
Materiale: Sostegno piano. Dinamometro (fondo scala 100 g_p). Tre pesetti da 25 g_p ciascuno. Carrucola. Filo. Perno. Goniometro.
Procedimento: Si appende ad un perno del sostegno piano il dinamometro. Si controlla il peso di ciascun pesetto. Si agganciano i tre pesetti l'uno all'altro e si controlla il peso. Quindi si formano due gruppi: un gruppo con due pesetti e un gruppo con un pesetto. Ogni gruppo è sospeso ad un filo che viene agganciato al dinamometro. In questo modo il dinamometro registra la risultante di due forze le cui rette d'azione, individuate dai fili, formano un angolo di ampiezza 0^o (sono coincidenti). Il dinamometro registrerà 75 g_p (ovvero la somma dei 3 pesetti).

Facciamo ora passare nella gola di una carrucola, che viene spostata ogni volta, il filo che regge il gruppo con un solo pesetto. Così si modifica l'angolo formato dalle rette d'azione delle due forze. È opportuno fissare sul sostegno un foglio bianco su cui segnare le direzioni assunte dai fili. Ogni volta che spostiamo la carrucola, varia la direzione della retta di azione della forza applicata dal singolo pesetto e di conseguenza la direzione della retta d'azione della risultante oltre che l'intensità della risultante stessa, letta sul dinamometro. Con un goniometro si misura l'angolo tra le rette di azione delle due forze applicate dai pesetti.
Conclusioni: I dati evidenziano come all'aumentare dell'ampiezza dell'angolo l'in-

tensità della risultante diminuisca.
Estensioni: È istruttivo verificare con questo semplice esperimento la regola della somma di due vettori (regola del parallelogramma). Sui fogli in cui i ragazzi hanno riportato le direzioni delle rette d'azione delle forze, disegniamo anche i relativi vettori con lunghezze pari alle intensità nel seguente modo: $F_1 = 50\ g_p$, $F_2 = 25\ g_p$ e, per un certo angolo tra F_1 ed F_2, riportiamo anche la risultante delle due forze con intensità data dalla lettura sul dinamometro. Ad esempio in Figura 3.30 l'angolo tra

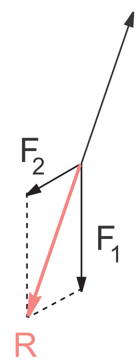


Figura 3.30: *Regola del parallelogramma*

F_1 ed F_2 è di 60^o e la retta d'azione della risultante applicata dal dinamometro (che in questo caso misura circa 66 g_p) è la retta d'azione della risultante delle forze F_1 ed F_2 che si ottiene con la regola del parallelogramma. L'intensità della risultante è data dalla lettura fatta con il dinamometro. Il verso della risultante è opposto a quello dell'equilibrante, ovvero della forza applicata dal dinamometro che equilibra $\vec{F_1} + \vec{F_2}$. Ripetere il procedimento per i vari angoli sarà istruttivo.

Equilibrio su un piano solido

Scopo: Riflettere sulle forze che mantengono in equilibrio un oggetto su un piano

Figura 3.31: *Equilibrio su un piano solido*

orizzontale.

Materiale: Un oggetto. Un piano
Procedimento: Si appoggia l'oggetto sul piano come in Fig. 3.31. Si constata la situazione di equilibrio. Sull'oggetto agisce la forza peso, che da sola non potrebbe mantenere l'oggetto in equilibrio. Basta togliere il sostegno e l'oggetto cade. Il sostegno quindi esercita forze che mantengono l'oggetto in equilibrio.

Equilibrio di oggetti disomogenei
Scopo: Studiare la condizione di equilibrio su un piano orizzontale di oggetti disomogenei.

Figura 3.32: *Equilibrio di oggetti disomogenei*

Materiale: Contenitori di plastica sottile ovoidali. Plastilina. Piombini.
Procedimento: Si aprono i contenitori e si sistema al loro interno della plastilina appesantita da un piombino, facendola aderire alla parete in punti diversi nei vari recipienti (essi hanno pertanto i baricentri in posizioni diverse). Richiusi gli oggetti, questi vengono appoggiati su un tavolo come in Fig. 3.32. Si nota che essi assumono una ben determinata posizione di equilibrio, legata alla posizione della parte appesantita. Se vengono rimossi da tale posizione, tendono a tornarci.
Conclusioni: Poichè il baricentro si trova nella parte appesantita, possiamo concludere che l'oggetto assume quella posizione di equilibrio nella quale il baricentro si trova nella posizione più bassa (ogni oggetto tende ad assumere la posizione che minimizza l'energia potenziale del sistema e realizza una condizione di equilibrio stabile, per la quale il baricentro risulta nel punto più basso possibile).

Equilibrio su un liquido
Scopo: Studiare l'equilibrio di un oggetto su una superficie liquida.
Materiale: Recipienti ovoidali di plastica sottile. Vaso con acqua. Plastilina.
Procedimento: Si appesantisce uno dei due recipienti con la plastilina. Si appoggiano i recipienti sull'acqua. Entrambi galleggiano ma affondano diversamente nell'acqua (vedi Fig. 3.33). E' chiaro che l'acqua oppone al peso dei due oggetti una forza pari al loro peso e che tale forza dipende da quanto gli oggetti affondano nell'acqua.
Conclusioni: Il galleggiamento di un oggetto è possibile se la forza opposta dall'acqua equivale al peso dell'oggetto.
Estensioni: Questo potrebbe essere un primo approccio allo studio del galleggiamento.

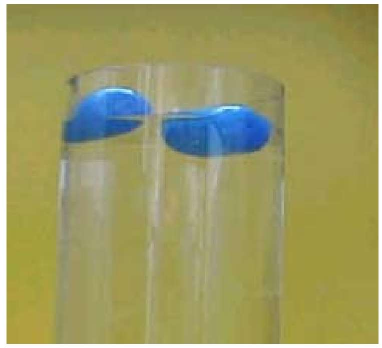


Figura 3.33: *Equilibrio su un liquido*

<u>*Equilibrio su un piano inclinato*</u>

Scopo: Studiare la condizione di equilibrio di una macchinina su uno scivolo liscio.

(a) (b)

Figura 3.34: *Equilibrio su un piano inclinato*

Materiale: Scivolo. Macchinina. 2 dinamometri. Sostegno.
Procedimento: Si misura il peso della macchinina come in Figura 3.34(a). Ad esempio: peso della macchinina = $\mathbf{P}$. La forza elastica della molla del dinamometro equilibra il peso della macchinina. Si sistema la macchinina sullo scivolo come in Figura 3.34(b). Ora il dinamometro segna una forza = $\mathbf{F}$. Tale forza equilibra il peso della macchinina? Certamente no, perchè la posizione dell'oggetto è cambiata, non è più sospeso ma appoggiato su un piano: anche la forza di sostegno del piano collabora al mantenimento dell'equilibrio. Chiamiamo $\vec{\mathbf{R}}$ la forza di sostegno del piano. Per mantenere l'oggetto in equilibrio, la risultante della forza parallela al piano $\vec{\mathbf{F}}$ e della forza $\vec{\mathbf{R}}$ perpendicolare al piano (esercitata dal piano), deve avere la stessa intensità, stessa retta di azione e verso opposto della forza peso.

Scomponiamo la forza peso $\vec{\mathbf{P}}$ nelle sue componenti: quella parallela al piano inclinato $\vec{\mathbf{P}}_\mathbf{x}$ e quella perpendicolare al piano inclinato $\vec{\mathbf{P}}_\mathbf{y}$ (vedi Figura 3.35). All'equilibrio la componente della forza peso parallela al piano $\vec{\mathbf{P}}_\mathbf{x}$ deve essere con-

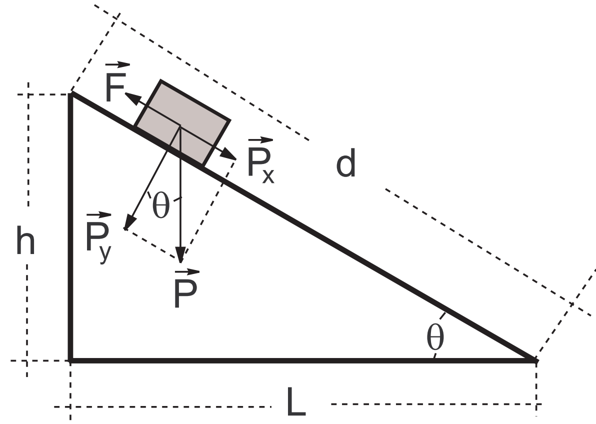


Figura 3.35:

trobilanciata dalla forza $\vec{\mathbf{F}}$ esercitata dal dinamometro, mentre la componente perpendicolare al piano della forza peso $\vec{\mathbf{P}}_{\mathbf{y}}$ è controbilanciata dalla forza $\vec{\mathbf{R}}$ esercitata dal piano, ovvero $\vec{\mathbf{F}} = -\vec{\mathbf{P}}_{\mathbf{x}}$, e $\vec{\mathbf{R}} = -\vec{\mathbf{P}}_{\mathbf{y}}$. La diagonale del rettangolo di lati $\mathbf{P_x}$ e $\mathbf{P_y}$ individua due triangoli rettangoli che sono simili al triangolo rettangolo che caratterizza il piano inclinato (vedi Figura 3.35). Sappiamo che nei triangoli simili, i lati opposti agli angoli uguali stanno tra loro in proporzione. Quindi se chiamiamo **d** l'ipotenusa del triangolo rettangolo che caratterizza il piano inclinato; **L** il cateto orizzontale ed **h** il cateto verticale, si ha

$$\frac{\mathbf{P_x}}{\mathbf{P}} = \frac{\mathbf{h}}{\mathbf{d}} \qquad\qquad \frac{\mathbf{P_y}}{\mathbf{P}} = \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{d}} \tag{3.5}$$

Misuriamo la lunghezza degli spigoli dello scivolo (vedi Fig. 3.35) e con il dinamometro misuriamo **F** e **P**. Verifichiamo che, all'equilibrio, $\mathbf{F}{=}\mathbf{P}\ (\mathbf{h}/\mathbf{d})$, ovvero, confrontando con l'eq. (3.5), $\mathbf{F} = \mathbf{P_x}$ cioè i moduli sono uguali. Chiaramente l'uguaglianza sarà verificata a meno di un errore dovuto sia all'errore di misura dei valori delle forze con il dinamometro che all'errore sulla misura delle lunghezze dei lati dello scivolo. E poi abbiamo trascurato altre forze come quella di attrito del piano. Dalla seconda relazione in eq. (3.5) possiamo ricavare $\mathbf{P_y} = \mathbf{P}\ (\mathbf{L}/\mathbf{d})$. Poichè all'equilibrio $\mathbf{P_y} = \mathbf{R}$ in modulo, con questo esperimento possiamo misurare anche il valore della forza esercitata dal piano inclinato all'equilibrio.

Come verifica, usiamo un pannello di legno come in Fig. 3.36. Disponiamo un dinamometro lungo la direzione parallela al piano inclinato ed un secondo dinamometro perpendicolare al primo. Passiamo un pezzo di filo sotto il paraurti della macchinina e ne leghiamo gli estremi agli anelli dei dinamometri. Ora spostiamo i dinamometri, senza variarne la direzione, fino a che il filo che sostiene la macchinina risulti formare un angolo retto come in Figura 3.36. Leggiamo le misure sui dinamometri.

Il dinamometro parallelo al piano misurerà **F**.

Il dinamometro perpendicolare al piano misurerà **R**, questa è la forza esercitata dal

Figura 3.36:

piano. La differenza tra questo valore e il valore di **R** calcolato precedentemente dovrebbe risultare entro gli errori sperimentali, verificatelo.

Calcoliamo la risultante della forza parallela al piano ($\vec{\mathbf{F}}$) e della forza di sostegno ($\vec{\mathbf{R}}$) con il teorema di Pitagora. Dovrebbe risultare (sempre entro gli errori sperimentali) che la risultante ha il modulo uguale al peso (**P**) della macchinina.

Conclusioni: L'oggetto sullo scivolo liscio è in equilibrio sostenuto dalla forza elastica del dinamometro e dalla forza esercitata dal piano dello scivolo. Il rapporto tra forza del dinamometro parallelo al piano e peso dell'oggetto è uguale al rapporto tra altezza e lunghezza dello scivolo. Il rapporto tra forza esercitata dal piano e peso dell'oggetto è uguale al rapporto tra base e lunghezza dello scivolo.

3.4 Applicazioni della seconda legge di Newton

La strada che abbiamo seguito nella presentazione delle leggi di Newton non ricalca quella usata nel caso della caduta dei gravi. In effetti sono stati alcuni fatti sperimentali ed alcune riflessioni teoriche che ci hanno portato alla formulazione delle leggi della dinamica. Nel caso della terza legge non abbiamo dato nessuna giustificazione, sebbene la discussione fatta sul problema della definizione statica delle forze possa essere illuminante (vedi per esempio la Figura 3.8). In riferimento alla Figura 1.1, che illustra il metodo scientifico, la nostra presentazione del problema della dinamica deriva da alcuni fatti ed osservazioni sperimentali che hanno portato a congetturare le tre leggi. Nella filosofia del metodo scientifico appare dunque d'obbligo sottoporre le conseguenze delle leggi di Newton a verifiche sperimentali. Esamineremo qui alcune di queste conseguenze.

Iniziamo con il considerare la seconda legge di Newton. Nel caso in cui si conoscano le forze che agiscono su un dato sistema, è possibile prevederne completamente il moto. Questo tipo di previsioni puó in genere essere facilmente controllato sperimentalmente. Come esempio consideriamo la **caduta dei gravi**. La forza da considerare è la forza peso, che in accordo alle osservazioni di Galileo (tutti i gravi cadono con identica accelerazione) deve risultare proporzionale alla massa del grave. Per il modulo della forza peso si dovrà avere

$$|\vec{P}| = m\ g \tag{3.6}$$

dove m è la massa e g è una costante: l'accelerazione di gravità definita precedentemente. Inoltre la forza peso è diretta verticalmente verso il basso. Dalla seconda legge della dinamica si ha la seguente equazione per i moduli

$$|\vec{F}| = m|\vec{a}| \tag{3.7}$$

Nel caso della caduta dei gravi $|\vec{F}| = |\vec{P}| = m\ g$ e quindi

$$m\ g = m\ a \tag{3.8}$$

dove abbiamo indicato con a il modulo dell'accelerazione, ovvero $|\vec{a}| = a$. Dalla precedente equazione vediamo che il modulo dell'accelerazione con cui cade ogni grave è uguale a g.

Definita la forza peso, siamo ora in grado di studiare il moto arbitrario di un grave. Descriveremo alcuni esempi.

Esempio 1

Consideriamo un sistema di riferimento come in Figura 3.37 con l'oggetto di massa m posizionato nel punto di coordinate $(x = 0, y = h)$ all'istante iniziale $t = 0$. Si suppone inoltre che l'oggetto abbia una velocità iniziale $\vec{v}_0 = (v_{0x}, v_{0y})$. Le equazioni di Newton, espresse per le componenti x e y dei vettori sono

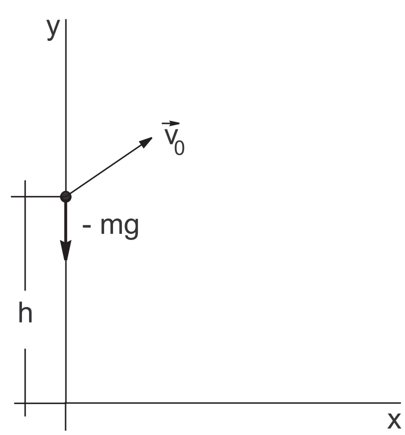


Figura 3.37: *Il sistema di riferimento scelto per studiare il moto di un grave.*

$$F_x = m\ a_x, \qquad F_y = m\ a_y \tag{3.9}$$

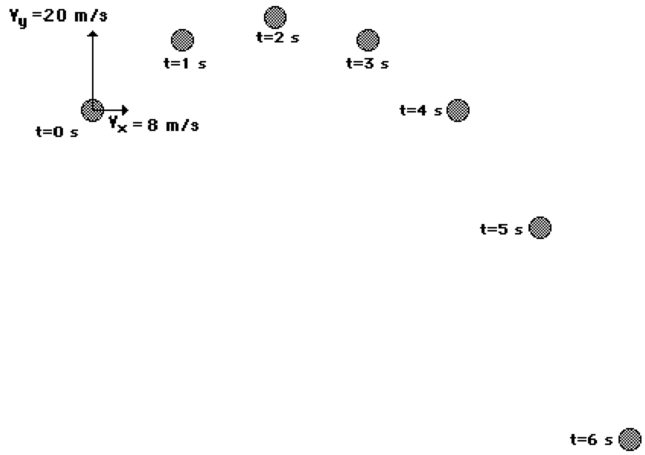


Figura 3.38:

Non c'è forza lungo l'asse x, dato che la forza peso è diretta lungo la verticale (asse y), quindi $F_x = 0$ e $F_y = -m\ g$. Avremo quindi

$$a_x = 0, \qquad a_y = -g \tag{3.10}$$

La prima di queste due equazioni ci dice che il moto lungo l'asse x avviene a velocità costante (essendo nulla l'accelerazione), e quindi pari a v_{0x}. Il moto nella direzione orizzontale è un moto uniforme. Possiamo applicare la legge del moto in eq. (2.14) per il moto in direzione orizzontale, tenendo conto che a $t = 0$, $x_0 = 0$. Otteniamo

$$x(t) = v_{0x}\ t \tag{3.11}$$

La seconda equazione in eq. (3.10) dice invece che il moto lungo l'asse verticale è uniformemente accelerato e quindi, applicando la legge data in eq. (2.17) si ha

$$v_y(t) = v_{0y} - g\ t \tag{3.12}$$

Per avere la posizione lungo l'asse y al tempo t usiamo la legge oraria del moto uniformemente accelerato in eq. (2.18) tenendo conto che $y_0 = h$

$$y(t) = h + v_{0y}\ t - \frac{1}{2}\ g\ t^2 \tag{3.13}$$

Il significato di questi tre termini è molto chiaro. La posizione lungo la verticale al tempo t è data dalla posizione iniziale $y_0 = h$, a cui va sommato il contributo del moto uniforme dovuto alla velocità iniziale v_{0y} ed il contributo del moto accelerato verso il basso dovuto alla forza peso. Analoga interpretazione ha l'espressione per $x(t)$.

Facciamo un esempio numerico. Il diagramma in Fig. 3.38 mostra la traiettoria di un proiettile lanciato da una posizione elevata (dalla cima di una collina). Le componenti della velocità iniziale sono: $v_{0x} = 8\ m/s$ e $v_{0y} = 20\ m/s$. Nel diagramma sono mostrate le posizioni del proiettile ad intervalli di 1 sec. Determinare le componenti della velocità a ciascun istante indicato sul diagramma. (*Risposta* - Il valore della componente orizzontale della velocità rimane costante: $v_x = 8\ m/s$. Il valore della velocità verticale varia di circa 10 m/s ogni secondo, quindi $v_y(t = 1\ sec) = 10\ m/s$, $v_y(t = 2\ sec) = 0\ m/s$, $v_y(t = 3\ sec) = -10\ m/s$, $v_y(t = 4\ sec) = -20\ m/s$, $v_y(t = 5\ sec) = -30\ m/s$, $v_y(t = 6\ sec) = -40\ m/s$).

Esempio 2

Consideriamo ora il caso di un proiettile sparato al livello del suolo ($h = 0$) e chiediamoci quale sarà la gittata (la distanza orizzontale percorsa dal proiettile dal momento dello sparo al momento in cui torna a terra) per una data velocità iniziale $\vec{v}_0 = (v_{0x}, v_{0y})$. Osserviamo che il proiettile toccherà terra al tempo t_s tale che $y(t_s) = 0$. Quindi possiamo determinare il tempo t_s risolvendo l'equazione

$$y(t_s) = 0 = v_{0y}\ t_s - \frac{1}{2}\ g\ t_s^2 = (v_{0y} - \frac{1}{2}\ g\ t_s)\ t_s \tag{3.14}$$

Questa equazione ha due soluzioni

$$t_s = 0, \qquad t_s = \frac{2\ v_{0y}}{g} \tag{3.15}$$

La prima soluzione corrisponde al momento dello sparo (la quota del proiettile è

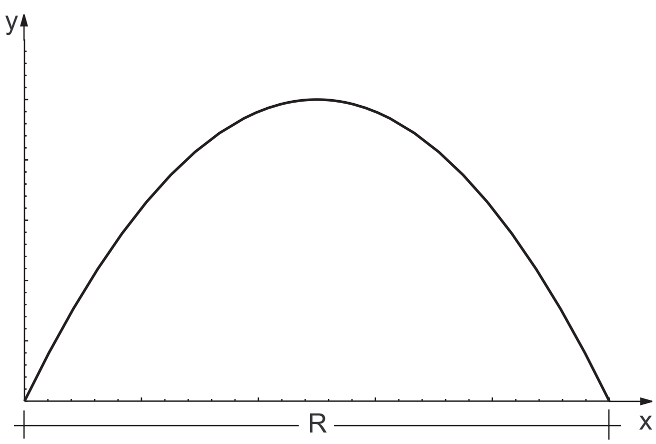


Figura 3.39: *Il moto di un proiettile.*

$y_0 = 0$ al momento dello sparo), mentre la seconda è quella che stiamo cercando. (Notare la differenza rispetto all'esempio precedente della palla di cannone. Nel caso precedente la componente verticale della velocità iniziale era nulla, nel caso in esame la quota iniziale è nulla). La gittata, che chiameremo R, è il valore di $x(t)$ calcolato al tempo t_s. Questo ci fornisce la distanza orizzontale percorsa dal proiettile

$$R \equiv x(t_s) = v_{0x}\ t_s = v_{0x}\ 2\frac{v_{0y}}{g} = 2\frac{v_{0x}\ v_{0y}}{g} \tag{3.16}$$

La traiettoria del proiettile (una parabola) è rappresentata in Figura 3.39. Come si vede il proiettile raggiunge un'altezza massima dopodiché la sua quota diminuisce. Pertanto al culmine della traiettoria, la componente della velocità lungo l'asse y si annulla (ricordiamo che il vettore velocità è tangente alla traiettoria in ogni punto). Questo punto si determina richiedendo $v_y(t_1) = 0$ dove t_1 è l'istante corrispondente al massimo della quota. Usando la legge oraria del moto uniformemente accelerato data in eq. (3.12) avremo

$$v_y(t_1) = 0 \quad \text{per} \quad t_1 = \frac{v_{0y}}{g} \tag{3.17}$$

e utilizzando l'eq. (3.15) da cui $v_{0y}/g = t_s/2$ otteniamo

$$t_1 = \frac{t_s}{2} \tag{3.18}$$

Il proiettile impiega metà del tempo di volo per raggiungere il massimo della quota. Adesso possiamo calcolare la distanza orizzontale dall'origine al culmine della traiettoria. Questa sarà

$$x(t_1) = v_{0x}\ t_1 = v_{0x}\ \frac{v_{0y}}{g} = \frac{R}{2} \tag{3.19}$$

Quindi il culmine viene raggiunto in una distanza pari alla metà della gittata. Infatti la curva è simmetrica rispetto a questo punto. Si può verificare che la **massima gittata** si ha quando

$$v_{0x} = v_{0y} = \frac{v_0}{\sqrt{2}} \tag{3.20}$$

con $v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}$ il modulo della velocità iniziale. Quindi la gittata massima è

$$R_{\max} = \frac{v_0^2}{g} \tag{3.21}$$

Tutte queste predizioni che si ottengono studiando il moto dei proiettili tramite le leggi di Newton sono verificate sperimentalmente in modo molto accurato (anche tenendo conto della resistenza dell'aria).

Esempio 3

Consideriamo adesso il caso di un oggetto che cade dall'altezza h con velocità diretta **unicamente** lungo l'asse x, v_{0x}. In questo caso le equazioni del moto (3.11) e (3.13) diventano

$$x(t) = v_{0x}\ t, \qquad y(t) = h - \frac{1}{2}\ g\ t^2 \tag{3.22}$$

Dunque il grave raggiunge il suolo ($y = 0$) al tempo

$$t_s = \sqrt{\frac{2\ h}{g}} \tag{3.23}$$

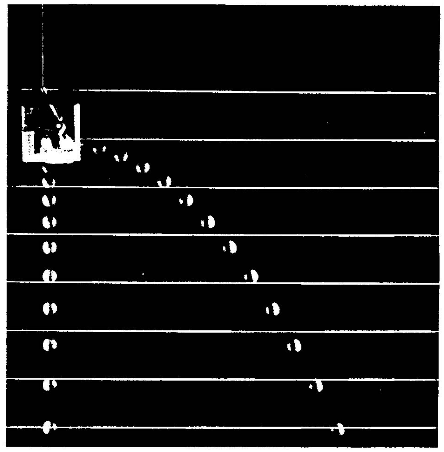


Figura 3.40: *Questa fotografia stroboscopica mostra che i tempi di caduta per due sfere con velocità orizzontali nulla e diversa da zero sono identici.*

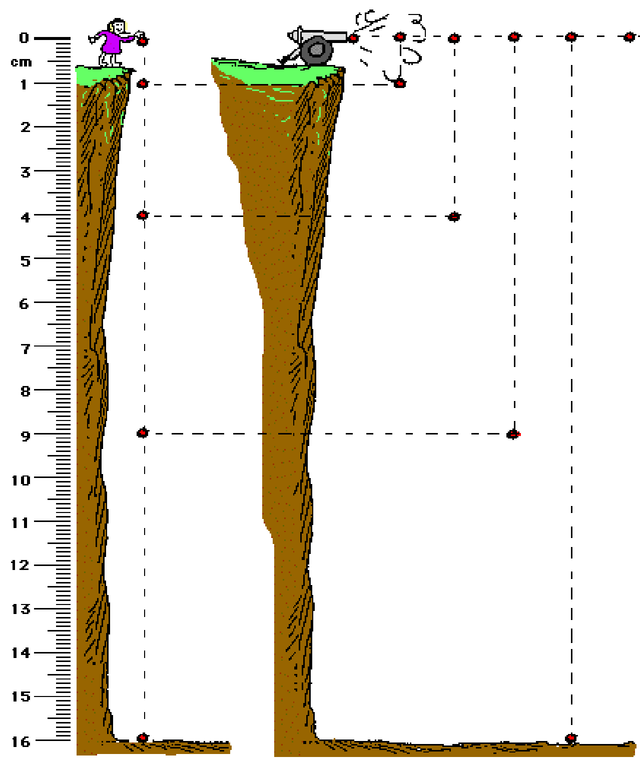


Figura 3.41:

indipendentemente dal valore di v_{0x}. Il fatto che il tempo impiegato per raggiungere il suolo non dipenda dalla componente orizzontale della velocità è una diretta conseguenza della completa indipendenza dei moti che avvengono in direzioni diverse. Una chiara evidenza sperimentale per questa conclusione è data in Figura 3.40.

Siamo ora in grado di risolvere il seguente esercizio.
Una bambina lascia cadere una pallina giù da una rupe alta 80 m. Dopo quanto tempo la pallina tocca terra? A che altezza si trova la pallina dopo 2, 3 secondi? Dalla stessa rupe viene lanciata orizzontalmente una palla di cannone. Dopo quanto tempo la pallina tocca terra? A che altezza si trova la pallina dopo 2, 3 secondi? Come risulta chiaro dalla Fig. 3.41, la velocità orizzontale iniziale della palla di cannone non influenza il moto verticale, quindi entrambi gli oggetti toccheranno terra dopo 4 sec (dall'equazione $y(t) = y_0 - 1/2\ g\ t^2$ abbiamo che il tempo t_s a cui gli oggetti toccheranno terra è determinato da $y(t_s) = 0$, ovvero $t_s = \sqrt{2\ y_0/g}$. Essendo $y_0 = 80\ m$, $g \simeq 10\ m/sec^2$, si ha $t_s = 4\ sec$). Usando le stesse formule otteniamo anche che dopo 2 sec i due oggetti si trovano alla stessa altezza: $y(2\ sec) = 80-1/2\times10\times2^2 = 60\ m$ e dopo 3 sec si trovano a $y(3\ sec) = 80-1/2\times10\times3^2 = 35\ m$.

Esempio 4

Come ulteriore esempio consideriamo il piano inclinato e facciamo una scelta degli assi come in Figura 3.42. Vogliamo determinare la legge del moto ed il tempo che

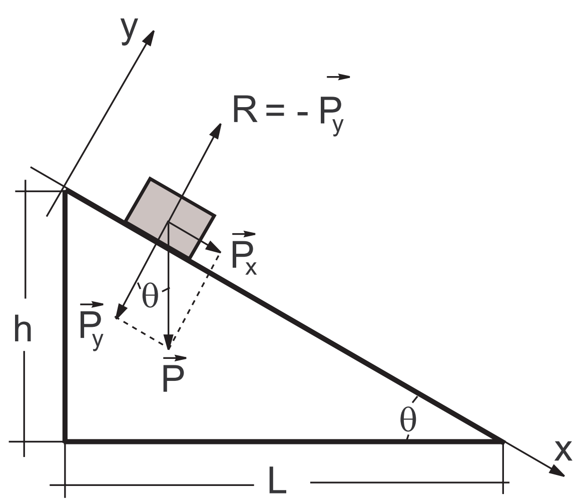


Figura 3.42: *La scelta del sistema di riferimento per discutere il moto sul piano inclinato.*

il grave impiega a percorrere tutto il piano inclinato, dall'origine degli assi sino alla fine del piano. Quindi la distanza che percorre è data da

$$d = \sqrt{L^2 + h^2} \tag{3.24}$$

Sull'oggetto che stiamo considerando agisce la forza peso $\vec{P}$. Le componenti della forza peso rispetto agli assi scelti, $\vec{P_x}$, $\vec{P_y}$ si calcolano considerando la similitudine dei triangoli: il primo formato dal piano inclinato e il secondo formato da P_x, P_y e P (vedi Fig. 3.42). Segue allora

$$\frac{P_x}{P} = \frac{h}{d}, \qquad \frac{P_y}{P} = \frac{L}{d} \tag{3.25}$$

e quindi, usando $P = mg$, le componenti del vettore peso sono

$$\vec{P} = (P_x, P_y) = (mg\frac{h}{d}, -mg\frac{L}{d}) \tag{3.26}$$

L'altra forza che agisce sul grave è la forza di reazione del piano inclinato. Infatti, dato che il grave è vincolato a rimanere sulla superficie, ne segue che il piano reagisce alla componente lungo l'asse y della forza peso, con una forza $\vec{R} = -\vec{P}_y$. Quindi la seconda legge della dinamica in questo caso diventa

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R} \tag{3.27}$$

ed in componenti

$$ma_x = P_x = mg\frac{h}{d}, \quad ma_y = P_y + R_y = 0 \tag{3.28}$$

Quindi

$$a_x = g\frac{h}{d}, \quad a_y = 0 \tag{3.29}$$

Vediamo che il piano inclinato ha l'effetto di **ridurre l'accelerazione** lungo la direzione del piano inclinato rispetto all'accelerazione di gravità di un fattore h/d uguale alla **pendenza del piano inclinato**. Inoltre, dato che la velocità iniziale lungo y è nulla, non abbiamo moto lungo l'asse y. Cioè il grave rimane nella posizione $y = 0$ per tutto il moto, e quindi questo tipo di moto è in effetti un moto unidimensionale.

Se il grave non ha velocità iniziale, ovvero lo lasciamo partire da fermo a $t = 0$ ed il punto di partenza è l'origine delle coordinate ($x_0 = y_0 = 0$), si ha

$$v_x(t) = a_x\ t = g\ \frac{h}{d}\ t \tag{3.30}$$

e

$$x(t) = \frac{1}{2}\ g\ \frac{h}{d}\ t^2 \tag{3.31}$$

Pertanto il tempo t_s necessario per arrivare in fondo al piano inclinato, si ottiene ricavando t^2 dall'equazione precedente per $x(t_s) = d$ ed estraendo la radice quadrata:

$$t_s = \sqrt{\frac{2d^2}{gh}} \tag{3.32}$$

Proviamo e risolvere il seguente esercizio illustrato in Fig. 3.43. I due diagrammi descrivono il moto di un carrello dell'otto-volante per due diverse inclinazioni. La massa del carrello è di 1000 Kg. Assumendo attrito e resistenza dell'aria trascurabili, calcolare la forza di reazione del piano $\mathrm{F}_{\mathrm{norm}}$, la forza peso $\mathrm{F}_{\mathrm{grav}}$, la forza risultante $\mathrm{F}_{\mathrm{net}}$ e l'accelerazione nei due casi.

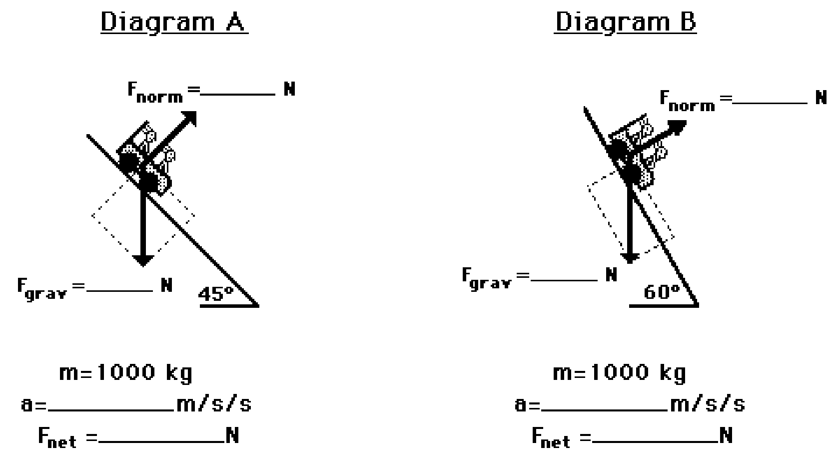


Figura 3.43:

(Risposta: (A) F_{norm}=7071 N, F_{grav}= 10 000 N, F_{net}= 7071 N, a= 7.07 m/sec/sec; (B) F_{norm}=5000 N, F_{grav}= 10 000 N, F_{net}=8660 N, a =8.66 m/sec/sec).

Esempio 5

Alla fine del capitolo sulla cinematica, abbiamo analizzato il moto circolare uniforme. Esso è caratterizzato da un'accelerazione diretta verso il centro, il cui modulo è

$$|\vec{a}| = \frac{v^2}{r} \tag{3.33}$$

dove v è il modulo della velocità ed r il raggio della circonferenza. Applichiamo adesso la seconda legge della dinamica. Questa ci dice che al fine di mantenere un moto circolare uniforme con un'accelerazione data da dall'eq. (3.33) è necessaria una forza diretta verso il centro e pari a

$$|\vec{F}| = m\frac{v^2}{r} \tag{3.34}$$

L'accelerazione viene chiamata accelerazione centripeta. Analogamente la forza in eq. (3.34) è detta **forza centripeta**.

Consideriamo adesso il **moto dei pianeti** attorno al sole e quello della luna attorno alla terra. In prima approssimazione si possono considerare tali moti circolari uniformi. Si vede dunque che la seconda legge della dinamica richiede l'esistenza di una forza attrattiva tra il sole ed i pianeti e tra la terra e la luna diretta lungo le rispettive congiungenti.

Fu Newton ad immaginare che questa forza tra pianeti e sole fosse anche la forza responsabile del peso. Ovvero la forza di gravità che esiste tra la terra e gli oggetti vicini ad essa è anche responsabile del moto dei pianeti.

Secondo la leggenda, quest'idea venne a Newton quando aveva 24 anni e fu colpito da una mela che cadeva da un albero. Che questo sia mito o realtà non ha importanza, quello che colpisce è l'abilità di Newton di collegare la causa dei moti

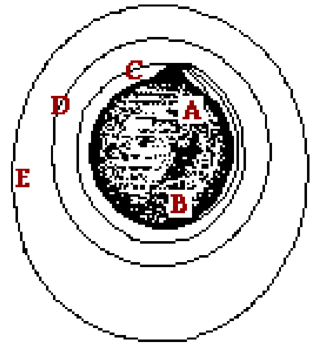


Figura 3.44: *Lancio di palle di cannone dalla "montagna di Newton". Aumentando la velocità di lancio, la palla di cannone percorre una distanza maggiore prima di toccare terra fino a compiere una traiettoria circolare senza mai cadere.*

celesti (l'orbita della luna attorno alla terra) con la causa dei moti sulla terra (la caduta della mela) arrivando cosi alla nozione di gravitazione universale.

È istruttivo riportare in Fig. 3.44 un'illustrazione che compare negli scritti di Newton accompagnata da una lunga discussione del moto della luna come moto di un proiettile. Il ragionamento di Newton è il seguente. Supponiamo che una palla di cannone sia sparata orizzontalmente da una montagna molto alta in una regione in cui possiamo trascurare la resistenza dell'aria. In assenza di gravità la palla di cannone si muoverebbe in linea retta. Ma in presenza di gravità la palla di cannone compierà una traiettoria parabolica e cadrà sulla terra (cammino A). Supponiamo di lanciare ancora la palla di cannone orizzontalmente ma con una velocità superiore. In questo caso la palla percorrerà una distanza superiore prima di toccare terra (cammino B). Supponiamo ora che ci sia una velocità iniziale tale che la traiettoria della palla di cannone segua la curvatura della terra. In questo caso non cadrebbe mai sulla terra e diventerebbe un satellite in orbita attorno ad essa (cammino C). Il moto della palla di cannone che cade sulla terra (e quindi anche della mela) è analogo al moto della luna in orbita attorno alla terra. La stessa forza che causa la caduta degli oggetti sulla terra è responsabile dei moti celesti (su orbite circolari o ellittiche).

Questa naturalmente era una pura ipotesi che andava verificata con i fatti sperimentali (ricorda ancora la Figura 1.1). Newton doveva fornire un'evidenza sperimentale dell'estensione della forza di gravità dai fenomeni terrestri ai fenomeni celesti. In altre parole doveva mostrare come l'effetto della gravità è "diluito" con la distanza. A quei tempi si sapeva che la forza di gravità accelera i corpi in caduta di 9.8 m/sec^2. Si sapeva anche che l'accelerazione centripeta della luna nel suo moto attorno alla terra è di 0.00272 m/sec^2. Infatti, se consideriamo il moto della luna circolare uniforme, la velocità si ottiene dividendo la lunghezza dell'orbita lunare

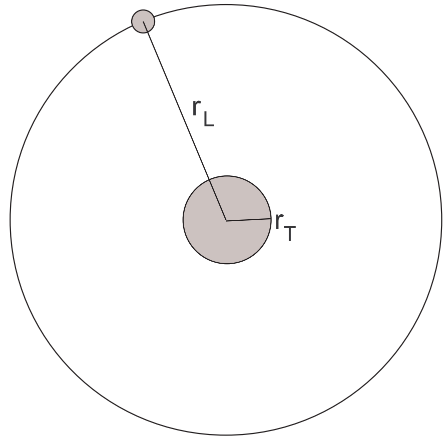


Figura 3.45: *La figura illustra le variabili usate per la discussione relativa alla forza di attrazione gravitazionale tra terra e luna.*

(una circonferenza centrata sulla terra) per il tempo impiegato a percorrerla

$$v = \frac{2\pi r_L}{T} \tag{3.35}$$

dove r_L è la distanza terra luna, che era nota dalle osservazioni delle eclissi lunari ($r_L = 384 \times 10^3$ Km) ed il tempo T è circa 27.3 giorni. Dalla formula per l'accelerazione centripeta data in eq. (3.33)

$$a_L = \frac{v^2}{r_L} \tag{3.36}$$

si trova

$$a_L = 4\pi^2 \frac{r_L}{T^2} \approx 2.7 \times 10^{-3} \text{ m/sec}^2 \tag{3.37}$$

Se la stessa forza che causa la caduta della mela sulla terra è anche responsabile dell'accelerazione della luna, deve esistere una spiegazione del perchè l'accelerazione della luna sia circa 1/3600 volte più piccola

$$\frac{a_L}{a_{\text{mela}}} = \frac{0.00272\ m/sec^2}{9.8\ m/sec^2} = \frac{1}{3600} \tag{3.38}$$

Se confrontiamo la distanza tra la mela e il centro della terra con la distanza della luna dal centro della terra (vedi Fig. 3.46) vediamo che il raggio dell'orbita lunare è circa 60 volte il raggio terrestre

$$\frac{r_L}{r_T} \approx \frac{384 \times 10^3\ Km}{6368\ Km} \approx 60 \tag{3.39}$$

La relazione matematica diventa quindi chiara. Newton dedusse che indipendentemente dal corpo che si considera, mela o luna, la sua accelerazione verso la terra

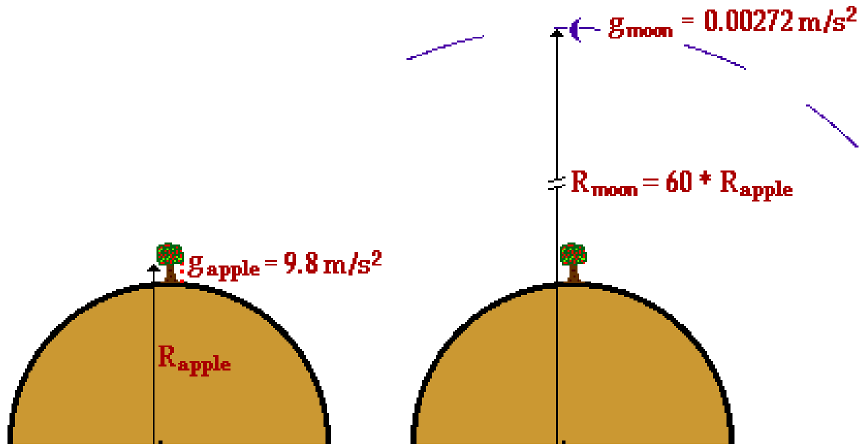


Figura 3.46:

segue la **legge dell'inverso del quadrato della distanza**, cioè

$$a \propto \frac{1}{r^2} \tag{3.40}$$

dove il simbolo "$\propto$" significa "direttamente proporzionale" ed r è la distanza del corpo dal centro della terra.

Ma la distanza non è l'unica variabile da cui dipende la forza di gravitazione universale. In accordo con la seconda legge della dinamica la forza è uguale alla massa dell'oggetto per la sua accelerazione. Quindi che la forza di attrazione gravitazionale della terra su un corpo di massa m sarà direttamente proporzionale alla massa m. Inoltre, in accordo con la terza legge di Newton, alla forza che provoca l'accelerazione della mela verso la terra è associata una forza uguale in modulo e di verso opposto, che provoca l'accelerazione della terra verso la mela. Quindi, dal momento che la forza di attrazione della terra sulla mela è proporzionale alla massa della mela, tale forza dovrà essere anche proporzionale alla massa della terra. Riassumendo, la forza di gravità dovrà essere direttamente proporzionale alla massa del corpo e alla massa della terra ed inversamente proporzionale al quadrato della distanza del corpo dal centro della terra.

La legge di gravitazione universale di Newton si estende anche ai sistemi oltre la terra. La parola "universale" indica il fatto che **TUTTI** gli oggetti si attraggono con una forza di attrazione gravitazionale. Ad esempio: studiando la forza di attrazione del sole sui pianeti, si può verificare che la forma completa della legge di forza gravitazionale tra due corpi di massa m_1 e m_2 distanti r è

$$F_{grav} = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \tag{3.41}$$

dove G è la costante di Newton.

La forza che esercita il corpo 1 sul corpo 2 è diretta dal corpo 2 verso il corpo 1. È una conseguenza della terza legge della meccanica che il corpo 2 esercita una forza uguale ed opposta alla precedente sul corpo 1. Quindi quando siete seduti in classe, siete gravitazionalmente attratti dal vostro compagno accanto a voi, e anche dal vostro libro di fisica! Tutti gli oggetti si attraggono proporzionalmente al prodotto delle loro masse.

Abbiamo illustrato in dettaglio la derivazione di Newton della legge di gravitazione universale perché rappresenta un bellissimo esempio di applicazione del metodo scientifico. L'ipotesi teorica che luna e mela siano soggette ad una identica attrazione da parte della terra viene sottoposta ad un confronto con i dati tale da permettere di derivare la legge di forza. Dal confronto dei dati delle orbite dei pianeti attorno al sole è poi possibile ottenere una conferma diretta della validità di questa ipotesi.

La relazione in eq. (3.41) ci permette di correlare la costante di Newton con l'accelerazione di gravità. Infatti per un grave di massa m sulla superficie della terra avremo

$$F_{grav} = m\ g = G\frac{m\ M_{\rm terra}}{r_T^2} \qquad \text{ovvero} \qquad g = G\frac{M_{\rm terra}}{r_T^2} \tag{3.42}$$

dove abbiamo sostituito r con r_T= raggio della terra, dato che per corpi vicini alla terra, la distanza può essere presa uguale al raggio terrestre. Quindi la conoscenza di g ci permette di calcolare il prodotto $G\ M_{\rm terra}$.

Il valore di G fu ricavato da Cavendish in una famosa esperienza nella quale fu in grado di misurare direttamente la forza di attrazione gravitazionale tra due masse note in laboratorio. Quindi usando la (3.41) egli ottenne

$$G = 6.67 \times 10^{-11}\ \frac{\rm N \cdot m^2}{\rm Kg^2} \tag{3.43}$$

Adesso è possibile ricavare la massa della terra usando l'equazione (3.42), che ci dà

$$M_{\rm terra} = \frac{g\ r_T^2}{G} \approx \frac{9.8 \times (6.4 \times 10^6)^2}{6.67 \times 10^{-11}} \approx 6 \times 10^{24}\ \rm Kg \tag{3.44}$$

Dall'equazione (3.42) vediamo come l'accelerazione di gravità dipenda dalla distanza che un oggetto ha dal centro della terra. Ad esempio un oggetto posto a 1000 Km dalla superficie della terra ha una distanza dal centro della terra di 7368 Km e risente di un'accelerazione di gravità di 7.3 m/sec^2 (da confrontarsi con $g = 9.8\ m/sec^2$ sulla superficie della terra).

La stessa equazione usata per determinare il valore di g sulla terra può essere usata per determinare l'accelerazione di gravità sulla superficie di altri pianeti. È sufficiente conoscere la massa e il raggio del pianeta

$$g = G\frac{M_{\rm pianeta}}{R^2_{\rm pianeta}} \tag{3.45}$$

I risultati sono riportati in Tabella 3.1.

Pianeta	Raggio (m)	Massa (Kg)	g (m/sec^2)
Mercurio	2.43 $\times 10^6$	3.2 $\times 10^{23}$	3.61
Venere	6.07 $\times 10^6$	4.9 $\times 10^{24}$	8.83
Marte	3.38 $\times 10^6$	6.4 $\times 10^{23}$	3.75
Giove	6.98 $\times 10^7$	1.9 $\times 10^{27}$	26.0
Saturno	5.82 $\times 10^7$	5.7 $\times 10^{26}$	11.2
Urano	2.35 $\times 10^7$	8.7 $\times 10^{25}$	10.5
Nettuno	2.27 $\times 10^7$	1.0 $\times 10^{26}$	13.3
Plutone	1.15 $\times 10^6$	1.2 $\times 10^{22}$	0.61

Tabella 3.1: *Valori dell'accelerazione di gravità sui vari pianeti.*

m_1 (Kg)	m_2 (Kg)	Distanza (m)	Forza di gravità (N)
studente 70 Kg	terra 5.98 $\times 10^{24}$ Kg	sulla superficie 6.37 $\times 10^6$ m	686 N
studente 70 Kg	studente 70 Kg	1 m	3.3 $\times 10^{-7}$ N
studente 70 Kg	libro 1 Kg	1 m	4.7 $\times 10^{-9}$ N
studente 70 Kg	Giove 1.9 $\times 10^{27}$ Kg	sulla superficie 6.98 $\times 10^7$ m	1822 N

Tabella 3.2: *Valori della forza di gravità tra vari oggetti.*

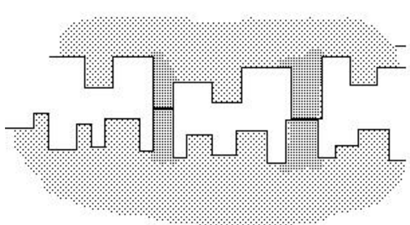
Poniamo ancora attenzione sul fatto che la forza di gravità non esiste solo tra la terra e altri oggetti, e non solo tra il sole ed i pianeti, ma esiste tra tutti gli oggetti con un'intensità direttamente proporzionale al prodotto delle loro masse. Chiaramente, la maggior parte delle forze gravitazionali sono cosi piccole da non essere notate. Infatti si possono riconoscere solo quando le masse degli oggetti sono sufficientemente grandi. Per avere un'idea, abbiamo riportato in Tabella 3.2 il valore della forza di gravità in varie situazioni. Quanto peserebbe uno studente con una massa di 70 Kg sulla superficie di Giove?

3.5 Attrito

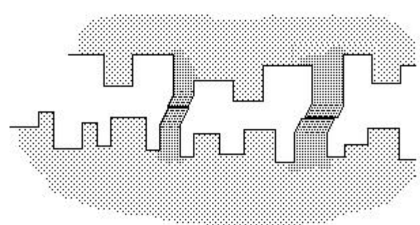
Sappiamo che le situazioni fisiche ed i processi meccanici nei quali non intervengano apprezzabili fenomeni di attrito sono abbastanza rare non solo nell'esperienza osservativa ma anche nelle esperienze di laboratorio. Proprio tali rare situazioni vengono presentate in modo privilegiato e proposte come esempi per la comprensione delle idee fondamentali della meccanica newtoniana e per motivarne gli assiomi. È quindi importante che la iniziale connotazione negativa assunta dai fenomeni di attrito (...

bisogna eliminarli per cominciare a capire qualcosa ...) non duri a lungo poiché : i) rischia di essere erroneamente percepita come una affermazione appartenente alla disciplina in sé; ii) perché continuare ad accantonare i fenomeni di attrito ostacola il processo di apprendimento, non permettendo il necessario raccordo tra i contenuti della disciplina e l'esperienza umana; iii) infine perché il luogo comune che consiste nell'enfatizzare gli aspetti svantaggiosi dei fenomeni di attrito e di trascurare quelli vantaggiosi (... bisogna eliminarli per avere i massimi vantaggi ...) è motivato soltanto da una miope logica utilitaristica, che non trova riscontro nella realtà. A fronte di questo stato di relativa urgenza del problema-attrito accade che anche per lo studio macroscopico di tali fenomeni sono necessari strumenti concettuali relativamente avanzati, con alcuni contributi della microfisica: corpo rigido ideale, corpo elastico ideale, solido reale, contatto ideale, contatto reale, coesione, adesione, energia, calore, vibrazioni atomiche, reticolari, acustiche, ... È chiaro che nel contesto di questo corso, tale studio va mantenuto entro i limiti di una realistica richiesta di impegno e quindi più che di conoscenza di tali argomenti si deve parlare di informazione elementare. Gli obiettivi che ci proponiamo di raggiungere possono essere riassunti come segue: mostrare, limitatamente ad una classe di fenomeni selezionata per semplicità della situazione fisica, che anche i fenomeni di attrito appartengono di pieno diritto alla meccanica, nel senso che sono interpretabili in armonia con i suoi principi, ammettendo l'esistenza di speciali interazioni tra (due) solidi; caratterizzare tali interazioni dal punto di vista fenomenologico in termini di forze, introducendo solo i primi elementi riguardo all'energia; informare, per mezzo di un modello fisico accettabile, che (anche) i fenomeni di attrito hanno origine da processi microscopici.

La nostra comprensione dei fenomeni di attrito, che sono stati approfonditamente studiati per un grandissimo numero di materiali e per lungo tempo, è ancora molto rudimentale. Nonostante la grande disponibilità di risultati sperimentali, che per-



(a)



(b)

Figura 3.47: *Rappresentazione schematica di una porzione dello strato di contatto tra due solidi sovrapposti. In corrispondenza alle due zone di contatto vi sono due colonne di materiale in stato di compressione elastica (a). In caso di attrito statico, applicando una forza orizzontale al corpo superiore, le due colonne di contatto si deformano lateralmente (b)*

altro presentano una grande varietà di caratteristiche, risulta difficile comprendere quali sono i meccanismi fisici e chimici attraverso i quali atomi e molecole superficiali interagiscono e soprattutto dissipano l'energia meccanica liberata nello strato di contatto. I risultati dei moderni esperimenti, condotti su scala nanometrica nel tentativo di colmare queste lacune, esulano dal presente contesto, che invece fa riferimento ai classici studi macroscopici. Cominciamo con la distinzione tra superficie di appoggio e superficie di contatto. Le superfici "piane" dei solidi reali possono avere diverso grado di rugosità, in relazione al modo in cui si sono formate, da quello chiaramente percettibile al tatto fino a quello rilevabile solamente al microscopio. Ma se anche nel campo di osservazione del microscopio la superficie appare localmente liscia, essa non è mai geometricamente piana nella scala della superficie di appoggio: presenta invece sempre delle ondulazioni più o meno accentuate. In ogni caso, o per difetti di rugosità, o per difetti di non planarità, il risultato è che le due superfici non possono mai essere in contatto per tutta l'estensione del piano di appoggio. D'altra parte tutti i solidi reali sono elastici e sono plastici: dipende dalle caratteristiche delle sollecitazioni cui sono sottoposti, compresa la loro durata. Un cilindro di ferro che, appoggiato orizzontalmente ha una certa lunghezza, si accorcia quando è collocato verticalmente, ed i suoi strati inferiori sono compressi (ovvero avvicinati) più di quelli superiori. Per comodità, in casi come questo, possiamo considerare il solido come un corpo rigido, e pensare la proprietà elastica concentrata nel solo strato più basso, che è proprio lo strato di contatto con il supporto. Pensando di abbassare lentissimamente il cilindro, esso non si ferma quando la sua superficie tocca quella del tavolo, ma quando le forze elastiche che si sviluppano nello strato di contatto arrivano a compensarne il peso. La stessa cosa può avvenire alla superficie del tavolo, con il risultato che si forma un certo numero di colonne di contatto che si trovano in stato di compressione elastica (vedi Figura 3.47a). In esse è immagazzinata energia elastica che verrà restituita quando i corpi torneranno ad allontanarsi. Nelle zone di contatto si ha il massimo avvicinamento possibile tra i due materiali. Qui possono avvenire fenomeni di adesione, vere e proprie saldature a freddo ed anche reazioni chimiche. In certi casi di alta planarità riuscire a distaccare i due solidi può essere un'impresa di non poco conto. Le colonne compresse applicano, tutte insieme, due forze eguali ed opposte ai corpi nelle vicinanze delle superfici di contatto. La massa dello strato di contatto è trascurabile rispetto alle masse dei corpi, cosicché esso può essere "sostituito" da una interazione repulsiva tra i corpi. Le forze possono essere perpendicolari oppure oblique rispetto al piano di contatto, quando i due corpi sono sollecitati in direzioni opposte (vedi Figura 3.47b). Questo è un modello fisico per l'attrito statico. Quando però l'angolo di inclinazione delle colonne raggiunge un valore critico, queste si spezzano e la loro energia va "dispersa". Contemporaneamente i due corpi, se non ostacolati, acquistano accelerazione.

Lo studio delle forze d'attrito prospetta diversi problemi di apprendimento. I nodi concettuali relativi all'attrito sono strettamente correlati ad altri più generali in ambito dinamico. Ad esempio, il fatto che si tenda a pensare che la forza motrice deve essere maggiore della forza di attrito perché un corpo si muova a velocità costante non va attribuito soltanto a carenze di comprensione dei fenomeni di attrito ma è anche un problema di incomprensione del secondo principio della dinamica o se si vuole del significato di equilibrio dinamico e delle condizioni che lo determinano. In ogni caso molti dei nodi concettuali sull'attrito riguardano in modo specifico l'incapacità di comprendere la natura dei fenomeni d'attrito e di descriverli in modo adeguato. Una prima difficoltà si registra già nel riconoscere la fenomenologia dell'attrito ed anche quando viene riconosciuta, l'attrito non viene concepito come l'effetto di un'interazione, descrivibile in termini di forza. Esso è piuttosto inteso come una sorta di condizione caratteristica della situazione in esame, la cui incidenza sulla dinamica del caso non si traduce in termini di forze. Questo problema va senz'altro attribuito in gran misura al punto di vista parziale generalmente adottato a scuola nella trattazione dei fenomeni d'attrito. L'attenzione viene subito ed esclusivamente concentrata sull'effetto che l'interazione produce su una sola delle due parti coinvolte. Può in parte essere ricondotto anche alla più generale e diffusa difficoltà a comprendere l'origine delle forze.

Il problema di riconoscere l'azione di forze d'attrito, viene posto in questo corso considerando una serie di esperienze semplici ma rappresentative della fenomenologia di base dell'attrito tra solidi cioè di contesti nei quali le forze di attrito giocano un ruolo importante.

La prima esperienza descrive un sistema costituito da un blocco di materiale appoggiato su un piano orizzontale e trascinato da un corpo pendente vincolato ad esso da un filo passante per una carrucola. Le conoscenze acquisite dallo studio delle leggi della dinamica permettono di ricavare senza problemi le condizioni per l'equilibrio usando il bilanciamento delle forze. Immaginiamo ora una situazione analoga ma di maggiore complessità, quella in cui il blocco viene posto sopra una spazzola dalla parte delle setole, per le quali si ha un'azione di contrasto al movimento trasversale relativo. Questa situazione fa poi da ponte tra la prima situazione ed una terza, ad essa affine, quella di un oggetto appoggiato su un piano scabro e soggetto all'azione di una forza parallela al piano. È facile qui riconoscere l'azione dell'attrito e comprendere come questa si possa rendere in termini di forza.

Ai fini di una solida comprensione dell'attrito risulta poi essenziale riconoscere alcuni caratteri fondamentali dell'attrito tra solidi. Innanzitutto la netta demarcazione tra i due domini distinti dell'attrito statico e dell'attrito dinamico. È questo uno dei tratti distintivi dell'attrito tra solidi che, se non riconosciuto e sufficientemente compreso, non può che generare confusione ed incapacità di azione di fronte a situazioni anche relativamente semplici. E non si tratta soltanto di comprendere che se si comincia a spingere un oggetto inizialmente fermo sopra un piano orizzontale scabro quello non si muove fino a che la spinta non è sufficientemente intensa. Ma anche che una volta che l'oggetto si è messo in moto la forza necessaria per mantenerlo in moto a velocità costante è pure costante ed uguale alla forza d'attrito dinamico che la forza applicata deve equilibrare. Ed inoltre che questa è inferiore a quella necessaria per mettere in moto l'oggetto. L'effettiva comprensione passa anche per il riconoscimento del fatto che anche forze di intensità inferiori alla forza di attrito statico al distacco possono corrispondere a situazioni dinamiche, qualora vengano applicate ad oggetti già in movimento.

Un altro gruppo di nodi di apprendimento interviene in relazione all'individuazione della dipendenza della forza di attrito dai vari fattori che caratterizzano l'interazione tra gli oggetti attraverso le superfici a contatto: la natura e l'estensione delle superfici, la forza che i due oggetti in interazione esercitano l'uno sull'altro. Intuitivamente si fa fatica ad accettare l'indipendenza della forza d'attrito dall'estensione della superficie di contatto. L'uso di esempi come quello delle due spazzole affacciate, senz'altro efficaci nel rendere l'idea di un'interazione legata al fatto che le superfici non sono effettivamente lisce, può alimentare questo fraintendimento e va dunque accompagnato da una discussione per chiarire i limiti di validità di questo semplice modello. Relativamente alla dipendenza dalla forza di interazione, è molto diffusa e radicata l'idea secondo cui la forza d'attrito dipende soltanto dal peso dell'oggetto appoggiato, per quanto l'efficacia di questa idea venga meno non appena ci si muova al di fuori della situazione banale dell'oggetto appoggiato su un piano orizzontale e soggetto soltanto a forze parallele al piano. Un esempio tanto semplice quanto efficace da utilizzare per il superamento di questa convinzione errata e mostrare che l'attrito dipende dalla reazione vincolare è quello classico del libro premuto contro un muro scabro verticale.

Infine, grande confusione si presenta in relazione al verso della forza d'attrito. L'affermazione "le forze d'attrito si oppongono sempre al moto" manca di specificare che il moto in questione è quello relativo delle superfici a contatto. Da questa imprecisione deriva l'incapacità di interpretare diverse situazioni, anche relativamente semplici, come ad esempio quella dei due blocchi sovrapposti in contatto attraverso superfici scabre quando il blocco sottostante è soggetto all'azione di una forza esterna, parallela al piano di appoggio. In questo caso, il blocco sovrastante inizia a muoversi proprio per azione della forza di attrito che si sviluppa alla superficie di contatto dei due blocchi, e dunque si ha che la forza d'attrito non ostacola il moto ma anzi lo produce. Analogo è il caso, anche se più complesso, della sfera e del cilindro che rotolano senza strisciare su un piano orizzontale sottoposti all'azione di una forza applicata ad essi a diverse altezze rispetto al piano di appoggio. L'analisi di queste situazioni consente di generalizzare le conclusioni precedentemente tratte, che si riconoscono valide sia nei casi di pura traslazione che in quelli che coinvolgono sia traslazioni che rotazioni. Un altro sistema che verrà considerato è costituito ancora da due blocchi, uno dei quali appoggiato a un piano e soggetto a una forza esterna e l'altro interagente con il primo tramite una delle sue facce verticali. Questa situazione permette di considerare un caso in cui la forza premente, che determina il valore della forza di attrito, non è originata dalla forza peso ma dalle caratteristiche del moto del sistema.

Gli obiettivi specifici che ci proponiamo di raggiungere sono i seguenti:
1) distinzione tra attrito statico e dinamico e conoscenza dell'andamento a soglia che caratterizza i fenomeni di attrito
2) dipendenza della forza di attrito statico al distacco dalla natura delle superfici a contatto, dalla loro estensione e dalla reazione vincolare di appoggio

3) utilizzo dei principi fondamentali della dinamica per misurare forze di attrito
4) riconoscimento della dipendenza della forza di attrito da vari fattori, fisici, geometrici o dinamici.

3.6 Attrito: esperimenti

<u>*Attrito statico*</u>
Scopo: Illustrare l'andamento a soglia dell'attrito tra solidi e individuare da quali grandezze dipende la forza d'attrito in regime statico.
Materiale: Blocchi di materiale diverso (legno, plexiglas,...), una corda, una carrucola, un bicchierino.
Procedimento: Situazioni nelle quali il contatto tra corpi (solidi indeformabili o de-

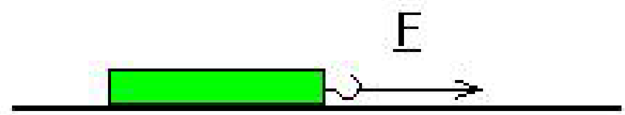


Figura 3.48:

formabili) dà luogo sia a condizioni di strisciamento sia a condizioni in cui non si ha strisciamento sono presenti nella esperienza quotidiana. Un sistema fisico concreto con cui studiare agevolmente il problema è costituito da un blocco di legno appoggiato su un tavolo (la perfetta orizzontalità non è essenziale). Applichiamo una forza F parallela al piano d'appoggio tirando il blocco con la mano per mezzo di un filo (vedi Figura 3.48). In una prima fase vedremo che il blocco resta fermo nonostante l'applicazione della forza esterna, e non si muove fino a che tale forza non raggiunge un certo valore. Infatti, continuando ad aumentare gradualmente la forza applicata, vediamo che il blocco, ad un certo punto, si mette in movimento. A questo livello l'analisi può essere necessariamente solo qualitativa, ma serve a distinguere due fasi: del blocco fermo e del blocco in moto, che devono essere considerate separatamente.

Per poter applicare al blocco forze di intensità crescente con continuità, l'azione della mano è sostituita dalla tensione di un filo parallelo al piano di appoggio, collegato tramite una carrucola ad un recipiente in cui può essere versata dell'acqua (è bene che lo spessore del blocco e la dimensione della carrucola e del suo sostegno siano tali che il filo sia parallelo al piano di appoggio). Il recipiente scende lungo la verticale, soggetto al proprio peso (vedi Figura 3.49). Con il blocco di legno fermo sul tavolo, si riempie progressivamente d'acqua il recipiente, inizialmente vuoto. Appena il blocco si mette in moto si smette di aggiungere acqua in modo che il sistema sia soggetto ad una forza esterna costante (la forza peso del recipiente con acqua al momento del distacco). Con questo semplice dispositivo è possibile verificare l'esistenza di un intervallo di valori della forza insufficienti a mettere in moto il

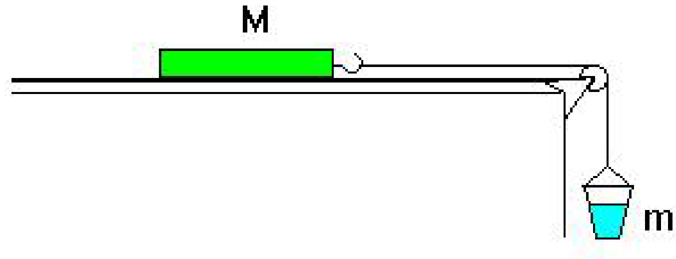


Figura 3.49:

blocco. In tali condizioni (di equilibrio statico) vale che:
- F ha intensità uguale al peso del secchiello con l'acqua appeso al filo ($F = m\ g$);
- la forza esercitata sul blocco dal piano di appoggio (indicata, per esempio, con A (forza di attrito) non può che avere intensità uguale a quella di F, stessa direzione e verso opposto. La conoscenza di F al distacco (si può ricavare dal peso del recipiente con l'acqua al distacco) consente quindi di misurare A al distacco (valore di soglia che indicheremo con A_s).
È bene anche osservare che, fintanto che il blocco è fermo, la forza di interazione A tra il blocco e il piano non ha un valore definito ma varia con la forza F che viene applicata al blocco. Infatti, poichè il blocco sta fermo, ovvero è in equilibrio, la risultante delle forze ad esso applicate è zero, quindi $\vec{F} = -\vec{A}$. Aumentando progressivamente l'intensità di F aumenta anche l'intensità di A, fino a quando il blocco non si muove. Potrà essere così individuato il valore di soglia per A. Superato tale valore, il blocco striscia. L'analisi della situazione è in questo caso più complessa (**attrito dinamico**) e non verrà qui affrontata. Dalle conoscenze delle leggi della dinamica dovrebbe essere chiaro che ora F è maggiore della forza esercitata dal piano sul blocco durante lo strisciamento. Il valore di soglia di A, che indichiamo con A_s risulta maggiore del valore della forza di attrito durante lo strisciamento.

Vale la seguente relazione per A_s, il valore di soglia di A :

$$A_s = f_s N \tag{3.46}$$

dove N la forza che preme il blocco contro il piano (nel nostro caso ha intensità pari al peso del blocco), f_s è definito come coefficiente di attrito statico, ricavato sperimentalmente per coppie di materiali a contatto. Come abbiamo detto, la forza di attrito è generata dall'interazione tra due solidi. Se questi vengono accostati e poi premuti l'uno contro l'altro, si hanno delle deformazioni nelle zone (discontinue) in cui si verifica effettivamente il contatto, che consentono ad una certa percentuale di "pieni" di uno dei solidi di alloggiare nei "vuoti" dell'altro e viceversa. In tale situazione le due superfici restano come "agganciate" dalle loro rugosità. L'applicazione su uno dei corpi di una forza parallela alla superficie dei profili di rugosità, cioè parallela alla superficie di contatto macroscopicamente intesa (e di una reazione opposta e di uguale intensità sull'altro corpo) provoca una distorsione in direzione tangenziale dei "denti" delle rugosità che si traduce in deformazioni di flessione e di taglio di tipo elastico, almeno fino a certi limiti. In tale circostanza, l'interazione tra le superfici quando un corpo è sollecitato a spostarsi tangenzialmente rispetto all'altro (come il blocco sul piano di appoggio per effetto della forza F) ha le caratteristiche di una azione elastica e ciò spiega perché nella fase pre-soglia si ha $A = F$. Un modello concreto può essere costituito da due spazzole a denti abbastanza fitti e rigidi (per esempio due spazzole di plastica da bucato) accostate e premute leggermente l'una contro l'altra così che i denti dell'una si aggancino ai denti dell'altra come in Figura 3.50. Una forza che sollecitasse una delle spazzole a spostarsi paral-

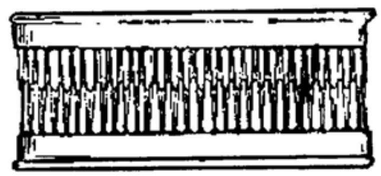


Figura 3.50:

lelamente alla superficie di contatto provocherebbe una apprezzabile deformazione dovuta alla flessione dei denti senza produrre lo sganciamento. In queste condizioni, tale deformazione è elastica e quindi consente una analogia con una molla che venga sollecitata a deformarsi in condizioni statiche: la forza esercitata dalla molla sul sistema che la deforma ha intensità uguale a quella esercitata sulla molla dal sistema. Si può perciò pensare alla forza di attrito statico come a una reazione elastica che ha quindi la stessa intensità della forza esterna: può così essere valutata misurando quest'ultima (come abbiamo fatto, da un punto di vista operativo). Se però, al crescere della forza esterna, le deformazioni superano un certo limite, un processo di sganciamento delle due rugosità subentra all'interazione elastica e prende avvio un regime di strisciamento (nel modello delle spazzole questo corrisponderebbe ad uno sganciamento dei denti e all'inizio dello strisciamento di una spazzola sull'altra). Questo regime è caratterizzato da effetti molto diversi rispetto a quello statico. Per esempio, mentre il primo tipo di interazione conserva l'energia meccanica (definita nella Sezione seguente), lo strisciamento trasforma energia meccanica in energia termica, è accompagnato da frammentazione più o meno estesa delle creste di rugosità (alla lunga, per attrito radente si produce polvere dei due solidi a contatto, specialmente del più tenero), possono prodursi vibrazioni (responsabili di cigolii o stridii), ecc. Il fatto che il valore limite che può assumere la forza di interazione prima che si verifichi lo sganciamento (cioè il valore di A_s) dipenda linearmente dalla forza premente (N) suggerisce che il numero n degli "accoppiamenti vuoto-pieno" dei profili di rugosità cresce proporzionalmente con la forza normale N con cui le superfici sono premute l'una sull'altra. L'idea che un aumento della superficie di appoggio porti ad aumentare il numero degli "accoppiamenti vuoto-pieno" è invece contraria al fatto che la forza di attrito è indipendente dall'estensione della superficie di appoggio. Tale indipendenza può essere spiegata pensando che un cambiamento della superficie di contatto, a parità di forza premente, modifica il numero di accoppiamenti per unità di superficie e non il loro numero totale.

Per convincersi dell'esattezza dell'eq. (3.46) possiamo fare delle prove che mostrino quali sono i fattori che influenzano la forza d'attrito: l'intensità della reazione vincolare, la natura dei materiali, la loro estensione, la velocità relativa delle superfici a contatto.

Attrito statico al distacco

Dipendenza dalla natura delle superfici a contatto: usare blocchi di diverso materiale, con stessa estensione. Con ciascuno di essi procedere come prima versando lentamente acqua nel contenitore fino a che il blocco comincia a muoversi. Registrare il valore dell'attrito al distacco ricavato dal peso del contenitore al distacco. Troveremo così indicazioni sulla dipendenza di A_s dalla natura delle superfici a contatto.

Indipendenza dall'estensione della superficie di contatto: considerare un blocco a forma di parallelepipedo avente le tre facce di area diversa, in modo che appoggi sul tavolo attraverso superfici di diversa estensione. Nelle diverse disposizioni porre attenzione a mantenere sempre orizzontale il filo collegato al bicchiere, variando eventualmente l'altezza della carrucola. Una volta predisposto il sistema alla misura, si procede come prima aggiungendo lentamente acqua nel bicchiere. Valutare la forza di attrito al distacco nei tre casi. Troveremo che A_s è circa la stessa per tutte e tre le facce ovvero che l'attrito al distacco non dipende dall'estensione della superficie di contatto.

Dipendenza dell'attrito al distacco dalla reazione vincolare normale alle superfici a contatto: si ripete la misura ponendo sul blocco altre due masse (possibilmente diverse) per poi procedere come nei due casi precedenti, aggiungendo cioè lentamente acqua nel bicchiere inizialmente vuoto fino alla messa in movimento del blocco. Le conclusioni che si possono trarre sulla dipendenza dell'attrito al distacco dall'intensità della forza normale premente sono date da una relazione di proporzionalità come espressa in eq. (3.46).

Forza d'attrito come responsabile del moto

Scopo: Mostrare che le forze d'attrito NON si oppongono SEMPRE al moto

Materiale: Un blocco di massa M, un piano orizzontale (l'attrito tra il blocco di massa M e il piano deve essere trascurabile), un blocco di massa m

Procedimento: Applichiamo ad M una forza orizzontale F come in Figura 3.51. Possiamo farlo attaccando un filo ad M e tirando con una mano. Vogliamo osservare il moto di m e studiare le cause che lo producono in presenza di attrito tra la superficie di quest'ultimo e quella del blocco M.

Applicando una forza $F < A_s$ con A_s dato dal valore di soglia della forza d'attrito tra le superfici dei due blocchi, vediamo che i due blocchi si muovono in modo solidale. Pur non avendo applicato nessuna forza direttamente sul blocco m, questo si muove di moto accelerato. Che forza agisce su m? Cosa succederebbe se non ci fosse attrito tra le superfici di M e di m? La forza d'attrito che agisce su m ha direzione e verso

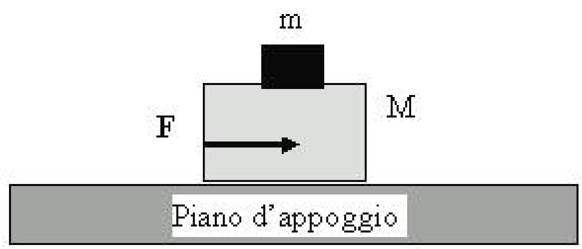


Figura 3.51:

tale da opporsi allo scorrimento relativo delle superfici a contatto dei due blocchi, e questo è in accordo con quanto osservato nell'esperimento precedente. Ma, la situazione presentata è sotto certi aspetti inusuale: la forza d'attrito, comunemente considerata come una forza che ostacola il moto, ha qui l'effetto di trascinare il blocco con un'accelerazione non nulla nel verso del moto. La forza totale agente sul blocco M ha intensità minore rispetto a quella che abbiamo applicato dall'esterno. Perché? Sappiamo che se m risente, per effetto del contatto con il blocco più grande, di una forza diretta verso destra e responsabile del suo moto, anche il blocco M risente di una forza di verso opposto ma avente la stessa intensità e direzione (come previsto dal principio di azione e reazione). Quindi possiamo concludere che una forza di attrito agisce anche sul blocco M per effetto del contatto tra la sua superficie e quella del blocco m. Questa forza si oppone al moto di M e quindi allo scivolamento relativo tra le superfici a contatto dei due blocchi. La relazione tra la forza $\vec{F}$, la forza di attrito $\vec{A}$ e l'accelerazione dei due blocchi $\vec{a}$ si ottiene applicando il secondo principio della dinamica ai due blocchi separatamente. Al blocco di massa m è applicata solo la forza di attrito $\vec{A}$, quindi si ha

$$\vec{A} = m\vec{a} \tag{3.47}$$

Invece, al blocco di massa M è applicata la forza $\vec{F}$ e la reazione alla forza di attrito $-\vec{A}$,

$$\vec{F} - \vec{A} = M\vec{a} \tag{3.48}$$

infatti i due blocchi si muovono in modo solidale con la stessa accelerazione $\vec{a}$. Confrontando le due relazioni otteniamo che l'accelerazione con cui si muovono i blocchi è

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m + M} \tag{3.49}$$

In completa assenza di attrito, il blocco con massa m sarebbe rimasto fermo mentre il blocco con massa M avrebbe acquistato un'accelerazione maggiore in modulo e data da $\vec{a} = \vec{F}/M$.

Apportiamo ora una modifica al sistema fisico. Eliminiamo la forza $\vec{F}$ che agisce sul blocco M e applichiamo una forza costante di intensità pari a $\vec{F}$ al blocco m. Ora il blocco M viene trascinato dalla forza d'attrito dovuta al contatto con il blocco m. Anche in questo caso la forza d'attrito ha dunque l'effetto di produrre il moto accelerato di un corpo. Cosa possiamo concludere riguardo al verso della forza di attrito che agisce sul blocco M e di quella che ora agisce su m? Sono uguali o diversi da prima? (adesso la forza $\vec{F}$ è applicata alla massa m e la forza d'attrito è responsabile del moto di M. Quindi, in questo caso, la forza di attrito che agisce sul blocco M ha lo stesso verso di $\vec{F}$ mentre, ovviamente, la reazione che agisce su m ha verso opposto. I versi delle forze di attrito sono opposti rispetto al caso precedente). Scrivete, anche in questo caso la relazione tra la forza $\vec{F}$ e l'accelerazione dei due blocchi (Risposta: $\vec{F} = (m + M)\vec{a}$). Scrivere la relazione tra la forza di attrito che agisce su M e l'accelerazione di M (Risposta: $M\vec{a} = \vec{A}$).

3.7 Applicazioni della terza legge di Newton

La terza legge di Newton, o principio di azione e reazione ci fornisce un mezzo formidabile per la risoluzione di vari problemi della dinamica, ma il suo contenuto è molto sottile e dedicheremo quindi questo paragrafo alle applicazioni di questa legge.

In Figura 3.52 si illustra il caso di un oggetto (un blocco di materiale solido) appoggiato su un carrello. Tra il blocco ed il piano del carrello esiste un attrito non

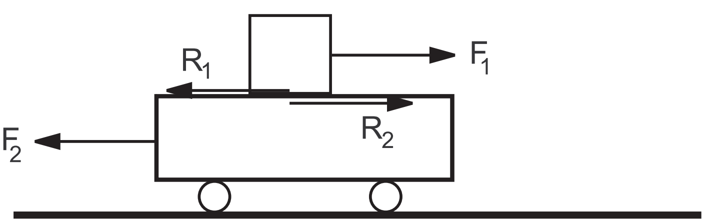


Figura 3.52: *Illustrazione del caso discusso nel testo di applicazione del principio di azione e reazione al sistema piano più blocco.*

trascurabile. Applichiamo al blocco una forza F_1. Se la forza F_1 non è troppo grande il blocco tenderà a trascinarsi dietro il carrello. Infatti alla forza F_1 si opporrà la forza di attrito R_1 che il piano esercita sul blocco (nel paragrafo precedente abbiamo chiamato questa forza A). Per il principio di azione e reazione il blocco dovrà esercitare sul piano una forza uguale ed opposta

$$\vec{R}_2 = -\vec{R}_1 \tag{3.50}$$

Se adesso applichiamo una forza $\vec{F}_2$ al carrello, vediamo che per avere equilibrio deve valere

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1 \tag{3.51}$$

Consideriamo ora separatamente i due sistemi: il carrello ed il blocco. Siccome entrambi sono in equilibrio, la somma totale delle forze dovrà essere nulla, e quindi

$$\vec{R}_1 = -\vec{F}_1 \qquad \vec{R}_2 = -\vec{F}_2 \tag{3.52}$$

Si deve fare ben attenzione a non confondere l'equazione (3.50), che esprime il principio di azione e reazione, con le precedenti che invece sono condizioni per l'equilibrio.

Consideriamo $\vec{F}_2 = 0$ (è la stessa situazione considerata nel paragrafo precedentemente). In questo caso la forza totale che agisce sul sistema carrello più blocco è pari a F_1 (qui stiamo trascurando l'attrito tra le ruote del carrello ed il terreno) ed il sistema si muoverà con accelerazione costante.
Prendiamo un sistema di riferimento con l'asse delle x nella direzione del moto, avremo

$$F_1 = (m + M)a \qquad \text{ovvero} \qquad a = \frac{F_1}{m + M} \tag{3.53}$$

con m e M le masse del blocco e del carrello.
Notiamo che si può anche calcolare la forza $\vec{R}_1$ (e quindi $\vec{R}_2$). Infatti al carrello è applicata la sola forza $\vec{R}_2$ e quindi

$$R_2 = M\ a = M\frac{F_1}{m + M} = \frac{M}{m + M}F_1 \tag{3.54}$$

Dunque, nel caso che stiamo esaminando con $\vec{F}_2 = 0$, abbiamo trovato che $\vec{R}_2 \neq \vec{F}_1$, ma continua ad essere uguale ed opposta ad $\vec{R}_1$.

Un problema analogo al precedente si ha quando ci pesiamo. Infatti stando sulla

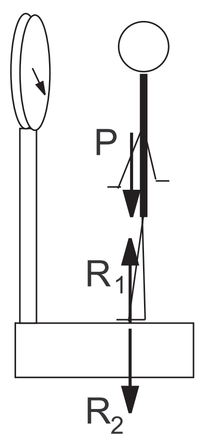


Figura 3.53: *Il principio di azione e reazione quando ci pesiamo.*

bilancia in condizioni di equilibrio, il nostro peso è equilibrato dalla spinta verso l'alto da parte del piano della bilancia

$$\vec{P} = -\vec{R}_1 \tag{3.55}$$

D'altra parte, all'azione $\vec{R}_1$ esercitata dal piano della bilancia sul nostro corpo corrisponde una reazione $\vec{R}_2 = -\vec{R}_1$ e quindi $\vec{P} = \vec{R}_2$. Quello che misura la bilancia è la forza $\vec{R}_2$ che premendo sul piatto produce lo spostamento dell'ago. Ma la condizione di equilibrio, congiuntamente con il principio di azione e reazione, fanno si che $\vec{P} = \vec{R}_2$, e quindi in effetti l'ago della bilancia ci segnala il nostro peso. A questo punto si rende necessario un commento. I precedenti esempi sono importanti per capire che in genere le forze coinvolte nel principio di azione e reazione non danno luogo ad equilibrio perché **sono applicate a corpi diversi**. Nel primo esempio sono applicate al blocco ed al piano del carrello rispettivamente, mentre nel secondo caso al nostro corpo ed al piano della bilancia. Per avere equilibrio occorre che sia nulla la somma delle forze **applicate allo stesso corpo**. Per esempio, ancora nel caso del secondo esempio ci possiamo chiedere quale sia la reazione alla forza peso $\vec{P}$. Per quanto abbiamo discusso nel paragrafo precedente dovrebbe essere chiaro che **la reazione alla forza peso**, cioè alla forza che esercita la terra su di noi, è una **forza uguale e contraria che noi applichiamo alla terra**. Cioè noi attiriamo la terra esattamente come la terra attira noi.

Per chiarire questo punto consideriamo la caduta di una mela. Dato che la forza che la terra esercita sulla mela è uguale e contraria alla forza che la mela esercita sulla terra, ne consegue che entrambe ricevono un'accelerazione. I moduli delle due accelerazioni, a causa dell'uguaglianza tra i moduli delle forze soddisfano la condizione

$$m_{\text{mela}} a_{\text{mela}} = M_{\text{terra}} a_{\text{terra}} \tag{3.56}$$

per cui

$$a_{\text{terra}} = \frac{m_{\text{mela}}}{M_{\text{terra}}} a_{\text{mela}} = \frac{m_{\text{mela}}}{M_{\text{terra}}} g \tag{3.57}$$

Dato il valore della massa terrestre ($M_{terra} = 6 \times 10^{24}\ Kg$), l'accelerazione della terra risulta completamente trascurabile.

Il principio di azione e reazione in combinazione con la forza di attrito, risulta di fondamentale importanza per la nostra possibilità di movimento. Infatti per mettere in moto un corpo è necessaria una forza, ma un corpo non può applicarsi una forza da solo, può però applicare una forza ad un secondo corpo che, per il principio di azione e reazione, reagisce con una forza uguale e contraria. Quindi **un corpo può muoversi solo con l'aiuto di altri corpi**. Quando noi facciamo un passo, applichiamo una forza alla terra. La componente verticale di questa forza è compensata dalla reazione della terra, mentre alla componente tangenziale corrisponde una reazione uguale ed opposta che ci spinge in avanti (vedi Fig. 3.54). L'esistenza di questa componente tangenziale è ovviamente resa possibile dall'attrito. Per questo sul ghiaccio è molto difficile camminare, perché non riusciamo ad applicare al ghiaccio una forza tangenziale sufficiente a farci avanzare. Se il ghiaccio fosse completamente liscio, cioè senza attrito, l'unica possibilità per muoversi sarebbe quella di lanciare via degli oggetti, per esempio una palla (vedi Fig. 3.55). Per allontanare la palla da noi dobbiamo imprimerle un'accelerazione, cioè applicarle una forza. Per il principio di azione e reazione la palla ci applicherà una forza uguale e contraria. Questo ci

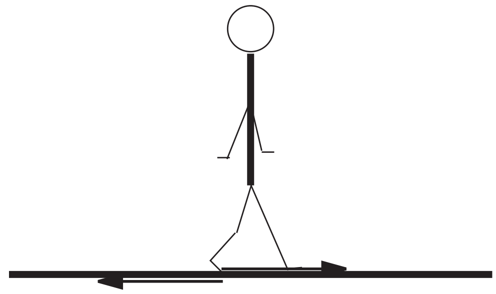


Figura 3.54: *Camminando applichiamo una forza alla terra che reagisce spingendoci in avanti.*

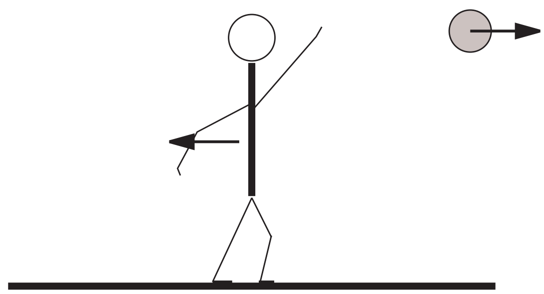


Figura 3.55: *Per muoversi su un piano privo di attrito (ad esempio sul ghiaccio) è necessario lanciare oggetti in direzione opposta rispetto a quella in cui vogliamo andare.*

fornirà la possibilità di muoverci in direzione opposta alla palla. Ovviamente, come si è visto per il sistema mela terra, la accelerazione che noi riceviamo è proporzionale al rapporto tra la massa della palla e la nostra.

3.8 Conoscenze scientifiche e di senso comune relative alle forze

In questo paragrafo vogliamo discutere quali siano le conoscenze di senso comune relative alle forze. La discussione è ripresa in buona parte dal volume di Grimellini Tomasini e Segré.

Tipicamente gli studenti manifestano tre tipi di concezioni relative alle forze ed ai moti che esse producono:

- concezione aristotelica della forza
- forza come *impetus*
- forza come interazione

Iniziamo discutendo la concezione aristotelica della forza. In realtà gli studenti che adottano questo punto di vista non hanno in mente una teoria generale delle forze, essi pensano solo alla *necessità di una causa esterna per giustificare la velocità di un corpo*. È solo per questo motivo che questa concezione viene genericamente detta aristotelica, in quanto Aristotele riteneva necessario un intervento esterno al corpo in movimento affinché questi potesse perseverare in tale stato. Ovviamente gli risultava molto difficile spiegare il moto di oggetti scagliati, come giavellotti, o più modernamente proiettili. Per questo aveva elaborato un modello secondo il quale il proiettile fende l'aria davanti a se. L'aria si ricompatta dietro il proiettile spingendolo. Come conseguenza di questo, un proiettile non poteva muoversi in assenza di aria. Ovviamente gli studenti, in genere, non sentono nessuna necessità di avere a che fare con una teoria autoconsistente. Per esempio, alcuni studenti sostengono che se si lancia un proiettile in orizzontale questo non essendo più soggetto ad alcuna forza cade lungo la verticale (!).

Dal modello precedente si sconfina facilmente nella teoria dell'*impetus*. In questo caso, pur continuando a sentire la necessità che una forza continui ad esistere per far perseverare lo stato di moto, non si ritiene che sia necessaria in ogni istante del moto. La via di uscita è nel supporre che la forza impressa al corpo vi rimanga immagazzinata e venga poi via via consumata durante il moto. La velocità del corpo in ogni istante viene a dipendere dalla quantità di forza ancora presente. Noi oggi sappiamo che in realtà c'è qualcosa che conferiamo al corpo se gli applichiamo una forza e che questo qualcosa può essere speso durante il moto (se in presenza di attriti), ma come vedremo questo ha a che fare con l'energia, non con la forza. Ovviamente il fatto che nell'antichità non esistesse una definizione precisa della forza permetteva erronee interpretazioni. Questo modo di pensare alle forze è, secondo le ricerche fatte in questo settore, ancora molto presente. Infatti, l'esperienza quotidiana tende, in un certo senso, a ritenere questa concezione come "naturale".

La terza concezione, la forza come interazione, è quella attuale, come abbiamo discusso nel precedente paragrafo, ma in effetti questa è quella meno presente nel senso comune. In effetti è una concezione abbastanza raffinata che richiede una precisa definizione della forza ed inoltre non è molto intuitiva.

Ci sono stati una serie di lavori che hanno cercato di mettere in evidenza quali fossero le idee di forza nei ragazzi. Un esempio è una ricerca effettuata da Viennot illustrata in Figura 3.56 che ha proposto il seguente problema: un giocoliere gioca con sei palle identiche. All'istante t le sei palle si trovano in aria alla stessa quota, sulle traiettorie rappresentate con linee tratteggiate. La domanda proposta agli studenti era la seguente:

Trascurando la resistenza dell'aria. le forze che si esercitano sulle palle all'istante t sono

- le stesse per le sei palle? Perché?
- diverse per qualcuna delle sei palle? Perché?

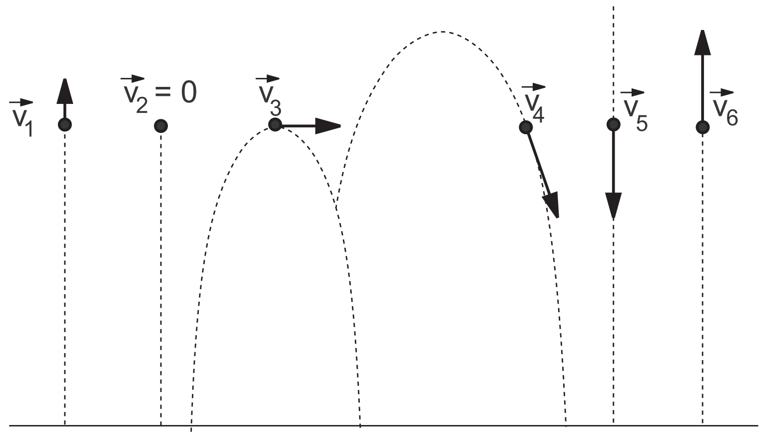


Figura 3.56: *Il test di Viennot. Le frecce rappresentano le velocità delle palle al tempo t.*

- le stesse per alcune palle? Quali? Perché?
- diverse per alcune altre? Quali? Perché?

Questo problema è stato posto a 780 matricole della facoltà di Scienze ed Ingegneria di Bologna. Solo il 9% degli studenti danno la riposta corretta con la corretta giustificazione. Molti introducono oltre alla forza di gravitá (l'unica nel problema) una forza di spinta legata alla velocità. Altri dicono esplicitamente che la forza che agisce sui corpi dipende dalla velocità. Altri si concentrano sull'aspetto vettoriale delle velocità. Questo mostra un possibile effetto negativo dell'insegnamento ricevuto. In particolare emerge chiaramente dalle risposte che il concetto di gravità è quanto meno oscuro. In alcuni casi si fa distinzione tra gravità e peso sostenendo che agiscono entrambi contemporaneamente. A questo punto del corso, sperabilmente, sarete in grado di rispondere esattamente alla domanda posta! (*Risposta:* Sulle palle lanciate agisce la stessa forza: la forza di gravità o forza peso. Le diverse traiettorie delle varie palle dipendono dalla diversa velocità iniziale impressa nei vari casi).

Un'altra ricerca fatta su ragazzi di 11-12 anni propone la situazione di un vaso che cade da un davanzale. Alcuni studenti rispondono che non c'è nessuna forza perché il vaso cade da solo, oppure cade a causa del peso (che non è classificato come forza ma come proprietà del corpo). Da altre indagini emerge che moltissimi studenti associano una forza diretta verso l'alto al sasso che sta salendo.

Un'altra indagine interessante riguarda il principio di inerzia. In questo caso venivano proposte a degli studenti alcuni problemi in cui si chiedeva di tracciare la traiettoria che un oggetto in moto avrebbe seguito in diverse situazioni. Le domande erano: *Nei disegni appare un sottile tubo metallico curvo visto dall'alto. Una pallina di metallo è posta all'estremità del tubo indicata dalla freccia (vedi Figura 3.57). La palla viene lanciata in modo da uscire ad alta velocità dall'altro estremo del tubo.*

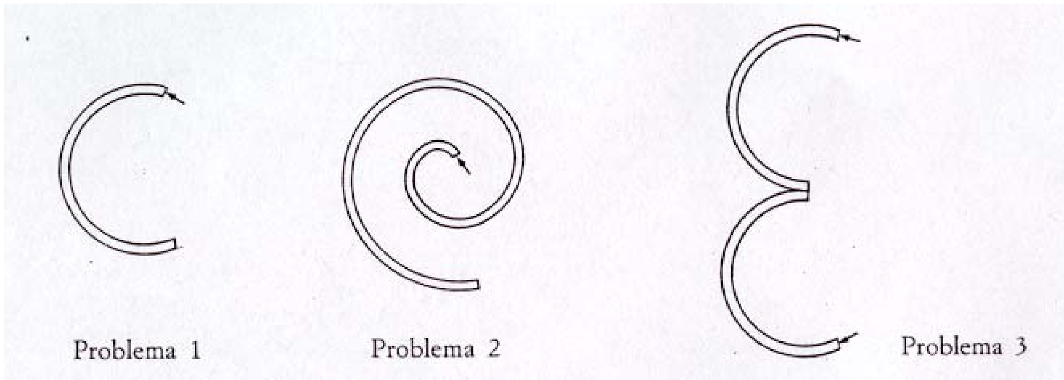


Figura 3.57: *I problemi sul principio di inerzia illustrati nel testo.*

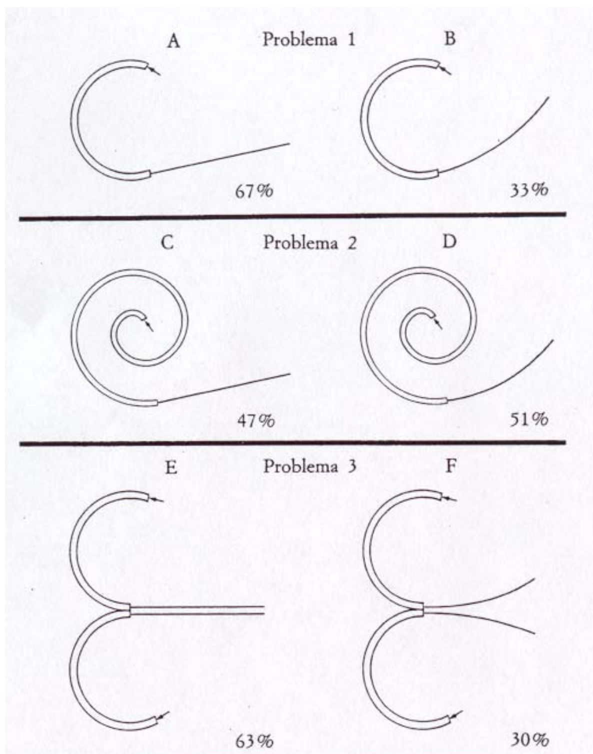


Figura 3.58: *Le risposte ai problemi illustrati nella Figura 3.57.*

Tracciando il percorso della palla, trascurare la resistenza dell'aria ed assumere che la palla esca con la stessa velocità da tutti i tubi.

Le risposte a questo quesito nei tre casi della Figura 3.57 sono date in Figura 3.58.

I risultati mostrano chiaramente che molti studenti ritengono che un oggetto costretto a muoversi lungo un tubo curvo acquisti una forza che lo vincola poi a continuare nel moto curvo. Per molti la traiettoria tende poi a diventare rettilinea per dissipazione della forza acquisita nel tubo (*Risposta:* le traiettorie correttamente disegnate sono A, C, E, come previsto dal principio di inerzia).

Altre idee errate sulle forze sono connesse al ruolo della forza peso e dell'effetto della quota sulla forza. Consideriamo la Figura 3.59 che illustra la domanda di Watts e Zylberszajn: *Due persone tengono fermi due carrelli uguali. La lunghezza delle frecce rappresenta l'intensità delle forze esercitate dalle persone. Quale delle situazioni in Figura 3.59 rappresenta meglio la situazione?* Il 48% degli studenti

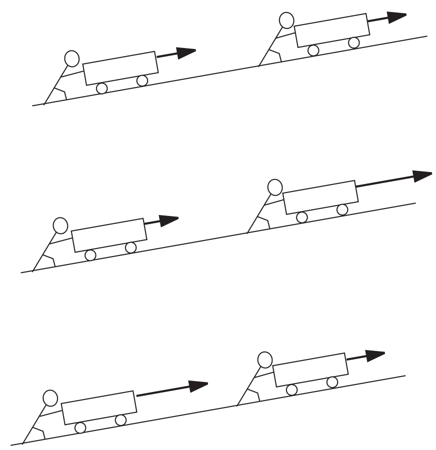


Figura 3.59: *La domanda di Watts e Zylberszajn.*

interpellati hanno risposto che occorre una forza maggiore per il carrello più in alto perché essendo piú in alto sarà soggetto ad una forza maggiore. (*Risposta:* si rimanda alla spiegazione del piano inclinato in Fig. 3.42. Ovviamente le forze esercitate dalle due persone sono uguali). Analoghe risposte sono state ottenute da una domanda che si riferisce a due vasi che cadono. Per il 44% degli studenti la forza è maggiore sul vaso che cade da più in alto.

A nostro parere uno dei motivi dell'associazione forza-velocità che appare molto diffusa, deriva dal fatto che a livello intuitivo il concetto di velocità è facilmente assimilabile, dato che si parla di una variazione della posizione degli oggetti. Più difficile è il concetto di accelerazione perché è difficilmente riscontrabile visivamente. Il nostro occhio non si presta molto ad apprezzare variazione di velocità. Per esempio se facciamo cadere qualcosa per terra, è pur vero che l'oggetto parte da velocità zero e quindi la sua velocità tra l'istante iniziale e quello in cui tocca terra aumenta, ma questo si realizza dopo averci ragionato sopra. La prima impressione è semplicemente che l'oggetto che cade vada giù molto rapidamente e non ci rendiamo conto che c'è un'accelerazione coinvolta nel fenomeno. Come conseguenza di ciò, le forze vengono automaticamente associate alla velocità con tutte le conseguenze del caso. Riguardo al preconcetto sul fatto che gli oggetti che stanno più in alto "pesino" di più, questo è ancora legato al problema della velocità. Infatti è esperienza di tutti quella per cui se un oggetto cade da una piccola altezza in genere non gli succede nulla, mentre se cade dall'alto corre il rischio di spezzarsi. Come vedremo questo ha a che fare non con la forza ma con l'energia cinetica che in effetti cresce con la velocità, mentre la forza è una grandezza fisica indipendente dalla velocità.

È fuori di dubbio che il panorama esposto sopra è abbastanza scoraggiante in quanto buona parte dei risultati sono stati ottenuti con studenti del liceo o matricole universitarie. A nostro parere questi problemi potranno essere parzialmente risolti solo se ci sarà una sufficiente attenzione nella scuola elementare ad una corretta osservazione scientifica.

3.9 Impulso di una forza e quantità di moto

Abbiamo visto nel paragrafo precedente che è molto comune associare alla velocità una forza. Come sappiamo questo non è corretto, perché le forze sono associate alle accelerazioni. D'altra parte è anche vero che c'è qualcosa di corretto nella teoria dell'impetus, ma per capire che cosa, occorre introdurre un altro concetto, quello di **impulso di una forza**.

Consideriamo il seguente esperimento: applichiamo ad un corpo inizialmente fermo una forza F per un dato periodo di tempo, per esempio 2 secondi, dopodiché lasciamo il corpo libero di muoversi. Dato che non si applica più forza, il corpo continuerà a muoversi con la stessa velocità che aveva al momento in cui abbiamo cessato di applicare la forza e cioè alla velocità

$$v_1 = 2 \times \frac{F}{m} \tag{3.58}$$

dove abbiamo utilizzato $v = a\ t$, $a = F/m$, $t = 2\ sec$. Se invece avessimo applicato la forza per un tempo di 3 secondi, il corpo avrebbe proseguito con velocità

$$v_2 = 3 \times \frac{F}{m} \tag{3.59}$$

Quindi possiamo aumentare la velocità del corpo, a parità di condizioni, applicandogli la stessa forza per un tempo più lungo. Questa semplice constatazione permette di interpretare il fatto che un grave cadendo da un'altezza maggiore acquista una maggiore velocità, dicendo che sul grave la **stessa forza peso** agisce per un tempo maggiore.

Come appare dalle espressioni precedenti, si può ottenere la stessa velocità finale (sempre applicando una forza costante per un tempo limitato) sia prendendo, per esempio, una data forza per due secondi o metà forza per quattro secondi. In altri termini ciò che è importante è il prodotto della forza per il tempo durante il quale essa viene applicata.

In generale, la forza potrà cambiare da istante ad istante, quindi, come abbiamo già visto sia nel caso della definizione di velocità che di accelerazione, è conveniente considerare cosa accade in un intervallo di tempo molto piccolo. Calcoliamo quindi il prodotto della forza presa ad un certo istante per un intervallo di tempo molto piccolo attorno a quell'istante. Usando la seconda legge della dinamica ($\vec{F} = m\vec{a}$) avremo

$$\vec{F}\Delta t = \vec{F}(t_f - t_i) = m\vec{a}\ (t_f - f_i) = m\ (\vec{v}_f - \vec{v}_i) \qquad (3.60)$$

dove abbiamo usato la definizione di accelerazione media ($\vec{a} = (\vec{v}_f - \vec{v}_i)/(t_f - t_i)$) sull'intervallo $\Delta t = t_f - t_i$. La quantità al primo membro si chiama **impulso della forza** nell'intervallo temporale Δt, mentre la quantità $m\ \vec{v}$ viene detta **quantità di moto** del corpo di massa m. La quantità di moto è una grandezza vettoriale essendo definita in termini della velocità del corpo. È ovvio che un oggetto ha maggior quantità di moto quanto più la sua massa o la sua velocità sono grandi.

L'equazione (3.60) lega l'azione di una forza per un certo intervallo di tempo alla variazione di quantità di moto. Per fermare un oggetto con una grossa quantità di moto sarà necessario applicare una forza contro di esso per un certo intervallo di tempo. Tanto maggiore è la sua quantità di moto quanto maggiore dovrà essere la forza che dobbiamo applicare ad esso per fermarlo o tanto maggiore dovrà essere l'intervallo di tempo in cui la applichiamo. Quando una forza agisce su un oggetto per un certo intervallo di tempo, la velocità dell'oggetto varia, e quindi la quantità di moto dell'oggetto cambia (vedi Fig. 3.60).

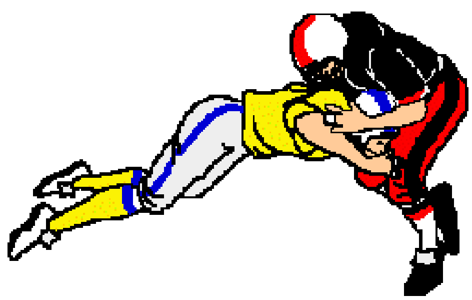


Figura 3.60: *Il giocatore in difesa applica una forza per un certo intervallo di tempo per fermare la quantità di moto dell'attaccante.*

Il risultato che abbiamo ottenuto in eq. (3.60) non è altro che un modo diverso di esprimere la seconda legge della dinamica, e si chiama il **teorema della quantità di moto**. In parole, il teorema si enuncia dicendo: *l'impulso di una forza in un certo intervallo di tempo è uguale alla variazione, nello stesso intervallo di tempo, della quantità di moto del corpo a cui la forza è stata applicata.*

Una forza produce sempre una variazione della quantità di moto di un oggetto, ovvero una variazione della sua velocità (un aumento di velocità se la forza è nello stesso verso del moto, una diminuzione della velocità se i due vettori sono opposti).

Consideriamo l'esempio illustrato in Fig. 3.61 dell'urto di una macchina contro un muro. Nel caso A la macchina è spinta all'indietro con una velocità finale di 4 m/sec, nel caso B, la macchina è fermata dall'urto. In quali dei due casi si ha maggior variazione della quantità di moto? (*Risposta*: nel caso A in cui $\Delta v = v_f - v_i = -9\ m/sec$, viceversa nel caso B, $\Delta v = v_f - v_i = -5\ m/sec$).

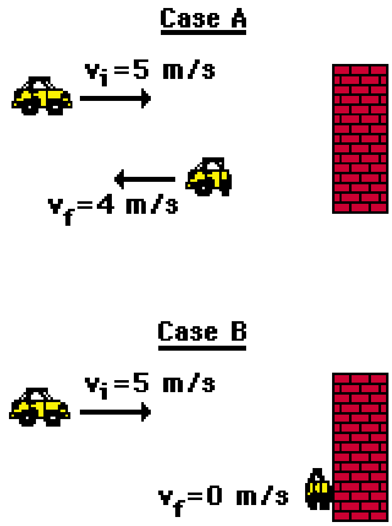


Figura 3.61:

In quale caso è maggiore la forza che agisce sulla macchina, assumendo che i tempi di contatto siano gli stessi nei due casi? (*Risposta*: nel caso A in cui l'impulso è maggiore).

Il teorema della quantità di moto ha una grande importanza per sistemi in cui la forza totale è nulla. Allora ci dice che la quantità di moto non cambia con il tempo, ovvero **la quantità di moto si conserva**

$$m(\vec{v}_f - \vec{v}_i) = 0 \qquad \text{ovvero} \qquad m\vec{v}_f = m\vec{v}_i = \text{ costante} \tag{3.61}$$

Come applicazione consideriamo due corpi A e B, per esempio due carrelli con interposta una molla compressa. Il moto dei due carrelli è rettilineo. Tramite la molla il carrello A applica una forza $\vec{F}$ a B, per il terzo principio B applica una forza ad A pari a $-\vec{F}$. Se inizialmente i due carrelli sono fermi (ovvero le velocità iniziali sono nulle), il teorema della quantità di moto ci dice

$$m_A\vec{v}_A = -\vec{F}\Delta t, \quad m_B\vec{v}_B = \vec{F}\Delta t \tag{3.62}$$

Poichè le forze che agiscono sono uguali e opposte, ed agiscono per lo stesso intervallo di tempo, gli impulsi sono uguali e opposti. Quindi, dal confronto delle due equazioni in eq. (3.62) otteniamo

$$m_A \; \vec{v}_A = -m_B \; \vec{v}_B \tag{3.63}$$

ovvero le variazioni delle quantità di moto dei due carrelli sono uguali in modulo e opposte in direzione, in altre parole, la quantità di moto complessiva non cambia con il tempo. Nel caso in esame, i due carrelli erano inizialmente fermi con la molla

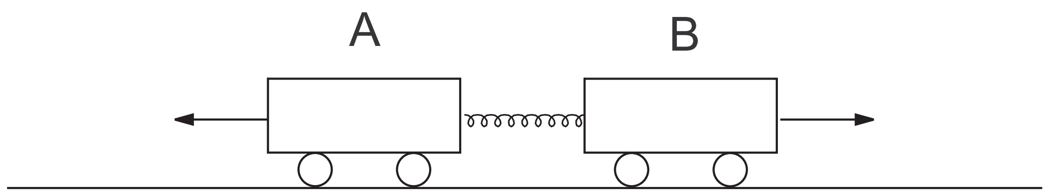


Figura 3.62: *La conservazione della quantità di moto applicata al moto di due carrelli.*

compressa, la quantità di moto iniziale è zero. Segue che ad ogni istante del moto la quantità di moto totale deve rimanere nulla. Quindi ad ogni istante del moto che si ha lasciando decomprimere la molla vale la relazione (3.63).

In generale, se la velocità iniziale dei due corpi è diversa da zero, vale

$$m_A\ (\vec{v}_{Af} - \vec{v}_{Ai}) = -m_B\ (\vec{v}_{Bf} - \vec{v}_{Bi}) \tag{3.64}$$

ovvero la variazione della quantità di moto di A è uguale ed opposta alla variazione di quantità di moto di B.

Questa legge di conservazione ha grande rilevanza nello studio dei processi d'urto. In un urto tra l'oggetto 1 e l'oggetto 2, in un sitema isolato (ovvero un sistema libero dall'influenza di forze esterne), la variazione della quantità di moto dell'oggetto 1 è uguale ed opposta alla variazione della quantità di moto dell'oggetto 2, quindi la quantità di moto totale dei due oggetti (oggetto 1 + oggetto 2) è la stessa prima e dopo l'urto: la quantità di moto totale del sistema è conservata.

Consideriamo ad esempio l'urto di due palle da biliardo di uguale massa come in Fig. 3.63. La palla numero 7 va ad urtare la palla numero 8 che è ferma. Al momento

Figura 3.63:

dell'urto su entrambe le palle agisce una forza uguale e diretta in versi opposti. Sulla palla numero 7 agisce una forza verso sinistra che la rallenterà, viceversa sulla palla numero 8 la forza sarà diretta verso destra e la metterà in moto. Il sistema è isolato (almeno fino a che l'attrito è trascurabile, nel senso che la sua influenza sulla quantità di moto delle palle da biliardo può essere trascurata). Infatti le uniche forze non equilibrate che agiscono sulle palle sono le forze di contatto che esse si applicano l'una con l'altra ($F_{\rm app}$ in Fig. 3.64). Quindi per questo urto, la quantità di moto totale del sistema si conserva. La quantità di moto persa da una palla, è acquistata dall'altra.

Consideriamo un altro esempio illustrato in Fig. 3.65. Un camion che si muove

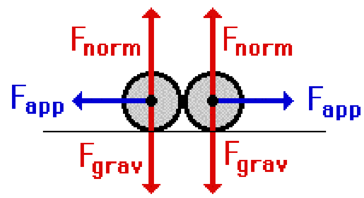


Figura 3.64:

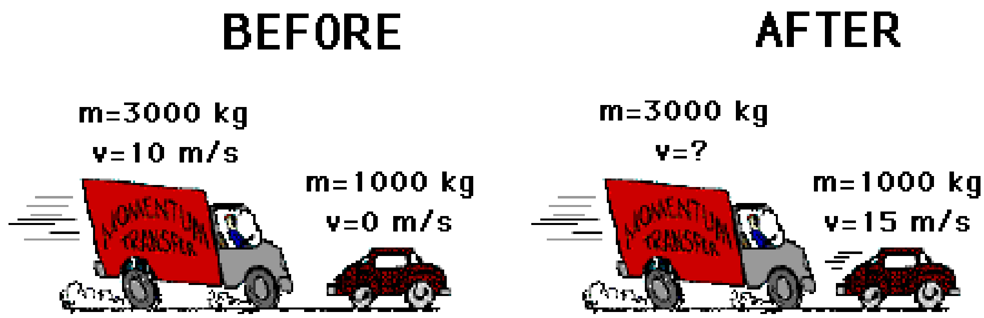


Figura 3.65:

con velocità di 10 m/sec urta un'auto in sosta. Dopo l'urto l'auto acquista una velocità di 15 m/sec. Se la massa del camion è 3000 Kg e quella dell'auto è 1000 Kg, qual'è la velocità finale del camion? Dopo l'urto, il camion rallenta (perde quantità di moto) mentre l'auto la acquista. Per il teorema della quantità di moto vale che la quantità di moto totale dopo l'urto è uguale alla quantità di moto totale prima dell'urto:

$$m_1\ v_{1i} + m_2\ v_{2i} = m_1\ v_{1f} + m_2\ v_{2f} \tag{3.65}$$

dove abbiamo indicato con (1) il camion e con (2) l'auto. Sostituiamo i dati del problema: $m_1 = 3000\ Kg$, $m_2 = 1000\ Kg$, $v_{1i} = 10\ m/sec$, $v_{2i} = 0$, $v_{2f} = 15\ m/sec$:

$$3000 \times 10 = 3000 \times v_{1f} + 1000 \times 15 \tag{3.66}$$

da cui $v_{1f} = 5\ m/sec$.

Come ultimo esempio consideriamo i due pesci in Fig. 3.66, uno dei quali con una massa 3 volte maggiore dell'altro. Il pesce grosso si muove con una velocità di 2 m/sec e mangia il pesce piccolo che è a riposo. Qual'è la velocità finale del pesce grosso (che contiene il piccolo nella pancia)?
(*Risposta:* $3m \times 2 = (3m + m) \times v$ da cui $v = 1.5\ m/sec$)

Esercizio: *Un'automobile con la massa di 950 Kg si muove ad una velocità di 60 Km/h. Il conduttore aziona i freni per 15 sec per arrestare il veicolo. Supponendo che la forza applicata dai freni sia costante, calcolarne il valore.*
(Risposta: la variazione della quantità di moto dell'automobile è -15833 $Kg\ m/sec$.

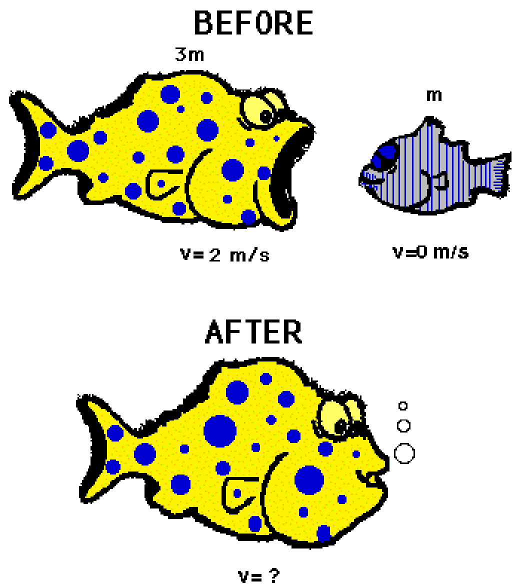


Figura 3.66:

Usando l'eq. (3.60) con $\Delta t = 15$ *sec* otteniamo F=-1055.6 N. Il segno meno indica che la forza si oppone al moto)

3.10 Lavoro di una forza ed energia

Nel paragrafo precedente abbiamo visto che una forza agendo per un certo periodo di tempo produce una variazione della quantità di moto. Adesso cercheremo di capire cosa succede quando la forza agisce in un certo intervallo di "spazio". Così facendo vedremo che la teoria dell'*impetus* non è completamente errata, purché si interpretino in maniera diversa i termini nei quali è scritta.

Consideriamo un grave lanciato verso l'alto. Durante il moto di salita il grave perde di velocità, mentre poi la riacquista quando ricade. I fautori della teoria dell'*impetus* avrebbero detto che il grave perde il suo *impetus* salendo e lo riacquista scendendo. Proviamo a spiegare in modo quantitativo quel che succede usando le conoscenze fin qui acquisite.

Supponiamo di lasciar cadere un grave di massa m da un'altezza h con velocità iniziale nulla (vedi Figura 3.67). All'istante t il grave avrà percorso uno spazio pari a

$$y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2 \tag{3.67}$$

con $y(t)$ la quota del grave al tempo t. Infatti a $t = 0$ la quota è h e all'aumentare del tempo diminuisce secondo la legge del moto uniformemente accelerato con accelerazione $-g$.

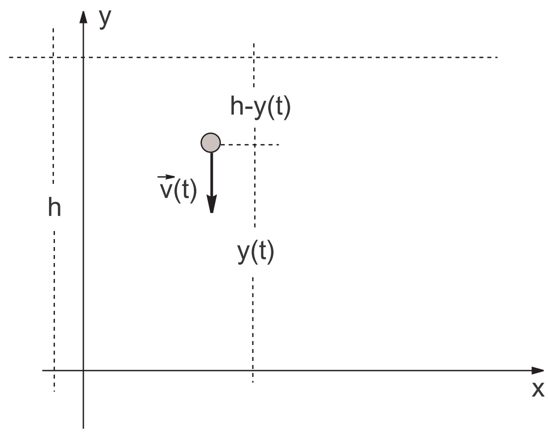


Figura 3.67: *Il sistema di riferimento usato per lo studio della caduta di un grave da un'altezza h.*

Vediamo adesso quali proprietà ha il prodotto della forza per lo spostamento, cioè quale rilevanza ha sul moto del grave il fatto che la forza peso sia applicata mentre il grave percorre un certo cammino. In questo caso la forza peso è sempre la stessa e pari a $-mg$, nel riferimento preso. Consideriamo il prodotto della forza per lo spostamento. Questa quantità si chiama **lavoro della forza**.

Il lavoro ha le dimensioni di una forza per una lunghezza. L'unità di misura è il **Joule** e si denota con J. Una forza di 1 N fa il lavoro di 1 J quando il corpo a cui è applicata la forza si sposta di 1 m nella stessa direzione e verso della forza. Quindi

$$1J = 1N \cdot 1m \tag{3.68}$$

Usiamo la convenzione di prendere positivo il prodotto della forza per lo spostamento se entrambi sono diretti nello stesso verso e di prenderlo negativo se sono di segno opposto. Nell'esempio considerato il modulo della forza è mg e lo spostamento $h - y(t)$. Essi sono nella stessa direzione e verso, quindi il lavoro compiuto dalla forza peso è positivo e pari a

$$mg(h - y(t)) \tag{3.69}$$

dalla eq. (3.67)

$$h - y(t) = \frac{1}{2}gt^2 \tag{3.70}$$

e sostituendo in eq. (3.69)

$$mg(h - y(t)) = \frac{1}{2}mg^2t^2 \tag{3.71}$$

Ricordando che, nel moto di caduta libera, la velocità al tempo t è data da

$$v(t) = -g\ t \tag{3.72}$$

segue

$$mg(h - y(t)) = \frac{1}{2}mv^2(t) \tag{3.73}$$

ovvero

$$\frac{1}{2}mv^2(t) + m\ g\ y(t) = m\ g\ h \tag{3.74}$$

Dato che all'istante iniziale $y(0) = h$ e $v(0) = 0$, vediamo che la quantità al secondo membro dell'eq. (3.74) altro non è che la quantità

$$\frac{1}{2}mv^2(t) + m\ g\ y(t) \tag{3.75}$$

valutata a $t = 0$ ovvero

$$\frac{1}{2}mv^2(t) + m\ g\ y(t) = \frac{1}{2}mv^2(0) + m\ g\ y(0) \tag{3.76}$$

In altre parole la quantità in eq. (3.76) non dipende dall'istante al quale la si calcola cioè è una **costante del moto**. Mentre per la conservazione della quantità di moto è necessario che la forza totale che agisce sul sistema sia nulla, la conservazione della quantità in esame non richiede questa precisazione; vedremo che si verifica per una categoria di forze: le forze conservative, e la forza di gravità appartiene a questa categoria. La quantità

$$T = \frac{1}{2}mv^2(t) \tag{3.77}$$

prende il nome di **energia cinetica**, mentre

$$U = m\ g\ y(t) \tag{3.78}$$

si chiama **energia potenziale gravitazionale**.

Il risultato trovato dice che l'**energia meccanica**, data dalla somma

$$E = T + U \tag{3.79}$$

è una costante del moto. In termini più espliciti questo significa che durante il moto, entrambe le forme di energia cambiano, ma la loro somma rimane costante. All'istante iniziale il grave ha solo energia potenziale che gli deriva dal fatto di essere ad una certa quota h. Mentre scende la sua energia potenziale diminuisce (in quanto diminuisce la sua quota) ed aumenta la sua energia cinetica (perchè aumenta la sua velocità). Quando raggiunge terra (quota zero), al tempo t_s, il grave ha solo energia cinetica, che deve soddisfare

$$\frac{1}{2}mv^2(t_s) = m\ g\ h \tag{3.80}$$

Il primo membro rappresenta l'energia totale al tempo t_s, mentre il secondo membro l'energia totale a $t = 0$.

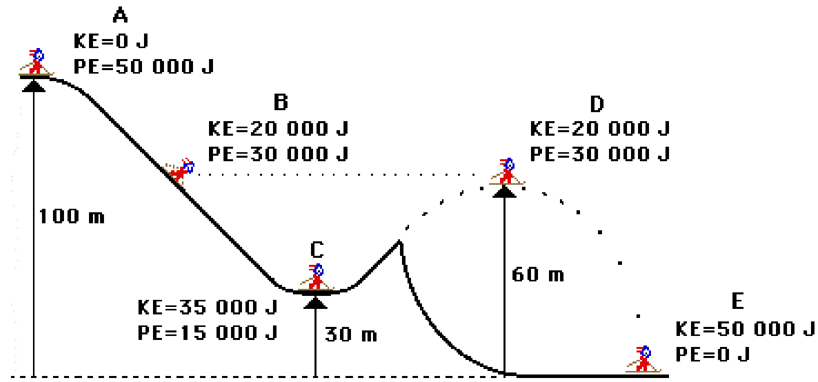


Figura 3.68: *Sci acrobatico.* PE=*energia potenziale,* KE=*energia cinetica*

In Fig. 3.68 è illustrato il moto di un campionessa di sci acrobatico. L'energia meccanica, data dalla somma di energia potenziale ed energia cinetica, si conserva e quindi è uguale a 50 000 J durante tutto il moto. Questo processo di scambio tra forme di energia tale da mantenere la somma costante è stato esemplificato da Feynman (un famoso fisico teorico molto attivo nel dopo guerra) nella seguente storiella. Immaginiamo che Pierino possieda 30 cubi indistruttibili e non divisibili in pezzi separati. Questi cubi stanno normalmente nella stanza dei giochi di Pierino e la mamma, che è molto curiosa, li controlla tutti i giorni e verifica che Pierino non abbia perduto nessuno. Un giorno ne trova solo 26 ma guardando fuori dalla finestra si accorge che 4 sono nel prato. Un altro giorno ne trova 33, però si rende conto che Giorgino, il miglior amico di Pierino è venuto a visitarlo e ha lasciato 3 dei suoi cubi nella stanza di Pierino. Allora la mamma rende i cubi a Giorgino, chiude la finestra, riconta i cubi e soddisfatta ne trova 30. Il giorno dopo si accorge che ci sono solo 28 cubi! Però nella stanza c'è una scatola chiusa, allora fa per aprirla ma Pierino non vuole. La mamma però è molto furba ed aveva pesato la scatola vuota qualche giorno prima. Allora pesa la scatola, fa la differenza tra il peso trovato (300 gr) e quello della scatola vuota (200 gr) e divide per il peso di un cubo (che anche ha pesato ed è 50 gr). Il risultato è 2, cioè esattamente il numero di cubi mancanti. Per le visite successive la mamma di Pierino si organizza e tutte le volte conta i cubi che vede e pesa la scatola chiusa, dopodiché applica la seguente formula

$$\text{cubi visti} + \frac{(\text{peso della scatola piena}) - 200\ \text{gr}}{50\ \text{gr}} = \text{costante} \tag{3.81}$$

dove la costante deve essere uguale a 30 perché tale era il numero iniziale dei cubi. Successivamente la mamma trova ancora un numero di cubi diversi da 30, però il livello dell'acqua sporca nella tinozza è cambiato. La mamma non può vedere se nell'acqua ci sono dei cubi perché è sporca, però sempre previdente, sapeva il livello dell'acqua nei giorni precedenti (40 cm). Inoltre può verificare che ogni cubo innalza il livello dell'acqua di 0.5 cm. Può allora aggiungere un nuovo termine all'equazione precedente

$$\begin{aligned}\text{cubi visti} \quad &+ \quad \frac{(\text{peso della scatola piena}) - 200 \text{ gr}}{50 \text{ gr}} + \frac{(\text{altezza dell'acqua}) - 40 \text{ cm}}{0.5 \text{ cm}} \\ &= \quad \text{costante} \qquad (3.82)\end{aligned}$$

Dove ancora una volta per sistemare tutto, la mamma dovrà trovare che la costante è uguale a 30.

L'analogia con la conservazione dell'energia è abbastanza evidente. In questo caso si ha la conservazione del numero di cubi, e anche se ogni tanto tendono a sparire, guardando con attenzione, si trova sempre una causa per la loro sparizione ed è quindi possibile aggiungere un altro termine nell'equazione per far tornare le cose. L'aspetto più interessante è che nei termini che si aggiungono via via, non c'è più traccia dei cubi. Ciò che si sta calcolando è una quantità astratta.

In questa analogia ci sono alcuni punti da sottolineare. Quando calcoliamo i singoli contributi all'energia ci saranno dei termini che aumentano ed altri che diminuiscono, così come i cubi nella vasca rispetto ai cubi in vista. Nel calcolo bisogna stare attenti a considerare tutti i possibili contributi all'energia. Questi contributi appaiono in forma diversa e, come vedremo, non sono limitati all'energia cinetica od all'energia potenziale gravitazionale, esiste, per esempio, l'energia potenziale elastica, l'energia chimica, l'energia termica, ecc. Se noi sommiamo tutti questi contributi troviamo sempre che l'energia totale di un sistema non cambia, a meno che il sistema non ceda od acquisti energia dall'esterno. Nella nostra analogia questo corrisponde ai cubi gettati dalla finestra o portati in casa da Giorgino.

Torniamo ora all'esempio del grave di massa m lasciato cadere da un altezza h, illustrato in Fig. 3.67. Consideriamo l'eq. (3.73): al primo membro abbiamo il lavoro compiuto dalla forza peso, al secondo la variazione di energia cinetica del grave. L'equazione ci dice che queste due quantità sono uguali. Questo risultato è generale e vale per qualunque forza applicata su un tratto di percorso.

Prendiamo in esame il caso di un corpo di massa m in **moto rettilineo** con applicata una **forza** che agisce nello stesso verso del moto. Consideriamo uno spostamento Δs. Vale che il lavoro fatto dalla forza, $F\ \Delta s$, è uguale alla variazione dell'energia cinetica del corpo

$$F\ \Delta s = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) = T_f - T_i = \Delta T \qquad (3.83)$$

Il risultato trovato altro non è che il **teorema delle forze vive** (il vecchio nome per l'energia cinetica) il cui enunciato è quindi: *il lavoro fatto da una forza tra gli istanti t_i e t_f è uguale alla variazione di energia cinetica tra i due istanti.*

Notare l'analogia con il teorema della quantità di moto che mette in relazione l'impulso, cioè l'effetto di una forza applicata per un certo intervallo di tempo, con la variazione di quantità di moto, ovvero con la variazione di velocità.

Occorre osservare che per costruzione $F\ \Delta s$ è una quantità positiva, e quindi l'azione di una forza nel verso del moto produce una variazione positiva di energia cinetica e dunque di velocità.

Supponiamo adesso che il grave abbia anche una velocità orizzontale non nulla. Come sappiamo, la velocità di caduta non dipende dalla componente orizzontale del moto. Quindi se vogliamo estendere gli argomenti precedenti al caso di moti bidimensionali (o tridimensionali), appare che, almeno in questo caso, l'unico lavoro che conta è quello fatto dalla forza peso (verticale) lungo lo spostamento verticale, cioè nella direzione parallela alla forza.

In generale una forza compie lavoro solo nella direzione dello spostamento: tale lavoro è positivo se forza e spostamento sono nello stesso verso, negativo se sono in versi opposti. Quindi **se forza e spostamento sono tra loro perpendicolari**, ovvero è nulla la proiezione dello spostamento nella direzione della forza, allora il **lavoro compiuto dalla forza è zero**. Ad esempio un cameriere che si sirige verso un tavolo con un vassoio in mano non compie lavoro perchè sta applicando una forza verticale diretta verso l'alto per sorreggere il vassoio che però si sposta in direzione orizzontale (vedi Fig. 3.69).

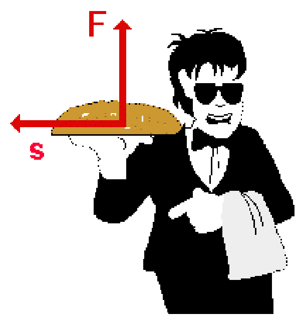


Figura 3.69: *Il lavoro compiuto dal cameriere è nullo.*

Ci sono delle categorie speciali di forze, dette **forze conservative** per le quali

$$F\Delta s = U(s_i) - U(s_f) \tag{3.84}$$

cioè tali che il lavoro fatto dalla forza tra le due posizioni s_i e s_f (corrispondenti ai tempi t_i e t_f) si può scrivere come la differenza di un'unica funzione U (detta **energia potenziale**) tra i due punti.

Se questo succede, applicando il teorema delle forze vive dato in eq. (3.83),

$$F\Delta s = U(s_i) - U(s_f) = T_f - T_i \tag{3.85}$$

e quindi

$$T_i + U(s_i) = T_f + U(s_f) \tag{3.86}$$

Questo mostra che la quantità

$$E = T + U \tag{3.87}$$

l'**energia totale**, è una costante del moto.

Abbiamo già incontrato un esempio di forza conservativa: la forza gravitazionale. L'eq. (3.86) nel caso della caduta di un grave, altro non è che l'eq. (3.76).

In generale possiamo dire che le forze possono essere caratterizzate in base alla loro capacità di far variare l'energia meccanica totale di un oggetto. Ci sono forze che quando compiono lavoro su di un oggetto ne variano l'energia meccanica totale (ad es. la forza di attrito) e forze che possono solo avere l'effetto di trasformare l'energia di un oggetto da energia cinetica in energia potenziale e viceversa ma l'energia meccanica totale rimane costante (ad es. la forza di gravità o la forza di richiamo di una molla). Queste ultime sono **forze conservative** e sotto la loro azione l'energia meccanica si conserva. Le forze che non appartengono a questa categoria si dicono **forze esterne**. La relazione tra lavoro ed energia meccanica si può quindi esprimere

$$E_f - E_i = L_e \tag{3.88}$$

ovvero, la variazione di energia meccanica $(E_f - E_i)$ di un sistema è uguale al lavoro delle forze esterne (L_e) compiuto sul sistema.

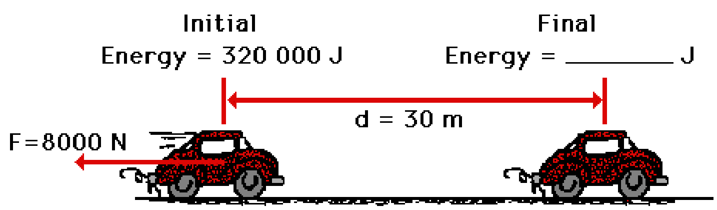


Figura 3.70:

Consideriamo ad esempio l'auto in Fig. 3.70 che sta rallentando. La forza di attrito tra gli pneumatici e la strada è di 8000 N ed agisce per 30 m. Se l'energia iniziale della macchina è di 320 000 J, quale sarà la sua energia dopo 30 m di frenata? In questo caso la forza di attrito compie un lavoro di (-8000 $\times$ 30)=-240 000 J, quindi l'energia finale sarà:

$$E_f = E_i + L_e = 320\ 000 - 240\ 000 = 80\ 000\ J \tag{3.89}$$

Come ulteriore esempio supponiamo di applicare una forza F ad un carrello su un piano inclinato come in Fig. 3.71. Se l'energia meccanica iniziale è nulla, quale sarà l'energia finale del carrello dopo aver percorso 0.7 m se $F = 18\ N$? (*Risposta:* $L_e = 18 \times 0.7 = 12.6\ J$ quindi $E_f = E_i + L_e = 0 + 12.6 = 12.6\ J$)

Adesso consideriamo un'auto di massa 1000 Kg con una velocità di 25 m/sec che frena fino a fermarsi (Fig. 3.72). Se la forza d'attrito è 8000 N, determinare lo spazio di frenata. In questo caso l'energia potenziale è zero durante tutto il moto. L'energia meccanica iniziale è data dall'energia cinetica iniziale, ovvero

$$T_i = \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2} \times 1000 \times 25^2 = 312\ 500\ J \tag{3.90}$$

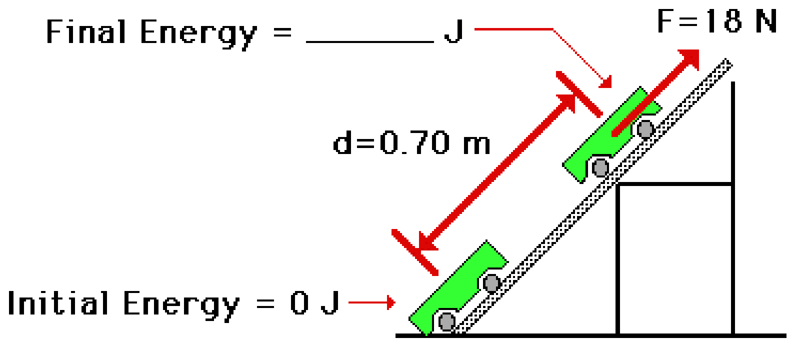


Figura 3.71:

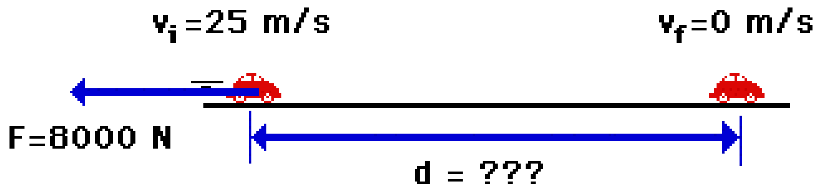


Figura 3.72:

L'energia cinetica finale è zero. Dalla relazione

$$L_e = -F \times d = E_f - E_i = T_f - T_i \tag{3.91}$$

otteniamo

$$d = -\frac{1}{F}(T_f - T_i) = 312\ 500/8000 = 39.1\ m \tag{3.92}$$

Consideriamo infine il caso di un moto sotto l'azione di una forza conservativa: la forza peso. Con riferimento alla Fig. 3.68, nel caso in cui la massa della campionessa di sci sia di 50 Kg, calcolare la sua velocità nei punti B, C, D ed E. (*Risposta*: è sufficiente usare la relazione $T = 1/2\ m\ v^2$ ovvero $v = \sqrt{2\ T/m}$. Nella Fig. 3.68 l'energia cinetica è indicata con KE ovvero T=KE).

3.11 Applicazioni dei concetti di lavoro ed energia

Abbiamo visto che in fisica il lavoro è definito in termini di una forza applicata ad un oggetto che ne causa uno spostamento. Ci sono molti esempi di lavoro che possono essere osservati nella vita di ogni giorno: un cavallo che tira un carretto, un uomo che solleva uno scatolone, etc. Viceversa un uomo che applica una forza contro un muro non fa lavoro (anche se si stanca) perchè il muro non si sposta.

Supponiamo di sollevare un peso a velocità costante, usando un motorino a benzina. Per la seconda legge della dinamica il motorino applica al grave una forza uguale e contraria al suo peso. Supponiamo di misurare il consumo del motorino dopo aver innalzato il grave ad una certa altezza h. Ripetiamo poi l'operazione per $2h$, $3h$ ecc. Si troverà che il consumo raddoppia, triplica, ecc. Dato che, a parte il segno, il lavoro fatto dal motorino è uguale a quello della forza peso, si trova che: il consumo di benzina è proporzionale al lavoro fatto dalla forza peso (stiamo ovviamente trascurando tutti gli attriti). Nel caso specifico stiamo consumando benzina per aumentare l'energia potenziale del grave. Questa è una forma della conservazione dell'energia, stiamo trasformando l'energia chimica che si libera tramite la combustione della benzina nella camera a scoppio del motorino in energia potenziale gravitazionale. L'energia totale del sistema motorino più grave è conservata, ma questo non ci impedisce di trasferirla (anche sotto forme diverse) da una parte all'altra del sistema.

In base alle nostre definizioni, il lavoro fatto dalla forza peso per uno spostamento orizzontale è nullo. Ci possiamo dunque domandare dove va l'energia consumata da un'automobile durante un viaggio su un tratto pianeggiante. Come detto, la forza peso fa lavoro nullo, ma occorre considerare l'attrito degli pneumatici sulla strada e la resistenza opposta dall'aria. Questi due effetti si sommano in una forza che contrasta il moto dell'automobile. Supponiamo di voler fare un viaggio a velocità costante. In questo caso, la forza motrice della macchina deve uguagliare esattamente le forze resistenti. Queste forze sono in direzione opposta al moto, quindi il motore della macchina dovrà fare un lavoro pari alla somma di queste forze moltiplicato per la distanza percorsa. Questo lavoro, o questo trasferimento di energia va perduto? No, perché il terreno e l'aria si riscaldano a causa degli attriti con il veicolo e si potrebbe provare (con esperimenti molto più semplici di questo) che l'energia spesa dall'automobile é uguale all'energia termica necessaria per il riscaldamento dell'aria, del terreno, degli pneumatici ecc.

Questi concetti sono di grande rilevanza nella pratica quotidiana. Consideriamo per esempio l'urto di un'automobile contro una parete od un albero. Chiaramente si ha una variazione di energia cinetica da $m\ v^2/2$, dove m è la massa dell'automobile e v la sua velocità prima dell'urto, a zero. Questa variazione di energia va nel lavoro che fa l'autovettura sull'ostacolo. È questo lavoro il responsabile dei danni. Infatti è lavoro effettuato contro le forze che si oppongono alle deformazioni della vettura e degli oggetti urtati. Ne segue che l'entità dei danni varia con il quadrato della velocità della vettura.

Esercizio: *Sparando un proiettile con un fucile, per il teorema sulla conservazione della quantità di moto, la quantità di moto del fucile e del proiettile sono uguali. Perché il rinculo del fucile sulla spalla non produce danni, mentre il proiettile può uccidere?* La risposta è che gli effetti distruttivi, come visto, dipendono dal trasferimento di energia e quindi dall'energia cinetica. Dato che si ha

$$m_{\text{fucile}} v_{\text{fucile}} = -m_{\text{proiettile}} v_{\text{proiettile}} \tag{3.93}$$

segue, prendendo i quadrati e dividendo per 2,

$$\frac{1}{2}m_{\text{fucile}}^2 v_{\text{fucile}}^2 = \frac{1}{2}m_{\text{proiettile}}^2 v_{\text{proiettile}}^2 \tag{3.94}$$

e quindi, introducendo le energie cinetiche del proiettile e del fucile ($T = 1/2\ m\ v^2$)

$$m_{\text{fucile}} T_{\text{fucile}} = m_{\text{proiettile}} T_{\text{proiettile}} \tag{3.95}$$

ovvero

$$\frac{T_{\text{proiettile}}}{T_{\text{fucile}}} = \frac{m_{\text{fucile}}}{m_{\text{proiettile}}} \tag{3.96}$$

Vediamo che il rapporto tra le energie cinetiche (a parità di quantità di moto) varia in modo inversamente proporzionale alle masse. Quindi l'energia cinetica del proiettile, responsabile del danno, è molto maggiore dell'energia cinetica del fucile.

Un'altra applicazione interessante di queste idee è nel funzionamento di attrezzi quali il martello, gli scalpelli, ecc. Consideriamo l'atto di piantare un chiodo con un martello. Generalmente si cerca di far percorrere al martello un arco abbastanza lungo così da fornirgli molta energia cinetica (gli stiamo applicando una forza con la mano). Questa energia cinetica è ceduta al chiodo il quale percorre uno spazio molto più breve. Il lavoro che il chiodo fa nel muro o nel legno è dato da forza per spostamento, segue che la forza che il chiodo applica sull'ostacolo è tanto maggiore quanto maggiore era la velocità del martello e quindi quanto maggiore era l'arco percorso.

Come si vede moltissime situazioni fisiche sono controllate da scambi energetici o dal lavoro fatto da parte di un sistema su di un altro sistema. Ci sono situazioni nella vita di tutti i giorni in cui apparentemente non si fa lavoro, almeno nel senso in cui lo abbiamo qui definito, ma ciò nondimeno danno luogo a sensazioni di fatica. Consideriamo l'azione di tenere sollevata una valigia (non di sollevarla). Dato che non vi è spostamento il lavoro è nullo. Oppure supponiamo di trasportare la stessa valigia lungo un percorso orizzontale. Dato che lo spostamento è perpendicolare alla forza (la forza peso della valigia), ancora il lavoro è nullo. Ciò nonostante queste due operazioni ci costano fatica. La ragione per questo è di tipo fisiologico. Infatti, se noi appoggiassimo la valigia su di un tavolo, questi sarebbe in grado di sostenerla senza alcuno sforzo (in realtà le fibre di legno del tavolo vengono leggermente deformate). Nel corpo umano ci sono due tipi di muscoli, il muscolo **striato** o **scheletrico** che abbiamo nelle braccia e che è sotto controllo volontario. L'altro tipo è il muscolo **liscio**, che per esempio abbiamo negli intestini. Questo è molto simile al muscolo che chiude una conchiglia. Questi muscoli lisci lavorano in modo estremamente lento ma possono rimanere nella stessa posizione per tempi lunghissimi. Cioè si possono bloccare in una data posizione e rimanervi. Dato che tutto il muscolo rimane bloccato in una certa posizione, non ci sono movimenti, non c'è lavoro e quindi non c'è sensazione di fatica. Invece il muscolo striato è in grado di rimanere contratto solo per brevi istanti. Quello che succede in situazioni di sforzo, è che arrivano tanti impulsi nervosi alle fibre. Alcune si contraggono, mentre altre si rilassano, in modo da riuscire ad esercitare un sforzo circa costante, ma questo a prezzo di numerosissimi piccoli movimenti delle fibre stesse. Il risultato è che quando cerchiamo di sostenere a lungo un carico pesante diventiamo stanchi e cominciamo a tremare. Questo accade quando le scariche nervose cominciano ad arrivare irregolarmente e le fibre non reagiscono più con la prontezza necessaria.

Il concetto di lavoro e di trasferimento di energia è molto utile anche per comprendere il funzionamento di certe macchine semplici. Un esempio di macchina semplice è dato dal piano inclinato. Se vogliamo sollevare un carico ad una certa altezza lungo la verticale, occorre applicare una forza pari al peso del carico. Possiamo però usare una forza più piccola se facciamo uso di un piano inclinato come in Figura 3.73. Infatti basterà applicare una forza pari alla componente del peso

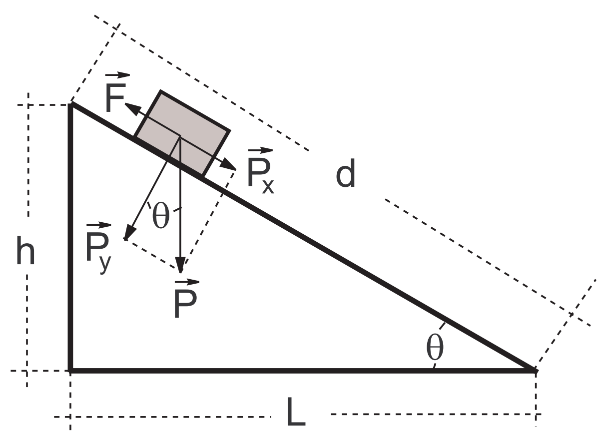


Figura 3.73:

lungo il piano inclinato (P_x) per trasportare il carico a velocità costante. In questa situazione, la risultante delle forze sul corpo è nulla, quindi, per il principio d'inerzia, tale corpo potrà muoversi di moto uniforme, ovvero mantenere la propria velocità iniziale. La forza di cui necessitiamo è quindi tanto più piccola quanto meno inclinato è il piano. Questo significa, ad altezza h fissata, la forza sarà tanto più piccola quanto più lunga è la distanza d da percorrere.

Dalla similitudine dei triangoli in Fig. 3.73 si ha

$$\frac{F}{P} = \frac{h}{d} \quad \text{ovvero} \quad F\ d = P\ h \tag{3.97}$$

che ci dice che il lavoro fatto dalla forza F deve essere uguale a quello che fa la forza peso per portare il carico alla quota h. Il funzionamento del piano inclinato come macchina semplice, può quindi essere letto molto semplicemente in termini di trasferimento di energia o di lavoro fatto. Si può usare una forza più piccola ma facendola lavorare per un tratto più lungo.

Esercizio: Un carrello è spinto a velocità costante su un piano inclinato come in Fig. 3.74. Il carrello ha una massa di 3 Kg. Qual'è la sua energia potenziale quando ha raggiunto l'altezza $h = 0.4\ m$? Se il piano è inclinato di 45^o, che forza dobbiamo applicare affinchè la velocità del carrello sia costante? Verificare che il lavoro compiuto dalla forza F è uguale alla variazione di energia potenziale.
(*Risposta*: $U = m\ g\ h \simeq 11.8\ J$; $F = P\ h/d = P/\sqrt{2} \simeq 20.8\ N$)

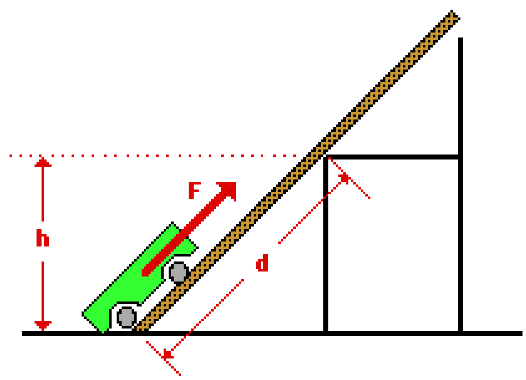


Figura 3.74:

Un altro concetto utile è quello di **potenza**. Si chiama potenza il *lavoro fatto per unità di tempo*. Le sue dimensioni sono lavoro diviso tempo. In base alla definizione l'unità di potenza è 1 Joule al secondo. Questa unità si chiama **Watt**

$$1W = \frac{1J}{1sec} \tag{3.98}$$

Il concetto di potenza è utile perché molti dispositivi forniscono una potenza fissata, per esempio le automobili. Questo permette di capire il motivo per cui le macchine vanno più lentamente in salita. Se la potenza massima erogata dalla macchina è W, il lavoro massimo che può fornire nell'intervallo di tempo Δt è dato da $W\Delta t$. Se l'automobile deve superare un dislivello pari ad h, il lavoro che deve fare è (trascurando gli attriti) $P\ h$, se P è il suo peso. Quindi dovremo avere

$$W\Delta t = P\ h \tag{3.99}$$

e maggiore è h, maggiore è l'intervallo di tempo Δt necessario per superarlo.
Esercizio: *Due ragazzi in palestra stanno esercitandosi nel sollevamento pesi. Riccardo solleva 50 Kg sulla sua testa per 10 volte in un minuto, mentre Piero solleva 50 Kg sulla sua testa per 10 volte in 10 secondi. Chi compie più lavoro? Chi sviluppa più potenza*? (*Risposta:* Il lavoro compiuto dai due ragazzi è lo stesso visto che applicano la stessa forza per spostare lo stesso peso sulle loro teste. Piero sviluppa una potenza 6 volte superiore a Riccardo, in quanto compie lo stesso lavoro in un tempo 6 volte inferiore).

Esercizio: *Due autovetture sbattono contro una parete. La polizia rileva che i danni sono praticamente identici. Uno degli autisti dice che viaggiava a 80 km/h, mentre l'altro, con un automezzo di massa quadrupla, sostiene che andava a 20 Km/h. Gli autisti dicono entrambi la verità?* (*Risposta:* No. Secondo le dichiarazioni degli autisti al momento dello scontro il rapporto delle energie cinetiche è

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{m_1\ v_1^2}{m_2\ v_2^2} = \frac{m_1\ 80^2}{4m_1\ 20^2} = \frac{80^2}{4\ 20^2} = 4 \tag{3.100}$$

ma ciò corrisponderebbe a danni 4 volte maggiori per l'auto più veloce.)

Esercizio: *Il kilowattora (kWh) è una unità di lavoro molto usata nella pratica quotidiana. È il lavoro compiuto da un motore della potenza di 1000 Watt (1 kilo-Watt) che lavora per un'ora. Dalla bolletta della luce si vede che 1 kilowattora costa, ad esempio, 150 lire. Se si tiene accesa una lampadina di 100 watt per un'ora, quanto si spende? Quanti Joule di energia ottieni quando compri un kilowattora di elettricità?* (*Risposta:* 15 lire. 1 kWh corrisponde a 3.6×10^6 Joule)

Capitolo 4

Liquidi

4.1 Solidi e liquidi: loro caratteristiche

Fino a questo momento abbiamo parlato genericamente di proprietà dei corpi, quali la loro massa, la loro velocità ecc. Tutto questo ha senso se a queste grandezze si può dare un significato univoco. Per esempio, se per qualche motivo le dimensioni del corpo sono inessenziali per il problema, cioè se il corpo si può approssimare ad un punto, la sua velocità è definita in maniera univoca, perché univoca è la posizione del punto. Questo è meno evidente se il corpo ha una estensione. Infatti in tal caso punti diversi del corpo possono avere velocità diverse. Consideriamo una ruota, i punti vicini all'asse hanno velocità più bassa dei punti lontani. Se però la ruota trasla e tutti i suoi punti hanno la stessa velocità, allora si ha ancora una velocità definita in modo univoco. È chiaro dunque che lo studio fin qui fatto si applica rigorosamente ad un'astrazione, il cosi detto **punto materiale**, cioè un corpo di dimensioni trascurabili, puntiforme, ma dotato della massa dell'oggetto in esame. Nello studio del moto le dimensioni degli oggetti possono portare a complicazioni più o meno serie. Per esempio consideriamo una forza applicata ad un tavolo, oppure ad un materasso o ad un catino. Nel moto del tavolo le distanze tra i punti del tavolo stesso non cambiano (può però cambiare la velocità). Per un materasso od un catino d'acqua le distanze tra i punti possono cambiare a seconda dell'entità della forza applicata. Sarebbe troppo complesso per questo corso iniziare una discussione su come affrontare i problemi della dinamica nel caso generale, però vogliamo dare alcune rozze idee sulle approssimazioni che stiamo facendo nelle nostre schematizzazioni. Ma è evidente che le nostre approssimazioni saranno più o meno buone a seconda del tipo di sostanza con cui si ha a che fare.

Iniziamo considerando un modo abbastanza comune per classificare le sostanze, in base al volume ed alla forma:

- i corpi **solidi** hanno volume e forma propria;
- i corpi **liquidi** hanno volume proprio ma non forma propria;

- i corpi **gassosi** non hanno volume e forma propri: essi invadono completamente il recipiente che li contiene.

Questa schematizzazione è molto drastica, come si può capire subito ponendosi alcune domande. Per esempio una gomma da cancellare può essere facilmente incurvata comprimendola alle due estremità più lunghe. Per cui la domanda è **la gomma può essere considerata come un corpo solido?** In effetti qualunque corpo solido può essere deformato se sottoposto ad una forza opportuna (vedi Figura 4.1). Quindi la risposta alla domanda è che anche la gomma può essere considerata

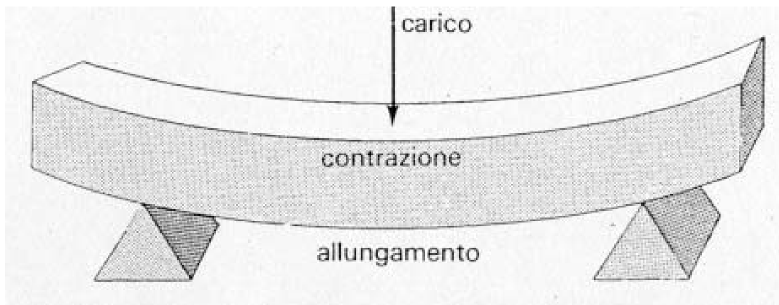


Figura 4.1: *La Figura mostra come un solido possa essere deformato tramite l'applicazione di una forza opportuna.*

un solido purché le forze applicate siano tali da non deformarla in modo apprezzabile. In generale, la forma di un corpo solido dipende dalle sollecitazioni a cui è sottoposto. Una trave come in Figura 4.1 subisce sia una compressione che un allungamento.

Consideriamo un dispositivo come quello illustrato in Figura 4.2. Il peso sul

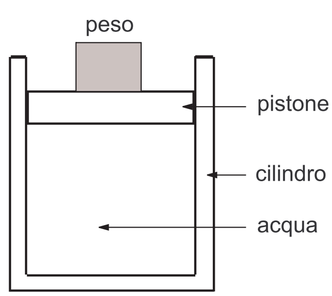


Figura 4.2: *L'acqua nel cilindro è sottoposta a compressione da parte del peso appoggiato sul pistone.*

pistone comprime l'acqua. Quello che si osserva è una diminuzione del volume, sia pur piccola. Per esempio se la superficie del pistone è 1 cm^2, e il volume iniziale dell'acqua 1 litro (cioè 1 dm^3), per diminuire questo volume di 1/1000 (vale a dire di 1 cm^3), occorre applicare al pistone una forza di circa 245 N (circa 25 Kg$_p$). **Si**

puó dunque dire che l'acqua ha un volume proprio? La risposta è analoga alla precedente. Infatti un qualunque corpo soggetto ad una compressione, come nel caso precedente dell'acqua, subisce una variazione di volume. Quindi la domanda è correlata all'entità della variazione di volume o della compressione esercitata e possiamo rispondere che il corpo ha volume proprio sino a che la deformazione che subisce a causa di una compressione è piccola.

Una terza domanda riguarda sostanze liquide come il miele e l'acqua. Entrambe prendono la forma del bicchiere che le contiene, ma il miele cola più lentamente dell'acqua ed impiastriccia le dita che lo toccano. Quindi **si può dire che il miele e l'acqua sono liquidi allo stesso modo?** La differenza tra miele e acqua si può esprimere in termini dell'attrito interno nei liquidi o **viscosità**. Per dare una definizione più precisa di questo concetto, consideriamo la Figura 4.3. Applicando

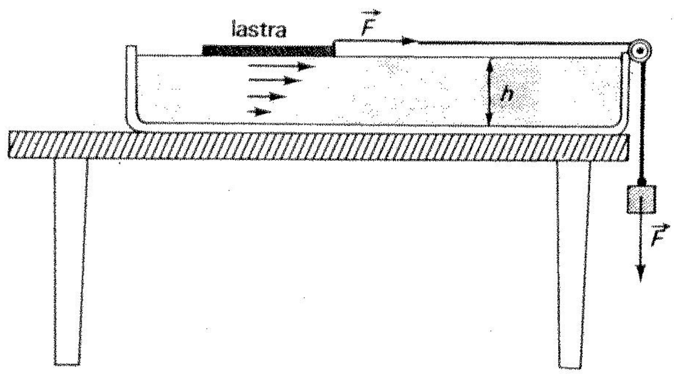


Figura 4.3: *L'apparato sperimentale mostrato in Figura serve per definire la viscosità in un liquido.*

la forza $\vec{F}$ alla lastra che galleggia sul liquido, si trova che dopo una fase iniziale il tutto si muove di moto uniforme con velocità v. Questo significa che oltre ad $\vec{F}$ agiscono anche forze interne al liquido (di attrito viscoso) di intensità uguale e di verso opposto alla $\vec{F}$ stessa. Allo stesso tempo il liquido viene messo in moto con una velocità che decresce dal pelo dall'acqua sino al fondo dove la velocità è nulla. Il tutto avviene come se il liquido fosse composto da tanti piani scorrevoli gli uni sugli altri. La viscosità può essere interpretata come la forza di attrito viscoso agente tra questi piani. Sperimentalmente si trova che la forza di attrito è proporzionale alla superficie S della lastra ed alla velocità, mentre è inversamente proporzionale alla profondità del liquido, h. In formule

$$F = \eta \frac{Sv}{h} \tag{4.1}$$

Il coefficiente η si chiama il **coefficiente di viscosità**. Rispetto all'acqua il coefficiente di viscosità della glicerina è 850, quello dell'alcool 1.2 e quello dell'etere 0.23. Quindi per muovere la lastra occorre fare un lavoro più o meno grande a seconda del coefficiente η. Questo lavoro non va in aumento dell'energia cinetica della lastra (che si muove a velocità costante), ma è necessario per realizzare lo scorrimento. Questo scorrimento avviene contro una forza agente parallelamente ai piani di scorrimento. Questa forza tende ad opporsi alle variazioni di forma del liquido e quindi l'acqua risponde meglio del miele alla nostra definizione. Infatti un liquido perfetto non dovrebbe aver forma propria e quindi il cambiamento di forma non dovrebbe necessitare di un lavoro.

Se si riflette un attimo sulle schematizzazioni che abbiamo fatto di solidi e liquidi perfetti, ci rendiamo conto che entrambi richiedono che dall'esterno non sia possibile fare lavoro contro le forze interne. Questo fatto, per esempio, impedisce le deformazioni di un solido, e permette invece il libero scorrimento dei piani del liquido. Si può anche dire che

- nel solido ideale le distanze tra punti sono immutabili e questo rende impossibile gli spostamenti (e quindi il lavoro) relativi tra parti del corpo

- nel liquido ideale gli spostamenti possono consistere solo in scorrimenti di piani gli uni sugli altri senza lavoro (assenza di viscosità), mentre non possono esserci spostamenti perpendicolari a questi piani (incompressibilità).

Un altro concetto importante è quello di omogeneità. L'idea è quella di prelevare da varie parti di uno stesso corpo vari campioni tutti della stessa forma e messi nelle stesse condizioni esterne. Se tali campioni hanno tutti le stesse caratteristiche fisiche, quali la massa, la capacità di lasciar passare la luce, il colore ecc. allora si dice che il corpo è **omogeneo**. Ovviamente questo può solo essere verificato sperimentalmente. Per esempio se si parte da una barra di rame, si trova che tutti i campioni hanno le stesse proprietà. L'acqua di mare a diverse profondità presenta invece caratteristiche diverse, per esempio un diverso grado di salinità. Se invece si considera del calcestruzzo (impasto di sabbia, pietrisco e cemento) e se ne prendono campioni di dimensioni dell'ordine del dm^3 si trova che essi sono praticamente identici, se invece si prendono campioni molto più piccoli allora si trova che in alcuni campioni c'è più sabbia o pietrisco che in altri. Il concetto di omogeneità è cruciale anche ai fini di quanto detto precedentemente. Per esempio la possibilità di definire la viscosità di un fluido come caratteristica del materiale di cui è costituito dipende dall'omogeneità del campione.

Questa Sezione è introduttiva alle proprietà statiche dei liquidi. Il motivo per cui ci siamo soffermati a lungo sui limiti di applicabilità delle definizioni consuete di liquido o di solido perfetti, è perché la strada qui seguita è molto comune in fisica. Si inizia considerando delle situazioni molto idealizzate, per esempio le leggi del moto per un punto materiale, e poi si complica man mano la pittura cercando di aggiungere via via gli elementi non considerati in un primo momento. Il fatto che si trascurino certi elementi del problema è qualcosa che va tenuto sempre e costantemente in mente, ed occorrerebbe sempre verificare che le approssimazioni fatte sono corrette, cioè se certi elementi che trascuriamo sono effettivamente poco importanti data la precisione che vogliamo raggiungere.

4.2 Equilibrio in un liquido

Vogliamo calcolare come varia la pressione in un liquido al variare della profondità.

Ricordiamo qui la definizione di pressione: questa è definita come la forza perpendicolare alla superficie per unità di area, cioè il rapporto tra la forza perpendicolare e l'area della superficie.

Consideriamo un liquido in quiete, per esempio dentro un contenitore cilindrico come in Figura 4.4. Isoliamo nel contenitore un cilindretto verticale di base S e con

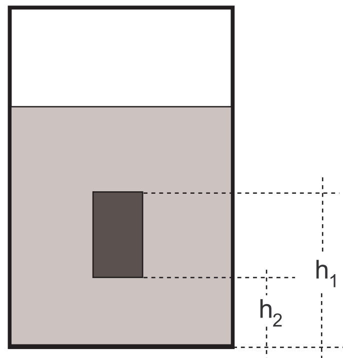


Figura 4.4: *La Figura mostra un cilindretto all'interno di un contenitore di liquido al fine di illustrare la legge di Stevino.*

le due facce a distanze h_1 e h_2 dal fondo. Sulla base superiore avremo una forza data da $P_1 S$ se P_1 è la pressione sulla faccia superiore. Sulla faccia inferiore agirà questa stessa pressione P_1 che viene trasmessa integralmente a causa della incomprimibilità del liquido, ed inoltre agirà il peso del cilindretto. In generale, su una porzione di liquido di volume V e densità $\rho = m/V$ agisce una forza pari alla forza peso. Ovvero, sostituendo $m = \rho V$:

$$mg = \rho V g \tag{4.2}$$

In questo caso $V = (h_1 - h_2)S$, quindi sulla faccia inferiore del cilindretto agirà una forza

$$P_1 S + \rho V g = P_1 S + \rho(h_1 - h_2)Sg \tag{4.3}$$

Questa forza, visto che per ipotesi siamo in situazione statica, dovrà essere equilibrata dalla forza agente sulla faccia inferiore. Quindi se la pressione sulla faccia inferiore è P_2 si dovrà avere

$$P_2 S = P_1 S + \rho(h_1 - h_2)Sg \tag{4.4}$$

Da questa relazione si deduce la variazione della pressione con la quota (**legge di Stevino**)

$$P_2 = P_1 + \rho(h_1 - h_2)g \tag{4.5}$$

Vediamo che la pressione in un liquido aumenta con la profondità e che tra due quote diverse c'è una differenza di pressione pari al peso di una colonna di liquido di sezione unitaria e di altezza uguale alla differenza di quota. Come applicazione particolare vediamo che punti alla stessa quota hanno uguale pressione. Questa è nota come **legge di Pascal**.

Un'altra importante applicazione della legge di Stevino è il barometro a mercurio. Come mostrato nella Figura 4.5, un tubo di vetro lungo circa 1 metro e chiuso ad una estremità viene riempito di mercurio e capovolto in modo che l'estremo aperto peschi in una bacinella piena anch'essa di mercurio. La colonnina di mercurio dentro il tubo

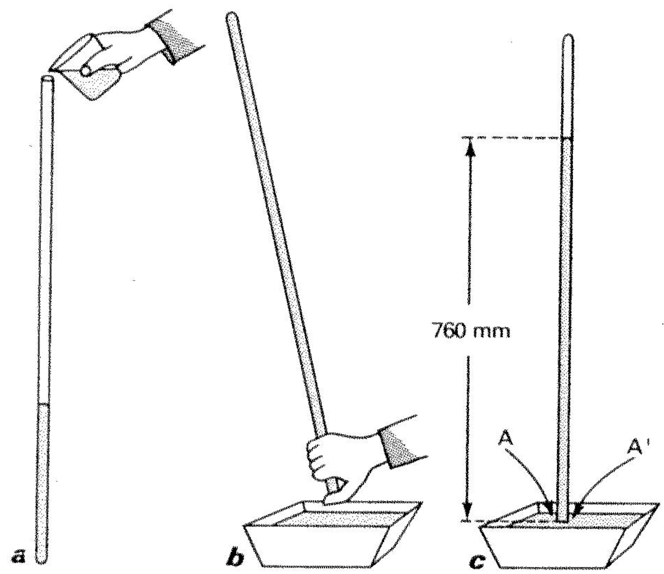


Figura 4.5: *La Figura illustra la preparazione del barometro di Torricelli per la misura della pressione atmosferica.*

scende, lasciando una parte del tubo vuota (qui la pressione è nulla), fin quando raggiunge un livello tale da equilibrare con la pressione esercitata sulla sezione AA' dal proprio peso, la pressione esercitata dall'atmosfera sul pelo libero del mercurio nella bacinella. Quindi avremo

$$\rho h g = P_{\mathrm{atm}} \tag{4.6}$$

dove h è l'altezza del mercurio nella colonna rispetto alla superficie del mercurio nella bacinella. Quindi si ha equilibrio per un'altezza

$$h = \frac{P_{\mathrm{atm}}}{\rho g} \tag{4.7}$$

Questo dispositivo permette di misurare la pressione atmosferica tramite la lettura dell'altezza della colonna di mercurio. Questo barometro è dovuto a Torricelli. Risulta quindi comodo esprimere la pressione atmosferica direttamente in millimetri di mercurio, **mmHg**. In condizioni atmosferiche normali, l'altezza della colonna di mercurio risulta di 760 mmHG. Essendo la densità del mercurio pari a 13.6×10^3 $\mathrm{Kg/m^3}$, si trova che

$$P_{\mathrm{atm}} = 13.6 \times 10^3 \ \mathrm{Kg/m^3} \times 0.760 \ \mathrm{m} \times 9.80 \ \mathrm{m/sec^2} \approx 1.01 \times 10^5 \ \mathrm{N/m^2} \tag{4.8}$$

Un'applicazione della legge di Pascal è il torchio idraulico. Consideriamo il dispositivo nella Figura 4.6. Se esercitiamo sulla superficie S_1 una forza F_1, essa subirà una pressione pari a

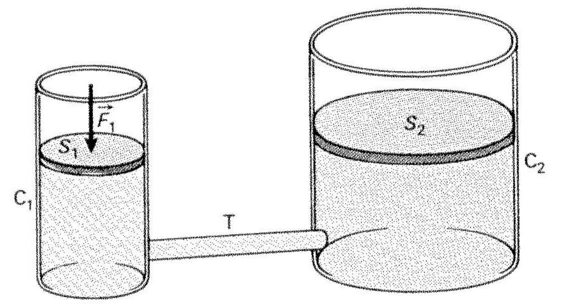


Figura 4.6: *Il torchio idraulico.*

$$P = \frac{F_1}{S_1} \tag{4.9}$$

Sulla superficie S_2 agirà una pressione ancora uguale a P e quindi la forza F_1 produrrà su S_2 una forza pari a

$$F_2 = PS_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1} \tag{4.10}$$

Quindi la forza applicata su S_1 viene **amplificata** di un fattore

$$\frac{S_2}{S_1} \tag{4.11}$$

Consideriamo adesso l'esperienza delineata in Figura 4.7. Se appendiamo un corpo ad un dinamometro, questo ne misura il peso tramite il suo allungamento. Se adesso immergiamo il corpo in un liquido sempre tenendolo appeso al dinamometro, si verifica che questi subisce un allungamento minore. In altri termini, per il fatto di essere immerso nel liquido, il corpo riceve una spinta dal basso verso l'alto. Questo fenomeno può essere capito considerando la Figura 4.8, dove un corpo C è immerso nel liquido del recipiente R. Consideriamo ora un secondo recipiente R' riempito allo stesso livello e con lo stesso liquido di R. Supporremo di essere in entrambi i casi all'equilibrio idrostatico. Consideriamo in R' una regione identica a quella definita dal corpo C (indicata nella Figura con una linea tratteggiata e denotata da C'). Allora possiamo pensare a questa regione come costituita da un corpo della stessa forma e dimensione di C ma costituito dal liquido. Date le condizioni di equilibrio, il

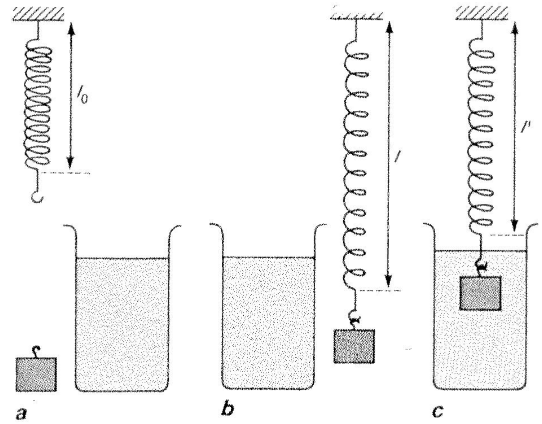


Figura 4.7: *La spinta idrostatica (la legge di Archimede).*

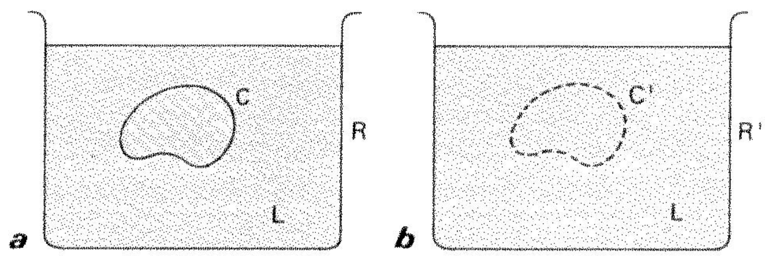


Figura 4.8: *Illustrazione del ragionamento usato per derivare la legge di Archimede.*

liquido circostante a C e C' esercita nei due casi esattamente le stesse forze. D'altra parte nel recipiente R' le forze devono equilibrare il peso della regione C'. Quindi: *Un corpo immerso in un liquido riceve una spinta dal basso verso l'alto pari al peso del liquido spostato.* Questa è la famosa **legge di Archimede**.

4.3 Liquidi: Esperimenti

Il percorso didattico sulle proprietà dei liquidi vuole introdurre alla fisica del galleggiamento e al principio di Archimede, ma vuole anche essere un'applicazione di quanto appreso fino a qui sul peso specifico e sulle forze. A tal proposito i ragazzi vengono guidati a rielaborare le loro conoscenze sull'equilibrio, nel caso particolare del galleggiamento.

La spinta idrostatica
Scopo: Evidenziare l'esistenza della spinta idrostatica.

Materiale: un dinamometro con portata di 100 g_p; un cilindro o un grosso bicchiere;

Figura 4.9: *Esiste la spinta idrostatica?*

oggetti di vario tipo, di dimensioni tali da poter essere introdotti nel cilindro o nel bicchiere; acqua; alcool denaturato; soluzione concentrata di acqua e sale da cucina.
Procedimento: Prima di iniziare l'esperimento, è istruttivo proporre alcune operazioni preliminari. Fornite ai ragazzi un oggetto e chiedete loro come è possibile determinarne il peso. I ragazzi, facendo riferimento a quanto appreso sulle forze, suggeriranno di determinare il peso dell'oggetto per mezzo di un dinamometro. Fate eseguire la misurazione e chiedete loro se, a loro parere, l'oggetto appeso alla molla (una volta smorzate le oscillazioni), si trova in equilibrio oppure no. Il problema dell'equilibrio è già stato affrontato, e i ragazzi dovrebbero essere in grado di rispondere positivamente alla domanda. Quali forze sono applicate all'oggetto? Come sono dirette? Anche questo dovrebbe essere ormai noto: la forza peso dell'oggetto diretta verso il basso e la forza della molla diretta verso l'alto. Chiedete ora di rappresentare graficamente le forze che agiscono sull'oggetto per mezzo di vettori. Semplici considerazioni sulla rappresentazione vettoriale delle forze sono già state introdotte e questa può essere una buona occasione per riutilizzarle e approfondirle badando a come i ragazzi utilizzano la rappresentazione vettoriale relativamente al punto di applicazione, alla direzione e verso e al modulo dei due vettori: non è improbabile che alcuni ragazzi disegnino due vettori di lunghezza diversa. Chiedete ora di spingere l'oggetto col palmo della mano, dal basso verso l'alto, in modo che l'allungamento della molla diminuisca, ma che l'oggetto possa pur sempre rimanere appeso. Raggiunta la nuova situazione di equilibrio, perchè l'allungamento della molla è diminuito? È forse diminuito il peso del corpo? Quante sono le forze che agiscono sull'oggetto? Fate rappresentare, per mezzo di vettori, la nuova situazione di equilibrio. (Con riferimento alla Figura 4.10, P rappresenta il peso del corpo appeso, F la forza applicata dalla molla al corpo, S la forza applicata col palmo della mano al corpo ed F' la forza applicata dalla molla al corpo nella situazione *c)*). È importante che i ragazzi siano aiutati a comprendere che la somma delle due forze

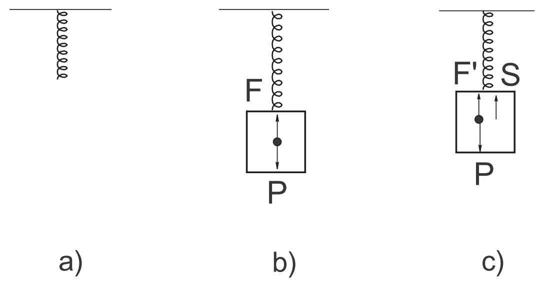


Figura 4.10: *Oggetto in equilibrio appeso ad una molla: a) molla a riposo; b) aggetto appeso; c) oggetto appeso e mano che preme verso l'alto*

dirette verso l'alto deve uguagliare il modulo della forza peso. Chiediamo allora: quando la mano spinge verso l'alto, dato che il peso dell'oggetto rimane invariato e che la forza esercitata dalla molla sull'oggetto si può leggere dal dinamometro, è possibile ricavare la forza con cui la mano spinge l'oggetto verso l'alto?
Dopo questa prima parte dedicata a recuperare a approfondire le conoscenze dello studente sulle forze, la loro rappresentazione e misurazione, possiamo far lavorare i ragazzi su situazioni che permettano di giungere ad una formulazione del principio di Archimede. Prendiamo un recipiente trasparente con dell'acqua fino a 3/4 di altezza. Immergiamo un oggetto nell'acqua del cilindro (deve essere un oggetto che va a fondo!) e chiediamo di descrivere cosa è successo. I ragazzi saranno sicuramente in grado di mettere in evidenza l'innalzamento dell'acqua nel recipiente. Si possono puntualizzare i due fenomeni fondamentali: l'oggetto va a fondo e il livello dell'acqua aumenta. Si può adesso chiedere di dare una spiegazione, in termini di forze, del perché l'oggetto va a a fondo. Mentre l'oggetto va a fondo possiamo dire che si trova in equilibrio? Una volta che ha raggiunto il fondo del recipiente è in equilibrio?
Agganciamo l'oggetto in esame ad un dinamometro e misuriamone il peso (P_1) come in Figura 4.9. Cosa si osserva? Gli studenti dovrebbero osservare che il corpo adesso non affonda, ma nemmeno galleggia: è in equilibrio in un certa posizione all'interno del recipiente, il livello dell'acqua è aumentato. Leggiamo il peso che adesso segna il dinamometro (P_2). Il peso sembra diminuito ($P_2 < P_1$). Che cosa ha spinto in alto il corpo appeso al dinamometro? È possibile fare un confronto con una situazione già sperimentata? I ragazzi dovrebbero essere in grado di ricollegare questa situazione a quella della mano che spinge l'oggetto appeso al dinamometro verso l'alto e indicare nella spinta verso l'alto dell'acqua sul corpo, la causa della diminuzione del valore indicato dal dinamometro. Alle domande: in quale direzione è diretta la forza (spinta) dell'acqua sul corpo e quanto vale, i ragazzi dovrebbero essere in grado, in analogia con quanto fatto in precedenza, di rispondere. (Si preferisce parlare di forza di spinta, piuttosto che di sola spinta, per non creare confusione ai ragazzi con una varietà di termini diversi che indicano pur sempre una forza).
È istruttivo ripetere l'operazione con altri oggetti, annotando sempre i pesi seg-

nati dal dinamometro e calcolando, per differenza, il valore della forza di spinta ($S = P_1 - P_2$). Possiamo poi ripetere ancora la prova con i diversi oggetti, immergendoli in alcool, nella soluzione di acqua e sale o in altri liquidi che possono essere a disposizione. I risultati possono essere riportati su una tabella del tipo di Tabella 4.1. Si possono porre ai ragazzi le seguenti domande:

	nell'aria P_1	in acqua P_2	in alcool P_3	in acqua e sale P_4
oggetto	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
oggetto	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$

Tabella 4.1: *Pesi di oggetti diversi in aria e in vari liquidi.*

Per uno stesso oggetto, la spinta ricevuta nei diversi liquidi è sempre la stessa?
Se i valori della spinta sono diversi, questo dipende secondo voi, dal liquido usato o dall'oggetto immerso?
Fate formulare ai ragazzi le diverse ipotesi e verificatele con l'esperimento successivo.
Possiamo anche guidare le risposte dei ragazzi proponendo loro un'ulteriore misura. Segnate con un pennarello sul recipiente il livello del liquido prima di immergere l'oggetto ed il livello raggiunto con l'oggetto completamente immerso. La variazione di livello indica il volume di liquido spostato dall'oggetto. Cambiando liquido (ma sempre con lo stesso oggetto) e mantenendo costante il livello di partenza, i ragazzi potranno verificare che il livello finale (con l'oggetto immerso) è lo stesso per tutti i liquidi considerati, ovvero, il volume del liquido spostato è sempre lo stesso. Quest'osservazione dà la possibilità di riprendere le considerazioni fatte nel percorso sul peso specifico. I ragazzi dovrebbero essere in grado di indicare nel volume spostato il volume dell'oggetto immerso e di ricavare (noto il peso specifico del liquido usato) il peso del volume di liquido spostato a seguito dell'immersione del corpo nel recipiente (per misurare la variazione del volume del liquido abbiamo bisogno di un recipiente tarato (vedi la Sezione sul volume)). Dal confronto di questi pesi, con le forze di spinta applicate ai vari oggetti dai diversi liquidi (vedi Tabella 4.1) gli studenti si renderanno conto dell'uguaglianza delle due quantità: la forza di spinta è uguale al peso del liquido spostato.
Conclusioni: Un dinamometro a cui è appeso un corpo misura una diminuzione della forza necessaria a sostenere il peso del corpo quando esso viene immerso in acqua. L'entità della diminuzione varia se si cambia il liquido in cui il corpo è immerso. La diminuzione apparente del peso è causata da una forza in verso opposto, esercitata dal liquido sul corpo. Tale forza è prodotta da ogni fluido e cresce con il suo peso specifico. È adesso possibile enunciare il **Principio di Archimede**: all'equilibrio, un corpo immerso in un liquido subisce una forza di spinta, dal basso verso l'alto, pari al peso del liquido spostato.

Galleggiamento di solidi in liquidi
Scopo: Mostrare le diverse proprietà di galleggiamento di oggetti con stessa forma

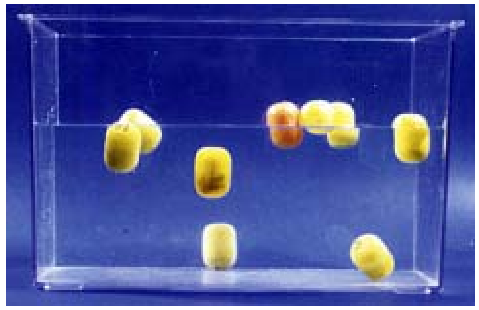


Figura 4.11:

e volume ma di peso diverso
Materiale: Una vaschetta, acqua, un pezzetto di legno, ovetti identici, materiali di diverso tipo con cui riempire gli ovetti (riso, farina, pallini di piombo etc.)
Procedimento: Come prima illustrazione, immergete in un recipiente contenente dell'acqua un oggetto che sia in grado di galleggiare, ad esempio un pezzo di legno, e premetelo verso il fondo del recipiente; lasciate poi libero l'oggetto e fate osservare ai ragazzi cosa accade: il corpo sale fino a raggiungere la superficie dell'acqua sulla quale galleggia. Cos'è che permette al corpo di risalire fino alla superficie del liquido? (È anche possibile far provare ai ragazzi la sensazione di spinta verso l'alto provocata dal corpo che può galleggiare, sulla mano che lo preme sott'acqua). L'esperienza proposta dovrebbe essere in grado di far collegare ai ragazzi il galleggiamento con la spinta di Archimede. Con riferimento al corpo che galleggia, si chieda: il corpo si trova in equilibrio? Da quali forze dipende l'equilibrio? Il modulo della forza di spinta è uguale al modulo di quale altra forza? (A questo punto i ragazzi dovrebbero aver ben chiaro, in base agli strumenti che hanno acquisito, quali sono le forze che agiscono sul corpo). Si ripeta l'esperienza del galleggiamento usando corpi diversi. Per far questo, si riempiono degli ovetti con materiali diversi in modo da avere pesi diversi. Si chiede prima ai bambini di soppesarli con le mani in modo da fare una prima classifica in base ai diversi pesi (possiamo anche segnare con pennarelli di diverso colore i vari ovetti in modo da riconoscere i più leggeri dai più pesanti). Poi si mettono gli ovetti in acqua, si muovono un poco e si aspetta finchè non hanno assunto una posizione di equilibrio. Vedremo che all'aumentare del peso gli ovetti sprofondano. Tra quelli che galleggiano, varia la parte immersa nell'acqua (vedi Figura 4.11), quindi, in generale, oggetti con la stessa forma e lo stesso volume, si collocano spontaneamente a diverse profondità di immersione. Questo è dovuto al diverso peso dei vari oggetti. Infatti un corpo galleggia se il suo peso è equilibrato dalla spinta idrostatica. Gli ovetti hanno contenuti diversi. La frazione di volume immersa è uguale al volume del liquido spostato. Diamo qui alcune formule per chiarire la situazione. Ricordiamo dalla Sezione precedente che il peso specifico è

definito come Peso/Volume:

$$P_s = \frac{P}{V} \tag{4.12}$$

Il principio di Archimede prevede:

$$S = P^{liquido\ spostato} = P_s^{liquido}\ V^{liquido\ spostato} \tag{4.13}$$

Se un oggetto galleggia, è in equilibrio, quindi la forza di spinta uguaglia in modulo il proprio peso: $S = P$ (qui ci riferiamo ai moduli delle forze). Inoltre il volume del liquido spostato sarà uguale al volume della parte immersa dell'oggetto

$$V^{liquido\ spostato} = V^{parte\ immersa} \tag{4.14}$$

Avremo quindi

$$V^{parte\ immersa} = \frac{S}{P_s^{liquido}} = \frac{P^{oggetto}}{P_s^{liquido}} = \frac{P_s^{oggetto}}{P_s^{liquido}} V^{oggetto} \tag{4.15}$$

Nell'esperimento proposto, gli ovetti hanno tutti lo stesso volume, quindi, il diverso volume della parte immersa indica il rapporto tra il peso specifico del solido e quello del liquido. Osserviamo anche che il galleggiamento avviene sempre in modo che il baricentro stia in basso. Il caso in cui l'ovetto non galleggia e sta sul fondo corrisponde ad una situazione in cui la spinta non equilibra il suo peso.

Per verificare quanto detto, possiamo proporre una ulteriore esperienza di galleggiamento per la quale si usano diversi oggetti e diversi liquidi. Riempiamo il solito cilindro tarato con un liquido, immergiamo l'oggetto e aspettiamo finchè non si sia raggiunto l'equilibrio. Facciamo poi una Tabella (vedi Tabella 4.2) che riporta il

corpo	liquido	$P_s^{liquido}$ g_p/cm^3	P_s^{solido} g_p/cm^3	volume spostato cm^3
a	A	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
a	B	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
a	C	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
b	A	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
b	B	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
b	C	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$

Tabella 4.2:

peso specifico del liquido, il peso specifico del solido che galleggia (l'unità di misura usata per il peso è il grammo peso g_p come detto nella Sezione (1.2.1)) ed il volume del liquido spostato che è uguale al volume della parte immersa del corpo. Cosa accade al volume della parte immersa del corpo all'aumentare del peso specifico del liquido? Come è il peso specifico del corpo che galleggia in relazione al peso specifico

del liquido? Questa riflessione dà la possibilità di mostrare come nel galleggiamento non entri in gioco solo il corpo che galleggia ma anche il liquido utilizzato e che la grandezza che deve essere presa in considerazione nel determinare il galleggiamento è il peso specifico.
Conclusioni: Un corpo galleggia se il suo peso è equilibrato dalla spinta idrostatica; la spinta è pari al peso di un liquido di volume pari alla parte immersa.

Galleggiamento di liquidi in liquidi
Scopo: Mostrare che alcuni liquidi galleggiano su altri

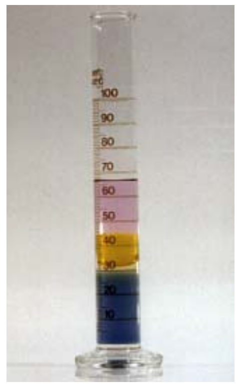


Figura 4.12:

Materiale: 3 liquidi insolubili, ed un recipiente.
Procedimento: Cominciamo con una semplice osservazione che ci viene dall'esperienza quotidiana. Mettete alcune gocce d'olio e di acqua in un piatto e mescolate. Mostrate ai ragazzi che i due liquidi, per quanto vengano mescolati, tendono sempre a separarsi e comunque sono visibili zone di olio e zone di acqua. Finchè le quantità usate dei liquidi sono piccole, l'esperienza mostra solo che non sono miscibili ma non ci dice niente di significativo sul galleggiamento. Chiedete ora ai ragazzi che cosa pensano che accada se si mettono acqua e olio in un bicchiere (ad esempio in parti uguali) fino quasi a riempirlo. Come si dispongono? Quello che i ragazzi osserveranno è che si formano due strati netti: uno inferiore di acqua e l'altro superiore di olio. È possibile condurre gli studenti a una spiegazione mediante le seguenti domande: possiamo interpretare il fenomeno in base a quanto appreso sul galleggiamento? Quale grandezza che interessa entrambi i corpi dobbiamo considerare? Per rendere ancora più evidente il fenomeno procediamo come segue. Versiamo in un recipiente dei liquidi diversi, uno dopo l'altro. Ad esempio potremmo versare prima acqua sporca (colorata con blu con una goccia di inchiostro); poi olio; poi alcool. Attenzione però: acqua e alcool sono miscibili, perciò devono rimanere separati dall'olio. Quindi il cilindro va riempito nell'ordine con i tre liquidi versandoli piano piano o meglio usando una siringa o una pipetta da laboratorio. I liquidi considerati hanno diverso peso specifico. Aspettare finchè non si raggiunge una situazione di equilibrio. Vedremo che i liquidi si disporranno in base a valori crescenti di peso

specifico, dall'alto verso il basso (vedi Figura 4.12). Questa è un'illustrazione del galleggiamento di oggetti (in questo caso liquidi) con peso specifico maggiore del peso specifico del liquido in cui sono immersi.
Conclusioni: Liquidi insolubili si dispongono in base a valori crescenti di peso specifico.
Approfondimento: Un oggetto di ferro pesa 500 g_p e ha un peso specifico $P_s = 7.87\ g_p/cm^3$. Qual'è il volume occupato dal corpo? (circa 63.5 cm^3). Qual'è la forza di spinta che riceve il corpo supponendo di immergerlo in acqua? ($P_s^{acqua} = 1\ g_p/cm^3$, $S = 63.5\ g_p$). Cosa accade al corpo: affonda o galleggia? Perchè?
Qual'è la forza di spinta che il corpo dovrebbe ricevere dall'acqua per poter galleggiare? Quali sono le forze che devono essere confrontate?
Passiamo ora ad analizzare il problema dal punto di vista del volume di liquido spostato. Qual'è il volume di acqua che dovrebbe essere spostato dal corpo per ricevere una spinta sufficiente da farlo galleggiare? (500 cm^3) Quale volume dovrebbe quindi occupare il corpo per poter galleggiare? Si può adesso dare una spiegazione del perchè, ad esempio, le navi di ferro galleggiano (vedi Figura 4.13). Una prova

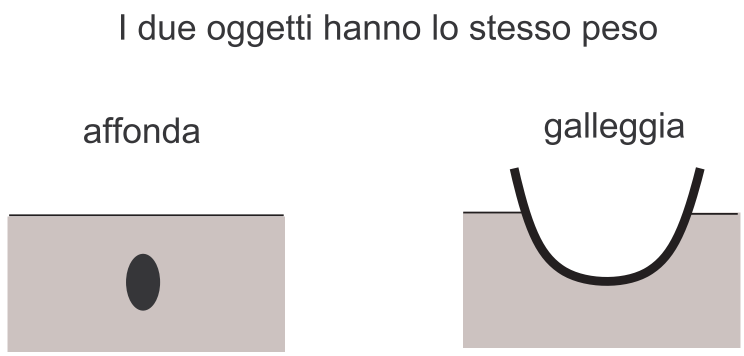


Figura 4.13:

interessante può essere fatta con i fogli di alluminio usati in cucina per avvolgere i cibi. Ritagliamo due strisce di alluminio. Con una striscia facciamo una pallina e gettiamola in acqua: la pallina galleggia. Con l'altra striscia facciamo un'altra pallina, ma questa volta riducendola alle minime dimensioni, usando un martello o un paio di pinze, in modo da non lasciare spazi liberi all'interno della pallina. Gettate adesso la seconda pallina in acqua: questa va a fondo. La seconda pallina, essendo compatta, occupa un volume inferiore alla prima e non sposta quindi acqua a sufficienza da poter ricevere una forza di spinta tale da poter galleggiare.

Il Principio di Pascal con una bottiglia
Scopo: Verificare il principio di Pascal anche senza l'apposito apparecchio
Materiale: una vaschetta, una bottiglia di plastica, sabbia, un ferro da calza sottile, un accendino, un righello, un pennarello
Procedimento: Con un pennarello tracciare una linea tutto intorno alla bottiglia cir-

Figura 4.14:

ca a metà. Riscaldare con l'accendino il ferro da calza e, con la parte calda, forare lateralmente la bottiglia, praticando 8-10 fori, tutti uguali, sulla linea disegnata prima. È importante che i fori si trovino tutti alla stessa altezza e abbiano tutti lo stesso diametro. Con un pezzo di nastro adesivo circondate la bottiglia in modo da tappare momentaneamente i fori. Riempite di sabbia la vaschetta e appoggiate la bottiglia al centro della vaschetta. Riempite d'acqua la bottiglia oltre i fori e osservate gli zampilli che si generano in tutte le direzioni. Questi sono praticamente tutti uguali ed il loro getto arriva alla stessa distanza dalla bottiglia (vedi Figura 4.14). Questo lo si può anche verificare con il righello.
Conclusioni: A parità di quota la pressione all'interno del fluido è uguale in tutte le direzioni.
Estensioni: Prendere un'altra bottiglia e praticare 4-5 fori a diverse quote. Ripetere il procedimento e confrontare la lunghezza dei getti. I getti più lunghi sono quelli dei fori più bassi.

Prove di verifica

- Alcuni oggetti immersi in un liquido galleggiano, altri vanno a fondo; sugli oggetti che vanno a fondo agisce la spinta di Archimede?
- Per un corpo che va a fondo indicare in che relazione sono la forza peso e la forza di spinta
- Consideriamo un corpo in grado di galleggiare in un liquido emergendone in parte; immergiamo completamente il corpo: la forza peso eguaglia la forza di spinta?
- Il ferro ha un peso specifico di 7.87 g_p/cm^3. Un ipotetico liquido nel quale il ferro può galleggiare che peso specifico dovrebbe avere? (tale liquido esiste veramente ed è il mercurio il cui peso specifico è 13.54 g_p/cm^3)

- Con riferimento alla Tabella 1.3 dei pesi specifici di varie sostanze, chiedete se è vero che si galleggia meglio in acqua salata piuttosto che in acqua dolce. Perché?

- Un corpo galleggia nell'acqua ma non nell'alcol. Cosa si può dire del suo peso specifico? Quali sono i limiti all'interno dei quali il suo peso specifico può variare?

- Perchè un chiodo di metallo del peso di pochi grammi non riesce a galleggiare sull'acqua, mentre un grosso tronco d'albero del peso di alcune centinaia di chili può farlo?

- Un oggetto che ha un volume di 4 cm^3 ed un peso di 50 g_p è immerso in acqua trattenuto ad una certa profondità da un'asta. Che forza di spinta riceve l'oggetto dall'acqua? Se l'asta viene tolta cosa accade al corpo: si sposta verso l'alto, va a fondo o rimane dov'è?

Capitolo 5

Termodinamica

5.1 Temperatura

Il contatto con i corpi ci stimola un certo numero di sensazioni, tra queste la sensazione di caldo o freddo. Il tentativo di rendere quantitativa questa sensazione porta al concetto di **temperatura**. Questo tentativo non è dovuto solo al piacere dei fisici di attribuire un numero ad ogni grandezza fisica, ma è invece necessario per dare un minimo di obiettività a questa sensazione. Sappiamo tutti che immergendo la mano destra nell'acqua calda, la sinistra in acqua fredda e poi entrambe le mani in acqua tiepida, alla mano destra avvertiamo una sensazione di freddo mentre alla sinistra una sensazione di caldo. Quindi la sensazione di caldo o freddo è estremamente soggettiva. Come sappiamo, attribuire un numero ad una grandezza fisica significa dare una definizione **operativa** del processo di misura. Nel caso della temperatura lo stabilire una definizione operativa è assolutamente non banale e vedremo che saranno necessari vari passi concettuali per arrivare ad una definizione soddisfacente.

Al fine di definire una procedura operativa per la misura della temperatura si inizia con l'osservare che alcune caratteristiche dei corpi, quale il loro volume, cambiano quando cambia la nostra sensazione di caldo o freddo che il corpo ci dà. Questo effetto si chiama **dilatazione termica** e può essere mostrato in varie situazioni. per esempio, nella Figura 5.1 a) la sfera passa attraverso l'anello. Se viene scaldata opportunamente non passa più come si osserva in Figura 5.1 b). Nella Figura 5.2 è rappresentata una bottiglia chiusa con un tappo attraversato da un tubo capillare. La bottiglia viene riempita d'acqua. Spingendo il tappo dentro il collo della bottiglia facciamo entrare un po' d'acqua dentro il capillare. Si può allora verificare, scaldando la bottiglia, che l'acqua sale dentro il capillare, mentre se raffreddata scende. Questa bottiglia è un rudimentale termometro ad acqua che però funziona sullo stesso principio dei termometri che discuteremo in seguito, come per esempio il termometro a mercurio che viene usato in casa per la misura della febbre.

In tutte queste considerazioni occorre prestare attenzione al fatto che il volume dei corpi può cambiare anche per altre motivazioni, oltre agli effetti termici. Per

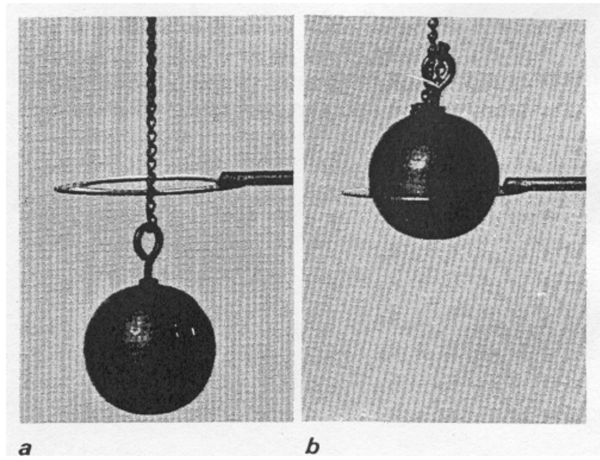


Figura 5.1: *La Figura mostra che la sfera scaldata non passa più attraverso l'anello.*

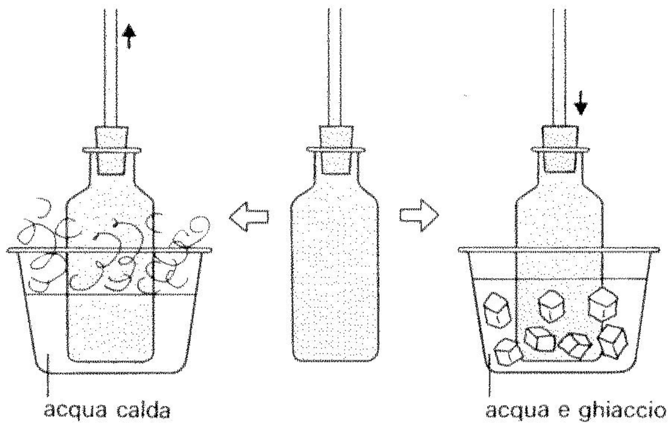


Figura 5.2: *La Figura mostra la bottiglia descritta nel testo.*

esempio, aumentando la pressione il volume diminuisce. Quindi nell'uso dei termometri è essenziale assicurarsi che tutte le condizioni esterne siano rigorosamente costanti. Ciò detto definiremo **termometro** uno strumento che contiene una sostanza, **sostanza termometrica**, tale che le sue variazioni di volume siano attribuibili alla sola dilatazione termica e che queste variazioni si possano registrare facilmente.

Con la definizione che precede possiamo associare un numero ad ogni valore del volume che assume la sostanza termometrica. In questo modo abbiamo definito una procedura operativa per misurare la sensazione di caldo o freddo. D'altra parte la definizione data è ancora largamente arbitraria. Infatti potremmo dire che il valore della temperatura registrato dal termometro **coincide** con il valore del volume della sostanza termometrica, oppure che è **proporzionale** al valore del volume secondo un fattore fissato arbitrariamente. Si potrebbe anche assumere che il valore della temperatura proporzionale al quadrato del valore del volume o fare qualunque altra possibile scelta. Quindi nella nostra definizione operativa di temperatura dovremo fissare una volta per tutte la relazione tra temperatura e volume. Occorrerà però essere sicuri che il termometro rispetti la nostra sensazione intuitiva di ordine per quanto concerne il caldo o il freddo. Cioè sarà necessario che se si avverte che la sostanza termometrica ad un dato istante è più calda che ad un altro istante, corrispondentemente il volume della sostanza sia maggiore nel primo caso.

Ai fini della costruzione di una scala delle temperature è fondamentale che esistano delle temperature di riferimento facilmente riproducibili. Queste temperature corrispondono ai cambiamenti di stato, cioè il passaggio da liquido a vapore o da solido a liquido. In questi casi si trova che la temperatura rimane rigorosamente costante. I punti di riferimento normalmente adottati sono:

1. **temperatura del ghiaccio fondente**
2. **temperatura di ebollizione dell'acqua**

Le scale che tipicamente vengono considerate sono le seguenti:

- **Scala del termometro a mercurio**. Questa è basata sull'uso di un termometro a mercurio in cui si attribuiscono i valori 0 e 100 alla temperatura del ghiaccio che fonde ed alla temperatura di ebollizione dell'acqua rispettivamente. L'intervallo di temperatura tra questi due punti viene poi diviso in 100 parti uguali. Quindi, per definizione, ad uguali variazioni di volume corrispondono uguali variazioni di temperatura. In formule

$$t_{\text{mercurio}} = k(V - V_0) \tag{5.1}$$

dove t_{mercurio} è il valore della temperatura del mercurio quando il suo volume è V. Il volume V_0 è quello corrispondente alla temperatura del ghiaccio che fonde, mentre la costante k è determinata dalla condizione

$$100 = k(V_{\text{acqua bollente}} - V_0) \tag{5.2}$$

L'unità di misura della temperatura sono i gradi. Il termometro a mercurio, cosi come ogni altro termometro ha dei limiti di operatività. Per esempio, il mercurio solidifica a -38 gradi e bolle a 350 gradi. Al di là di questi limiti la scala usata perde di significato.

- **Scala Celsius**. In questo caso si fa uso di un termometro a gas a pressione costante invece di quello a mercurio. Le temperature di riferimento sono come nel caso precedente e quindi si avrà

$$t_{\text{Celsius}} = \frac{c}{V_0}(V - V_0) \tag{5.3}$$

con V e V_0 i volumi del gas alla temperatura t_{Celsius} ed a quella del ghiaccio che fonde rispettivamente. L'intervallo tra le due temperature di riferimento è ancora diviso in 100 parti e quindi avremo la condizione

$$100 = c\left(\frac{V_{\text{acqua bollente}}}{V_0} - 1\right) \tag{5.4}$$

che determina c. Si trova sperimentalmente

$$c = 273.15 \tag{5.5}$$

I gradi Celsius si indicano con il simbolo ${}^0C$. Ovviamente la scala Celsius e quella del termometro a mercurio coincidono alle temperature di riferimento. Per le temperature intermedie si possono invece avere delle discrepanze perché niente garantisce che le proprietà di dilatazione termiche dei gas siano rigorosamente uguali a quelle del mercurio. Sperimentalmente si trova però che le due scale sono in accordo con ottima approssimazione.

- **Scala Kelvin**. Il termometro usato anche in questo caso è un termometro a gas a pressione costante. La scala Kelvin è individuata dalle seguenti due condizioni

  1. La temperatura del gas a pressione costante è proporzionale al suo volume (la temperatura Kelvin si indica con T e i gradi Kelvin con ${}^0K$)

  $$T = 273.15\frac{V}{V_0} \tag{5.6}$$

  da cui la temperatura del ghiaccio che fonde è

  $$T_{\text{ghiaccio fondente}} = 273.15\ {}^0K \tag{5.7}$$

  2. Si assume

  $$T_{\text{acqua bollente}} - T_{\text{ghiaccio fondente}} = 100 \tag{5.8}$$

  Confrontando con la (5.3)

  $$T = 273.15 + t_{\text{Celsius}} \tag{5.9}$$

A proposito dei termometri a gas è importante sottolineare che l'esperienza mostra che **se i gas sono abbastanza rarefatti subiscono tutti i medesimi effetti di dilatazione termica**. Questo è il motivo per cui nella definizione delle scale Celsius e Kelvin non abbiamo specificato il tipo di gas usato nei termometri, perché si fa sempre riferimento a termometri con gas molto rarefatti che hanno quindi tutti le stesse proprietà.

Nella Figura 5.3 si mostrano le variazioni di volume di alcune sostanze con la temperatura. Vediamo che l'acqua ha un comportamento anomalo rispetto alle altre

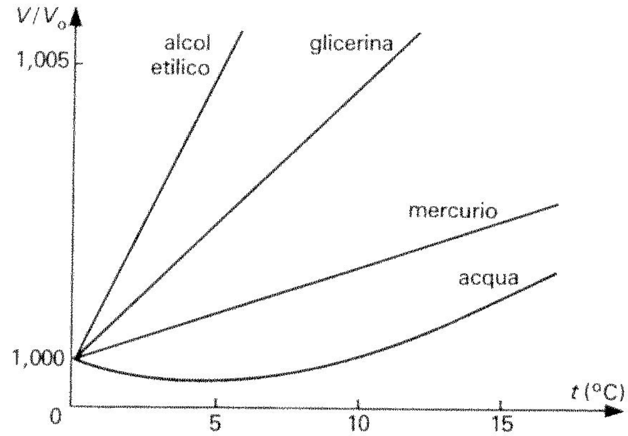


Figura 5.3: *Variazioni di volume di alcune sostanze con la temperatura.*

sostanze, nell'intervallo di temperature compreso tra 0^0C e 10^0C. In particolare non è possibile usare l'acqua come sostanza termometrica in questo intervallo di temperature. Questo comportamento anomalo è per altro di enorme importanza ai fini della vita sulla Terra. Se il comportamento dell'acqua fosse simile a quello degli altri solidi, il ghiaccio avrebbe densità maggiore dell'acqua (il volume diminuirebbe a parità di massa) e quindi andrebbe a fondo. Gli iceberg coprirebbero il fondo marino creando difficoltà alla vita dei pesci. Non solo, l'acqua di molti fiumi e laghi potrebbe gelare completamente impedendo ogni forma di vita. Al contrario, con il suo comportamento anomalo il ghiaccio galleggia e quindi crea uno strato isolante tra l'acqua e l'ambiente circostante tale da permettere ai pesci una vita più o meno normale.

Fino a questo momento ci siamo preoccupati di definire la temperatura di un termometro, ma per completare la nostra definizione operativa occorre mostrare come si possono utilizzare i termometri per misurare la temperatura degli altri corpi. A questo scopo è necessario definire due concetti: **equilibrio termico** e **contatto termico**.

- **Equilibrio termico**. Consideriamo un corpo il cui volume possa cambiare solo per effetto della dilatazione termica. Se il suo volume rimane costante nel tempo, si dice che il corpo è all'equilibrio termico. Immergendo un oggetto in una vasca di ghiaccio che fonde, vedremo che all'inizio il suo volume diminuisce e che dopo qualche tempo il suo volume rimane costante. L'oggetto è adesso all'equilibrio termico con il ghiaccio. Ovviamente questo suggerisce l'esistenza di un'interazione tra corpo e ghiaccio tale da provocare la variazione di volume. Dopo un certo tempo gli effetti di questa interazione svaniscono ed il volume rimane costante. Questa osservazione suggerisce che la temperatura non è sufficiente a fornirci tutte le informazioni necessarie ad una comprensione accurata dei fenomeni termici.

- **Contatto termico**. Consideriamo due corpi, ancora con la condizione che i loro volumi possano cambiare solo per l'effetto di dilatazione termica. Supponiamoli inizialmente distanti tra loro e ciascuno in equilibrio termico. Se adesso li avviciniamo si vede che in genere entrambi variano il proprio volume (tipicamente il volume di uno dei due corpi aumenta mentre il volume dell'altro diminuisce). Dopo un certo tempo la situazione si stabilizza ed entrambi i corpi si trovano in equilibrio termico. Diremo che **i corpi hanno cambiato il loro stato di equilibrio termico perché posti a contatto termico**. Per esempio, se poniamo una sfera d'acciaio in un forno e poi dentro un secchio d'acqua troviamo che il suo volume diminuisce.

Il contatto termico più importante è quello cosi detto **completo**, che si ottiene posizionando un corpo A all'interno di un corpo B come mostrato in Figura 5.4. Per

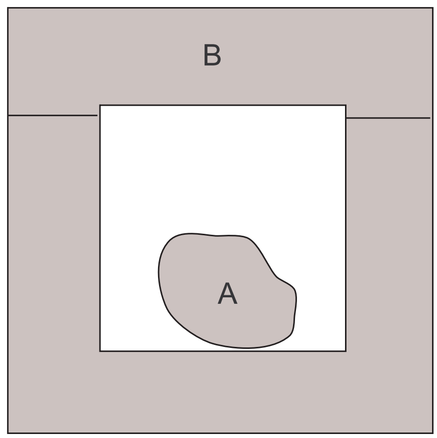


Figura 5.4: *Contatto termico completo tra A e B.*

esempio, quando si mette il termometro sotto l'ascella si può dire che è in contatto termico completo con il nostro corpo. L'importanza del contatto termico completo sta nel fatto che l'esperimento dimostra che termometri diversi (con la stessa scala) posti a contatto termico completo con un dato corpo raggiungono tutti lo stesso stato di equilibrio, caratterizzato dalla stessa temperatura, indipendentemente dalla stato in cui si trovavano prima del contatto termico completo. Se per cause esterne il corpo con il quale i termometri sono in contatto termico completo raggiunge un nuovo stato di equilibrio, tutti i termometri fanno lo stesso.

Siamo ora in grado di definire **temperatura di un corpo** la temperatura indicata da un termometro posto in contatto termico completo con il corpo stesso. Segue dunque che la temperatura è la proprietà comune che hanno due corpi posti in contatto termico completo allorché siano entrambi all'equilibrio termico.

5.2 Isolanti e conduttori

Due corpi, ognuno all'equilibrio termico, se posti in contatto termico raggiungono un nuovo stato di equilibrio in tempi più o meno lunghi. Per esempio, un termometro clinico posto sotto l'ascella va all'equilibrio in circa 5 minuti, ma se viene coperto da cotone può impiegare qualche ora. Se il tempo per il raggiungimento dell'equilibrio è breve, si parla di **buon contatto termico**, altrimenti di **cattivo contatto termico**. Se scaldiamo una sbarra di ferro ad una estremità, ben presto si scalda anche l'estremità opposta. Quindi la sbarra di ferro permette un buon contatto termico tra i due estremi. Possiamo invece tenere in mano tranquillamente un pezzo di legno mentre brucia ad un estremo. I corpi in grado di stabilire un buon contatto termico sono detti **conduttori termici**, mentre gli altri si chiamano **isolanti termici**. Con degli isolanti si possono fare delle pareti di separazione in grado di evitare il contatto termico e che per questo sono dette **pareti adiabatiche**. I metalli sono generalmente dei buoni conduttori, mentre le materie plastiche, il vetro ed il legno sono isolanti. Il vuoto è un isolante praticamente perfetto. Un'applicazione si ha nei vasi Dewar o nei comuni thermos. Questi sono recipienti di vetro argentato a doppia parete e con il vuoto nell'intercapedine come nella Figura 5.5. Da questi esempi si

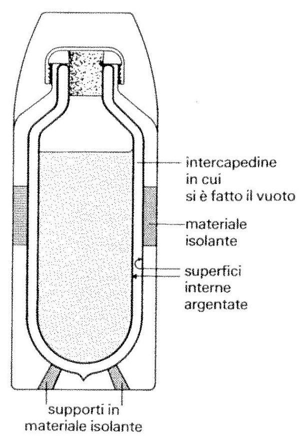


Figura 5.5: *Rappresentazione schematica di un thermos.*

traggono due situazione astratte ma di grande utilità:

- **Contatto termico perfetto**. Si ha quando due corpi in contatto termico vanno all'equilibrio istantaneamente.
- **Isolamento termico ideale**. Si ha quando due corpi in contatto termico vanno all'equilibrio in un tempo infinito. Un concetto equivalente è quello di contatto termico attraverso una parete adiabatica perfetta.

Queste situazioni ideali sono molto utili perché in molti casi risultano essere delle buone approssimazioni. Possiamo osservare che questo tipo di idealizzazioni è molto comune in fisica, ne abbiamo già visto degli esempi come il punto materiale o il corpo rigido. Per capire quando i due concetti precedenti possano essere applicabili consideriamo le seguenti situazioni. Supponiamo di voler misurare le variazioni di temperatura in un fiume nell'arco di una giornata. Se usiamo un termometro che tipicamente va all'equilibrio in un tempo di pochi minuti, ai nostri fini possiamo dire che tra il termometro ed il fiume si ha contatto termico perfetto. L'approssimazione è corretta perché il tempo necessario per l'equilibrio è molto più piccolo dell'altro tempo in gioco, cioè quello relativo alla variazione alla quale siamo interessati. Un altro esempio può essere quello del tè caldo conservato in un thermos. Se ci limitiamo a considerare tempi dell'ordine di qualche decina di minuti, il thermos si comporta come un isolante termico ideale, perché in genere occorrono alcune ore prima che il tè inizi a raffreddarsi.

5.3 Le proprietà dei gas

Come abbiamo visto le scale principali di temperatura sono basate sui termometri a gas. Questo è dovuto alla proprietà di universalità che hanno i termometri a gas rarefatti, nel senso che non dipendono dal particolare tipo di gas. In effetti i gas rarefatti hanno una descrizione microscopica particolarmente semplice e che si presta molto bene ad una comprensione più accurata del concetto di temperatura.

Iniziamo con il ricordare che un gas non ha né forma né volume propri. Se posto in un recipiente tende ad occupare tutto il volume a sua disposizione. Ricordiamo poi che per la definizione che abbiamo dato della scala Kelvin, per un termometro a gas rarefatto vale la relazione

$$T = kV \tag{5.10}$$

a pressione costante. Questa relazione può essere estesa al caso di pressione variabile. Infatti per un gas rarefatto l'esperienza mostra che vale la relazione

$$PV = nRT \tag{5.11}$$

dove n è il numero di moli di gas. Ricordiamo che una mole di gas è costituita da $N_0 \simeq 6 \cdot 10^{23}$ molecole o atomi di gas (N_0 è il numero di Avogadro). Analogamente si definisce una mole di gas come il rapporto tra la massa del gas e la sua massa molecolare che è la massa di un numero di Avogadro di molecole o atomi di gas. La costante R si chiama **costante dei gas** ed è data da

$$R = 8.31696 \frac{\text{Joule}}{\text{mole } {}^0K} \tag{5.12}$$

Infatti le dimensioni di PV sono quelle di una energia o di un lavoro, essendo

$$PV = \frac{F}{S} V \tag{5.13}$$

cioè PV ha le dimensioni di una forza per una distanza, e quindi si misura in Joule.

5.4 L'energia interna

Consideriamo una scatola chiusa come in Figura 5.6 e poniamoci il problema di calcolarne l'energia. Dato che la scatola è ferma, la sua energia cinetica è nulla. Inoltre

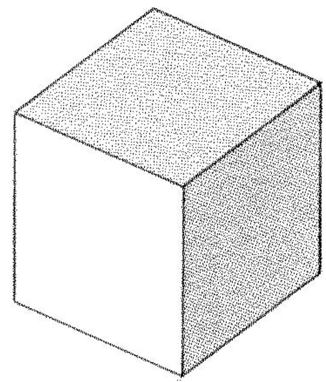


Figura 5.6: *Una scatola chiusa.*

essendo a terra anche la sua energia potenziale gravitazionale è zero. D'altra parte non possiamo essere sicuri che l' **energia totale** della scatola sia veramente nulla. Infatti dovremmo prima aprire la scatola e verificarne il contenuto. Ci possiamo convincere facilmente in una serie di esempi che l'energia di ciò che sta all'interno della scatola può essere qualunque cosa. In Figira 5.7 la scatola contiene una pallina tenuta con dei fili ad una certa altezza. Quindi tagliando i fili possiamo sfruttare l'energia potenziale gravitazionale della pallina. Nella Figura successiva 5.8 la sca-

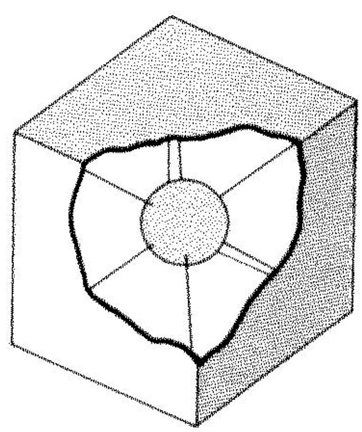


Figura 5.7: *Una scatola chiusa con una palla all'interno con energia potenziale gravitazionale.*

tola contiene due palline che ruotano attorno ad un asse. Quindi queste possiedono un'energia cinetica rotazionale. In Figura 5.9 la scatola contiene una molla com-

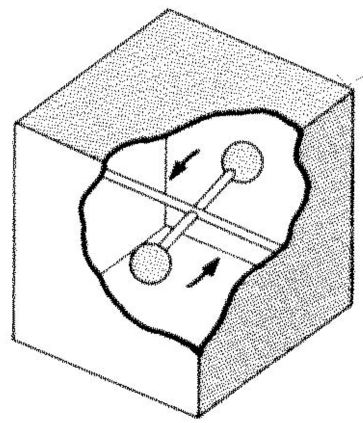


Figura 5.8: *Una scatola chiusa contenente delle palline con energia cinetica rotazionale.*

pressa e quindi dotata di energia potenziale elastica. Infine in Figura 5.10 la scatola

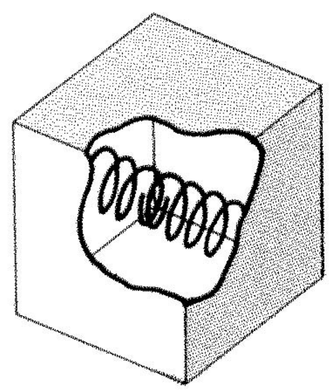


Figura 5.9: *Una scatola chiusa contenente una molla con energia potenziale elastica.*

contiene una pila elettrica che può essere usata per compiere del lavoro. Quindi anche in questo caso esiste una forma di energia potenziale all'interno della scatola. Quindi è del tutto impossibile calcolare l'energia di un corpo se non se ne conosce la struttura interna.

Un esempio simile al precedente è costituito da un treno che ci passa davanti alla velocità di 100 Km/h mentre sta per iniziare una discesa che lo porta da una quota di 100 metri al livello del mare. Il treno ha sia energia cinetica che potenziale gravitazionale pari a

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh \tag{5.14}$$

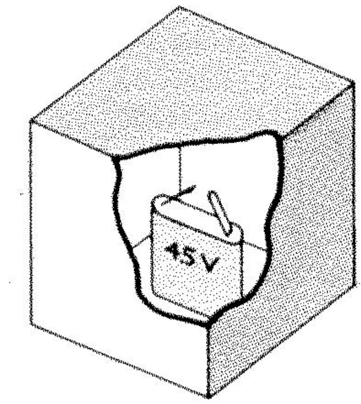


Figura 5.10: *Una scatola chiusa contenente una pila con energia elettrica.*

dove m è la massa del treno, v il modulo della sua velocità e h la quota. Oltre a questa energia che potremmo chiamare esterna, il treno può possedere anche dell' **energia interna**. Al suo interno ci possono essere molle compresse, oggetti sospesi, batterie elettriche ecc. Ovviamente un passeggero del treno può rapidamente fare un catalogo delle forme di energia presenti dentro il treno, mentre avrà delle difficoltà a determinare l'energia esterna. Analogamente un osservatore esterno al treno potrà determinarne l'energia esterna ma non quella interna. Questa situazione ci può creare degli imbarazzi per uno studio più accurato dei fenomeni termodinamici. D'altra parte, come vedremo, dato che in fisica si fa sempre riferimento a quantità definite operativamente, cioè a quantità misurabili, la situazione precedente può essere ovviata. Infatti la sola quantità che siamo realmente in grado di misurare è il flusso di energia dall'esterno all'interno di un corpo e viceversa. Cioè come osservatori esterni non abbiamo una reale necessità di conoscere l'energia interna di un corpo ma solamente le sue **variazioni**.

Il precedente argomento si applica ad un corpo generico. Infatti, anche se il corpo è fermo la sua energia interna, dovuta al moto degli atomi che lo compongono, può essere diversa da zero. Inoltre gli atomi possono anche possedere un'energia potenziale.

In genere distingueremo tra le forme di **energia esterna** (sia potenziale che cinetica), dovute alle proprietà macroscopiche del corpo e le forme di **energia interna**. Occorre osservare che nei problemi di meccanica fin qui studiati a causa delle schematizzazioni fatte, corpo rigido, eccetera, ci siamo costantemente riferiti a situazioni in cui l'energia interna dei corpi è rigorosamente costante. È questo aspetto, costanza dell'energia interna o variabilità, che distingue tra la **meccanica** e la **termodinamica**.

Le precedenti considerazioni ci portano all'idea che l'energia interna sia una quantità importante dal punto di vista della fisica. Quindi come sempre, dobbiamo porci il problema di come la si possa definire in modo operativo, visto che la possibilità di poterla calcolare o misurare a partire dalle conoscenze relative ai singoli atomi o molecole appare alquanto remota. A questo scopo inizieremo formulando la seguente ipotesi: *l'energia interna di un corpo può essere conosciuta se si conoscono i valori delle grandezze macroscopiche (quali temperatura, volume, pressione, percentuali presenti dei vari stati di aggregazione, ecc) caratterizzanti lo stato di equilibrio termico del corpo stesso.* È ovvio che questa ipotesi è tutt'altro che banale, se non fosse altro per il fatto che l'energia interna, vista come proprietà microscopica coinvolge tutti i costituenti del corpo e quindi un numero enorme di parametri, mentre quello che abbiamo richiesto è che all'equibrio termico, la stessa quantità si possa esprimere in termini di un numero molto piccolo di parametri macroscopici. Che questa ipotesi possa avere un minimo di plausibilità segue dall'analisi che abbiamo fatto per il comportamento dei gas da un punto di vista microscopico. Dove si è osservato che le grandezze macroscopiche, quali la temperatura o la pressione, sono legate a delle opportune operazioni di media fatte sulle variabili microscopiche. Una volta accettato il fatto che l'energia interna all'equilibrio si possa caratterizzare con un numero limitato di variabili macroscopiche, ci possiamo porre il problema di come si possa procedere a modificarla. Questo è, se vogliamo, insito nella nostra ipotesi, se passiamo da uno stato di equilibrio termodinamico ad un altro corrispondente a parametri macroscopici differenti, in genere l'energia interna, che dipende appunto da questi parametri, verrà modificata. Ma questo è un modo un po' troppo matematico di esporre il problema. Vediamo da un punto di vista più fisico cosa si può fare per modificare l'energia interna.

Sappiamo che facendo un lavoro meccanico su un sistema ne modifichiamo l'energia meccanica (o potenziale o cinetica). Quindi facendo lavoro su un corpo muteremo in genere l'energia delle molecole che lo compongono. Per avere una reale variazione della **sola energia interna** occorre però che siano soddisfatte due condizioni:

- il lavoro deve essere speso solamente in variazione dell'energia interna, cioè non deve contribuire ad aumentare l'energia esterna del corpo
- l'energia comunicata alle molecole del corpo non deve sfuggire verso l'esterno

Consideriamo queste due situazioni separatamente:

a) Lavoro che non cambia l'energia meccanica del corpo

Questo caso corrisponde alla situazione in cui il lavoro fatto viene effettuato contro le forze di attrito (vedi dopo l'esempio del mulinello di Joule), o in genere un lavoro di deformazione del corpo. In meccanica queste situazioni sono classificate genericamente come **dissipative**. Infatti dal punto di vista della meccanica il lavoro fatto viene dissipato o perduto. Invece dal punto di vista termodinamico si nota che il lavoro effettuato in effetti non va perduto ma va ad **aumentare l'energia interna del corpo** o ad aumentare l'energia dei costituenti microscopici. Ricordiamo a questo proposito la storiella su Pierino che abbiamo esposto all'inizio della Sezione relativa all'energia. Che questa interpretazione sia corretta lo si può evincere dalla seguente considerazione. Come abbiamo visto nel caso dei gas, ma più in generale per qualunque stato della materia, la temperatura è correlata all'energia cinetica media dei moti molecolari. Quando si fa lavoro contro le forze di attrito si può notare che il materiale si riscalda. Basta fregarsi le mani assieme per convincersene. Quindi questo significa che l'energia cinetica media delle molecole è aumentata.

b) L'isolamento termico

Facendo lavoro su un corpo ne possiamo cambiare l'energia interna, ma come abbiamo detto, l'energia interna è funzione dei parametri termodinamici quindi la si può far cambiare anche in altri modi. Per esempio supponiamo di non fare alcun lavoro su di un dato corpo. Se però lo mettiamo in contatto termico con un altro a temperatura diversa, la sua temperatura cambia. Nel nuovo stato di equilibrio i suoi parametri termodinamici saranno diversi e quindi la sua energia interna sarà cambiata. Quindi anche **senza fare lavoro possiamo variare l'energia interna di un corpo**. Se vogliamo essere sicuri che il lavoro fatto su un corpo vada solo in una variazione di energia interna, occorrerà mantenere il corpo in **isolamento termico**. Possiamo allora reinterpretare l'isolamento termico come **la condizione nella quale un corpo può variare la propria energia interna tramite un lavoro fatto dall'esterno**.

5.5 La conservazione dell'energia

Consideriamo adesso una situazione in cui si fa lavoro meccanico su di un corpo isolato termicamente. Supponiamo inoltre che questo lavoro venga dissipato contro le forze d'attrito. Quindi l'energia associata a questo lavoro, da un punto di vista meccanico viene dispersa. Il problema è quanta di questa energia che perdiamo si ritrova in energia interna del corpo. Noi sappiamo che la meccanica, in assenza di fenomeni dissipativi, l'energia si conserva. Abbiamo interpretato questo fenomeno come un passaggio di energia meccanica ad energia interna del corpo. Appare naturale assumere che in effetti **tutta l'energia spesa si trasformi in energia interna**. Ovviamente questa è solo un'ipotesi che dovrà essere confermata sperimentalmente. Questa ipotesi rappresenta uno dei principi più importanti di tutta la fisica: **il principio di conservazione dell'energia**. L'enunciato preciso di questo principio è: *la somma dell'energia meccanica e dell'energia interna di un sistema isolato di corpi (cioè un sistema che non scambia energia con l'esterno) è costante.*

Il principio di conservazione dell'energia in questa forma è del tutto generale ed allo stesso tempo uno dei principi della massima importanza in fisica, in quanto si applica ad ogni sistema isolato. D'altra parte se abbiamo un sistema in interazione con un secondo, ma l'insieme dei due è isolato, il principio di conservazione ci dice anche che l'energia ceduta da uno dei due sistemi deve essere uguale a quella acquistata dall'altro. Quindi il principio ci fornisce anche importanti informazioni quantitative sui trasferimenti di energia. Come è ben sottolineato nella storiella di Feynman su Pierino, questa legge di conservazione non corrisponde alla descrizione di un particolare meccanismo fisico o fenomeno concreto. Essa rappresenta un principio che asserisce che esiste una quantità numerica che non cambia qualunque cosa accada.

Ricapitolando la nostra definizione operativa per quanto concerne le variazioni di energia interna è la seguente: *la variazione di energia interna, tra uno stato A all'equilibrio termico ed uno stato B anch'esso all'equilibrio termico, è uguale al lavoro esterno necessario per far passare il sistema da uno stato all'altro senza variazioni dell'energia meccanica (esterna) ed in condizioni di isolamento termico.*

Il lavoro è una quantità misurabile e quindi siamo in grado operativamente di misurare le variazioni di energia interna.

5.6 Risultati sperimentali sull'energia interna

Vogliamo adesso analizzare con maggior dettaglio alcuni casi di variazione dell'energia interna

Il mulinello di Joule

Il mulinello di Joule è un meccanismo adatto a trasformare l'energia meccanica in energia interna e storicamente è stato di importanza fondamentale in quanto ha permesso di stabilire l'equivalenza tra calore e lavoro. Noi non abbiamo parlato sin qui di calore, ma si ha un trasferimento di calore quando, per esempio, si scalda un corpo. Dal punto di vista sin qui esposto, l'effetto fisico è quello di variare l'energia interna, in quanto cambiano i parametri termodinamici. Pertanto quello che normalmente si chiama calore altro non è che una forma di energia, **energia termica**. Storicamente il concetto di calore è stato introdotto in maniera indipendente dai concetti sin qui esposti e l'esperimento di Joule è proprio servito a dimostrare l'equivalenza tra il lavoro meccanico ed il calore, dal punto di vista energetico. Infatti, come vedremo, l'esperienza di Joule mostra che effettuando lavoro su un sistema isolato termicamente lo si riscalda e quindi si ottiene lo stesso risultato che avremmo ottenuto scaldandolo direttamente. L'esperimento di Joule fa uso di un recipiente adiabatico (con pareti isolanti) chiuso a tenuta stagna da un pistone isolante. Nel pistone, come mostrato in Figura 5.11 è inserito un asse che supporta delle alette che servono ad agitare la sostanza contenuta nel recipiente. Questa sostanza può essere sia un liquido che un gas che un solido polverizzato finemente. Per aumentare l'attrito vengono fissate delle alette anche alle pareti del recipiente. Con questo dispositivo possiamo dissipare il lavoro meccanico, fatto per esempio dai pesi attaccati come in Figura 5.12 che servono a far girare le alette nel recipiente. Con il mulinello è possibile lavorare sia a pressione che a volume costante. Infatti tramite il pistone è possibile esercitare una pressione costante, oppure fissando il pistone mantenere il volume inalterato. Non ci dilungheremo qui su tutti gli artifici necessari per poter effettuare una misura di questo tipo, ma è evidente la sua difficoltà. Basti pensare alla necessità di un isolamento termico il più assoluto possibile ed alla difficoltà di mantenerlo, per esempio, nei punti di contatto tra pistone e recipiente.

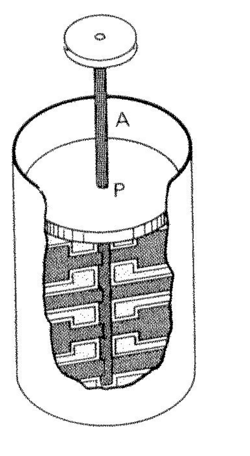


Figura 5.11: *Il mulinello di Joule.*

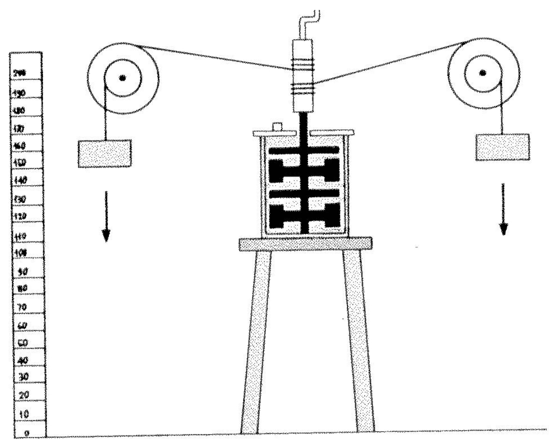


Figura 5.12: *Schema dell'esperimento di Joule.*

Analizziamo adesso l'esperimento a **volume costante**. Se indichiamo con L il lavoro meccanico fatto dai pesi, avremo che la variazione di energia interna, U è data da

$$\Delta U = L \tag{5.15}$$

Si osserva che la temperatura finale è maggiore di quella iniziale e che se l'aumento di temperatura non è troppo grande, esiste proporzionalità tra lavoro effettuato e variazione di temperatura

$$L = C_v \Delta T \equiv C_v(T_f - T_i) \tag{5.16}$$

da cui

$$\Delta U = C_v \Delta T \tag{5.17}$$

La costante di proporzionalità dipende dalla sostanza contenuta nel mulinello e se questa è omogenea è proporzionale alla massa, e si chiama **capacità termica a**

volume costante. Quindi per una sostanza omogenea potremo scrivere

$$\Delta U = mc_v \Delta T \tag{5.18}$$

con il coefficiente c_v chiamato il **calore specifico a volume costante**. Da questa definizione si vede come il calore specifico a volume costante esprima la variazione di energia interna per una massa unitaria di una sostanza, quando la sua temperatura aumenta di un grado a volume costante. La quantità a secondo membro della relazione precedente viene anche chiamata quantità di calore ceduta al corpo quando se ne innalzi la temperatura di ΔT scaldandolo.

Studiamo adesso lo stesso esperimento ma a **pressione costante**. Supponiamo di fornire anche in questo caso un lavoro L al mulinello. D'altra parte, in genere, la sostanza contenuta nel mulinello tenderà ad espandersi. Dato che sul pistone manteniamo una pressione costante P_{ext}, e quindi una forza pari a $P_{\text{ext}}S$, dove S è la superficie del pistone, segue che il pistone fa un lavoro pari a

$$P_{\text{ext}} S \Delta x \tag{5.19}$$

dove Δx è lo spostamento effettuato dal pistone (vedi Figura 5.13). Questa volta il

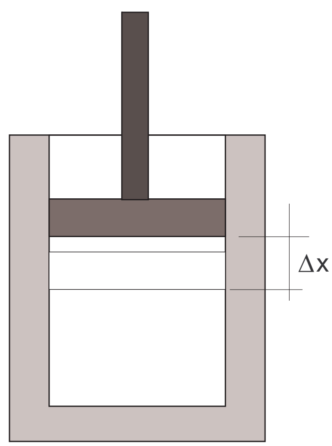


Figura 5.13: *Quando il pistone si innalza di Δx la variazione di volume è pari a $\Delta V = S\Delta x$, con S la superficie del pistone.*

lavoro L fatto dai pesi andrà in parte ad aumentare l'energia interna della sostanza ed in parte ad effettuare questo lavoro contro la pressione esterna. Quindi

$$L = \Delta U + P_{\text{ext}} S \Delta x = \Delta U + P_{\text{ext}} \Delta V \tag{5.20}$$

dove abbiamo riespresso il prodotto $S\Delta x$ come la variazione subita dal volume nel quale è racchiusa la sostanza in esame. Quindi

$$\Delta U = L - P_{\text{ext}} \Delta V \tag{5.21}$$

Sostanza	c_v in $\frac{\text{J}}{\text{Kg}^0\text{K}}$	c_p in $\frac{\text{J}}{\text{Kg}^0\text{K}}$
Aria	$0.704{\cdot}10^3$	$1.02{\cdot}10^3$
Acqua	$4.16{\cdot}10^3$	$4.18{\cdot}10^3$
NaCl (sale da cucina)	$0.797{\cdot}10^3$	$0.843{\cdot}10^3$
Rame	$0.374{\cdot}10^3$	$0.385{\cdot}10^3$

Tabella 5.1: *Calori specifici a volume costante e a pressione costante.*

Anche in questo caso si trova che esiste proporzionalità tra il lavoro meccanico effettuato sul sistema e la variazione di temperatura

$$L = C_p \Delta T \tag{5.22}$$

C_p è la **capacità termica a pressione costante**. Ancora, nel caso di un corpo omogeneo di massa m risulta

$$L = mc_p \Delta T \tag{5.23}$$

con c_p il **calore specifico a pressione costante**. Anche in questo caso possiamo dire che c_p esprime la variazione di energia interna necessaria per aumentare di un grado la temperatura di una data sostanza a pressione costante. Quindi la variazione di energia interna è data da

$$\Delta U = mc_p \Delta T - P_{\text{ext}} \Delta V \tag{5.24}$$

I calori specifici delle varie sostanze possono essere determinati per via sperimentale. Nella Tabella 5.1 riportiamo alcuni esempi.

Un esempio interessante di trasformazioni energetiche sono quelle che avvengono nel nostro corpo. Il cibo ci fornisce l'energia necessaria per lavorare e mantenere il nostro corpo caldo a sufficienza. Questa energia proviene dalle reazioni chimiche di ossidazione degli elementi ingeriti tramite l'ossigeno che inspiriamo. I residui di queste reazioni di ossidazione sono in massima parte anidride carbonica ed acqua. Il cibo giornaliero necessario ad una persona di corporatura media e che compie un lavoro muscolare medio corrisponde a circa $12{\cdot}10^6$ J. I nostri principali alimenti sono grassi, zuccheri e proteine. Alla persona in esame occorrono in genere 50 gr di proteine al giorno, ma in genere se ne ingeriscono almeno 100 gr equivalenti a circa $1.6{\cdot}10^6$ J. Quindi la differenza deve provenire da grassi che forniscono un'energia di $36{\cdot}10^6$ J/Kg e da zuccheri che provvedono un'energia pari a $16{\cdot}10^6$ J/Kg. Ricordiamo anche che un'unità di misura molto usata ai fini dietetici è la caloria. Per una definizione più accurata di questa unità di misura vedi in seguito. Per il momento basta sapere che la cosi detta piccola caloria (cal) corrisponde a 4.18 J, mentre la grande caloria, denotata con Kcal o con Cal corrisponde a

$$1 \text{ Kcal} = 4180 \text{ J} \tag{5.25}$$

Quindi il fabbisogno energetico giornaliero è circa 3000 Kcal, di cui circa 400 provengono in genere dalle proteine.

5.7 Il calore ed il primo principio della termodinamica

Nella sezione precedente abbiamo visto che per un corpo in isolamento termico vale la seguente relazione per la variazione di energia interna

$$\Delta U = L - L_{\mathrm{corpo}} \tag{5.26}$$

dove L è il lavoro meccanico fatto dall'esterno sul corpo, mentre L_{corpo} è il lavoro restituito dal corpo all'esterno, per esempio il lavoro del pistone contro la pressione atmosferica. Vogliamo adesso discutere cosa succede quando il corpo non è isolato termicamente. Ai fini di questa discussione considereremo la possibilità di partire da un dato stato iniziale i e di raggiungere uno stato finale f, sia in modo adiabatico, cioè con il nostro corpo isolato termicamente, sia in condizioni di contatto termico, cioè senza svolgere lavoro sul corpo. Consideriamo le trasformazioni in Figura 5.14. Nella parte sinistra si effettua lavoro sul corpo nel mulinello di Joule passando dai

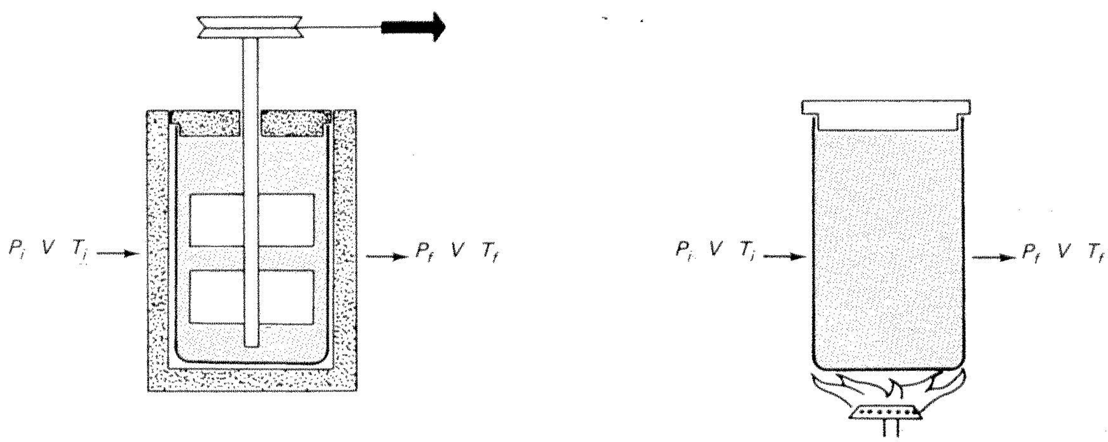


Figura 5.14: *Esempi di trasformazioni a volume costante.*

parametri termodinamici iniziali (P_i, V, T_i) a quelli finali (P_f, V, T_f). Nella parte destra, lo stesso corpo è posto dentro un recipiente con gli stessi parametri iniziali e lo si mette a contatto termico con una fiamma, tenendo il volume costante, fino a che il corpo non raggiunge lo stato di temperatura T_f. Notiamo che la pressione sarà automaticamente pari a P_f, perché esiste una relazione tra i tre parametri, l'equazione di stato, come abbiamo visto nel caso del gas perfetto. Dato che per ipotesi l'energia interna dipende solo dai parametri termodinamici, la variazione di energia interna nei due casi deve essere la stessa. Poiché nella trasformazione di sinistra l'aumento di energia interna è dovuto al lavoro meccanico fatto sul sistema, nel caso di destra questo aumento risulta dovuto al contatto termico con la fiamma. Cioè la fiamma comunica parte della sua energia interna al corpo in esame. L'**energia**

interna trasferita per contatto termico viene generalmente chiamata **calore** ed indicata con la lettera Q. Quindi per il processo di destra potremo scrivere

$$\Delta U = Q \tag{5.27}$$

Ricordando i risultati trovati per le trasformazioni fatte con il corpo isolato termicamente, e cioè $L = mc_v \Delta T$, si ha, a causa dell'uguaglianza della variazione di energia interna nelle due trasformazioni considerate

$$Q = mc_v \Delta T \tag{5.28}$$

Un esempio molto elementare è il trucco usato per marinare la scuola strofinando il termometro per simulare la febbre. Il processo di strofinamento è un processo analogo a quello della figura di sinistra, mentre il riscaldamento provocato dal contatto termico con il corpo, nel caso della febbre, corrisponde al caso di destra.

Considerazioni analoghe alla precedente possono essere fatte per trasformazioni a pressione costante o per trasformazioni relative a cambiamenti di stato. In questi casi avremo, per le trasformazioni ottenute tramite il solo contatto termico

$$\Delta U = Q - L_{\text{corpo}} \tag{5.29}$$

Nel linguaggio di tutti i giorni le trasformazioni ottenute tramite il contatto termico vengono descritte, come già accennato, in termini di **calore**. Cioè si dice che durante la trasformazione la fiamma ha ceduto calore al corpo.

In tutta la discussione precedente noi abbiamo accuratamente evitato l'uso della parola calore, in quanto abbiamo descritto il processo in termini di un trasferimento di energia. Quindi possiamo tradurre il concetto di passaggio di calore in termini di passaggio d'energia. Più precisamente il passaggio di calore da un corpo ad un altro deve essere inteso come un trasferimento di energia interna tra due corpi tramite contatto termico. Una volta chiarito questo, non esiste problema nell'usare la parola calore. Purtroppo nell'uso comune il concetto di calore viene esteso e pensato come attributo di un corpo. Cioè spesso si parla di calore posseduto da un corpo. Dalla nostra analisi dovrebbe essere chiaro che non ha senso parlare di calore posseduto da un corpo cosi come non ha senso parlare di lavoro posseduto da un corpo. Il lavoro meccanico ed il calore sono semplicemente due mezzi per effettuare un trasferimento di energia da un corpo ad un altro. La quantità che invece possiamo attribuire ad un corpo è l'energia interna, che non è né lavoro né calore. Questi due sono solo dei mezzi tramite i quali si effettua un trasferimento energetico. Per esempio, che il calore non possa essere identificato con l'energia interna, appare evidente allorché si pensi al fatto che possiamo far variare l'energia interna semplicemente facendo del lavoro meccanico, e quindi senza apporto di calore al sistema. Se vogliamo fare un paragone, si potrebbe pensare all'acqua di un lago. Questa può aumentare, per esempio per effetto della pioggia, ma non avrebbe senso chiedersi quanta pioggia c'è nel lago!

Siamo adesso in grado di discutere la situazione generale corrispondente al caso in cui il corpo non sia isolato termicamente e in cui si compia lavoro dall'esterno. In questo caso possiamo fare lavoro sul corpo ed il corpo lo può fare sull'ambiente (per esempio nel caso di trasformazioni a pressione costante) ed inoltre si può avere scambio di energia termica, cioè passaggio di calore. Indicheremo allora con L il lavoro scambiato tra il corpo e l'ambiente. Vale a dire L sarà uguale alla differenza tra il lavoro fatto sul corpo ed il lavoro che il corpo fa sull'ambiente. In questa definizione viene dato il segno positivo al lavoro fatto **dall'esterno sul sistema**. Indichiamo con Q la quantità di calore che passa dal corpo all'ambiente o viceversa. In questo caso si assume $Q > 0$ per il calore ceduto dall'ambiente al corpo. Quindi le scelte dei segni sono concordi con il fatto che si assegna un segno positivo all'energia che passa dall'ambiente nel corpo (sia essa dovuta a lavoro od a calore) e negativo nel caso opposto. Con queste definizioni, se chiamiamo con ΔU la variazione di energia prodotta dovuta al lavoro L ed al passaggio di calore Q, l'enunciato del **primo principio della termodinamica** è semplicemente

$$\Delta U = L + Q \tag{5.30}$$

In questa equazione si sommano assieme lavoro e quantità di calore. Dato che la quantità di calore corrisponde ad una energia scambiata essa ha ovviamente le dimensioni di un'energia e la si misura in Joule. Storicamente le cose sono andate un po' diversamente, in quanto il calore non fu subito interpretato come una forma di energia in transito. Si introdusse quindi una unità di misura *ad hoc* per la quantità di calore. Questa è la **caloria** (o piccola caloria) che è definita come la quantità di calore necessaria per elevare la temperatura di 1 gr di acqua da 14.5 ^0C a 15.5^0 a pressione costante pari alla pressione atmosferica. Tramite il mulinello di Joule fu possibile stabilire l'**equivalente meccanico della caloria**, cioè misurare la quantità di lavoro necessaria per realizzare lo stesso effetto termico dovuto ad una quantità di calore pari ad 1 caloria. Il risultato fu

$$1 \text{ caloria} = 4.18 \text{ J} \tag{5.31}$$

In dietetica si fa molto uso della **grande caloria** o **chilocaloria** pari a

$$1 \text{ Kcal} = 1000 \text{ cal} = 4.18 \text{ KJ} \tag{5.32}$$

Esercizio
Una sbarra di ferro di 500 gr alla temperatura di 100 ^0C viene immersa in 1 Kg di acqua a 20 ^0C. Si chiede a quale temperatura si porta il sistema, assumendo che il tutto sia isolato termicamente. Inoltre per solidi e liquidi si può assumere che i calori specifici a pressione ed a volume costante siano uguali. In particolare $c_p(ferro) = 481\ J/(Kg\ ^0C)$ *e* $c_p(acqua) = 4.18{\cdot}10^3\ J/(Kg\ ^0C)$*.* In questa situazione il ferro cede calore all'acqua e per la conservazione dell'energia avremo che l'energia

interna perduta dal ferro sotto forma di calore dovrà essere uguale a quella acquisita dall'acqua ancora sotto forma di calore. Quindi

$$\Delta U_{\text{ferro}} = c_p^{\text{ferro}}(T_{\text{ferro}} - T)m_{\text{ferro}} \tag{5.33}$$

e

$$\Delta U_{\text{acqua}} = c_p^{\text{acqua}}(T - T_{\text{acqua}})m_{\text{acqua}} \tag{5.34}$$

con

$$\Delta U_{\text{ferro}} = \Delta U_{\text{acqua}} \tag{5.35}$$

e con T la temperatura di equilibrio tra acqua e ferro. Risolvendo questa equazione in T si determina la temperatura di equilibrio. Uguagliando le equazioni (5.33) e (5.34) otteniamo

$$\alpha(T_{\text{ferro}} - T) = (T - T_{\text{acqua}}) \qquad \text{con} \qquad \alpha = \frac{c_p^{\text{ferro}} m_{\text{ferro}}}{c_p^{\text{acqua}} m_{\text{acqua}}} \tag{5.36}$$

e, risolvendo in T otteniamo

$$T = \frac{\alpha T_{\text{ferro}} + T_{\text{acqua}}}{1 + \alpha} \tag{5.37}$$

(Risposta: $\alpha = 0.057$, $T = 24.25^o C$)

5.8 Proposte didattiche: temperatura e calore

Le idee dei ragazzi

Molti ragazzi ritengono che il calore sia una proprietà del corpo e, a volte, anche una proprietà delle sostanze. Ciò deriva da una identificazione dei concetti di temperatura e calore a seguito delle esperienze di senso comune esplorate con la sensazione termica.

Le idee spontanee dei ragazzi su calore e temperatura sono state indagate mediante un'intervista. Questa è stata effettuata a ragazzi della prima classe di una scuola media. Il risultato è il seguente. Anche in ragazzi con buoni risultati scolastici, che hanno acquisito un grado di conoscenza tale da usare con disinvoltura vocaboli quali ebollizione, evaporazione, congelamento e conducibilità per descrivere, il più delle volte correttamente, i relativi fenomeni, si può ancora riscontrare confusione tra calore e temperatura. I due concetti sono senz'altro correlati, ma non sempre le risposte lasciano intuire la giusta correlazione e anzi, talvolta calore e temperatura vengono identificati.

Le semplici esperienze che proponiamo, sono proprio mirate al chiarimento dei concetti di temperatura e calore. Alla fine del percorso didattico dovrà risultare chiaro che il calore entra in gioco quando vi è una interazione termica tra sistemi a diversa temperatura ed è sempre legato a un processo di interazione. Esso non può quindi essere una proprietà che caratterizza uno stato di equilibrio, come la temperatura.

La più antica definizione di calore è di tipo operativo, associata al riscaldamento (e al raffreddamento) di un sistema. Anche oggi è molto comodo definire operativamente il calore e lo si può fare mediante esperimenti. La definizione operativa di calore perde però di significato quando si ha un cambiamento di fase di una sostanza o il calore viene prodotto dal lavoro di forze dissipative come ad esempio l'attrito. Il significato più completo di calore è fornito, come abbiamo visto, dal primo principio della termodinamica. Quando si riscalda un corpo (si fornisce la quantità di calore Q ad un sistema), se la sostanza che lo compone non cambia di fase, si produce un aumento della sua temperatura.

La temperatura è una proprietà di stato, la sua misura si effettua in condizioni di equilibrio. La misura di temperatura non consiste in un'operazione di confronto con un campione come si fa per la misura di molte altre grandezze, ma in un processo basato sull'interazione termica tra un sistema che fa da strumento di misura (termometro, sensore termico, ...) e il sistema di cui si vuole misurare la temperatura. La temperatura di un sistema è nota quando lo strumento di misura è in equilibrio termico con esso.

5.9 Temperatura e calore: esperimenti

Sensazione termica

Per questi esperimenti sarebbero utili dei sensori termici, ma è sufficiente anche un termometro a dilatazione di mercurio. I sensori termici vengono utilizzati per misurare la temperatura dei sistemi con i quali interagiscono portandosi in equilibrio termico con essi. Se collegati ad un computer come in Figura 5.15, permettono di visualizzare il grafico della variazione della temperatura con il tempo.
Poniamo un sensore (o un termometro) a contatto con i seguenti oggetti posti sul banco: gomma, penna, astuccio, forbici, temperino ....
Il termometro misura sempre la stessa temperatura: oggetti vicini si trovano in equilibrio termico alla stessa temperatura.
Viceversa, la sensazione termica che gli stessi oggetti producono è diversa: gli oggetti metallici, ad esempio, si sentono più freddi di altri (hanno maggior conducibilità termica). Quindi il tatto produce un'informazione determinata dalla sensazione termica: esso non corrisponde alla temperatura degli oggetti.

Proponiamo un'ulteriore prova: prepariamo tre recipienti con masse uguali di acqua calda, fredda e tiepida come in Figura 5.16. Si esplora la sensazione termica prodotta immergendo un dito in acqua fredda e poi in acqua tiepida, si immerge un altro dito in acqua calda e poi in acqua tiepida. Nel primo caso si sente caldo, nel secondo freddo. Ponendo un sensore (o un termometro) in acqua fredda, un altro in acqua tiepida e il terzo in acqua calda, poi tutti insieme in acqua tiepida, si vede che

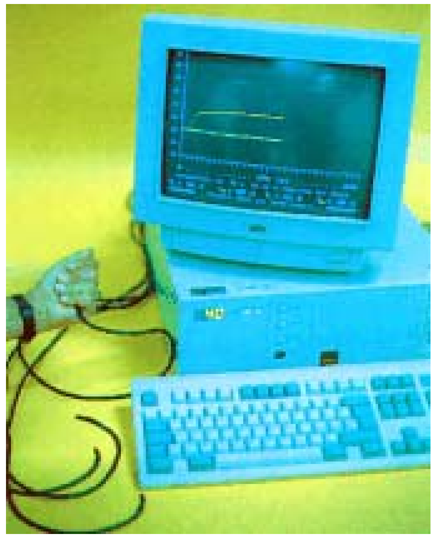


Figura 5.15: *I sensori appoggiati sul tavolo registrano la stessa temperatura costante (curva inferiore sul computer), il sensore preso in mano rileva una temperatura che aumenta fino ad un certo valore e poi resta costante nel tempo (curva superiore sul computer): il sensore è in equilibrio termico con la mano.*

Figura 5.16:

i sensori forniscono la stessa informazione sulla temperatura dell'acqua tiepida. La sensazione termica fornisce un'informazione dipendente dalle precedenti condizioni termiche.

Interazione termica tra masse d'acqua

Due sensori termici vengono posti in due recipienti contenenti masse uguali (100 cm^3) di acqua a temperature diverse. Il recipiente contenente acqua a temperatura maggiore viene immerso in quello contenente acqua a temperatura inferiore: in questo modo interagiscono termicamente. Si esamina l'evoluzione delle temperature, riportando su un grafico la variazione nel tempo. Vedremo che l'interazione termica tra le due masse d'acqua le farà evolvere spontaneamente verso uno stato comune di equilibrio ovvero verso una temperatura di equilibrio comune. Come il sensore si porta all'equilibrio termico con il sistema in cui è immerso, allo stesso modo i due sistemi si portano ad una stessa temperatura. Se le masse di acqua sono uguali, tale temperatura è la media delle temperature di partenza:

$$T_{equilibrio} = (T_c + T_f)/2 \tag{5.38}$$

con T_c la temperatura dell'acqua calda, T_f la temperatura dell'acqua fredda e $T_{equilibrio}$ la temperatura finale di equilibrio del sistema.

Consideriamo ora il caso in cui le masse di acqua non siano uguali. Poniamo il primo sensore in 100 cm^3 di acqua calda, il secondo sensore in 200 cm^3 di acqua fredda. Come prima immergiamo il recipiente con l'acqua calda in quello contenente acqua fredda e poniamo un terzo sensore sul tavolo accanto al sistema dei due recipienti. Il sistema delle due masse si porta all'equilibrio termico (T_{eq}) come evidenziato dai sensori 1 e 2 (vedi Figura 5.17). Inoltre tale sistema interagisce termicamente

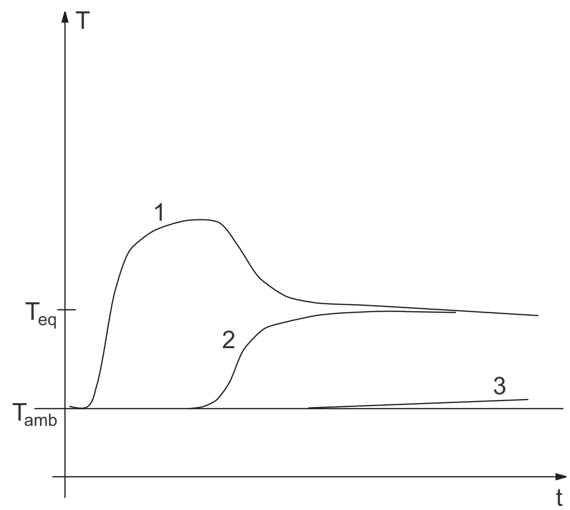


Figura 5.17: *Interazione termica tra masse d'acqua diverse (1 e 2). La temperatura del tavolo vicino al sistema delle masse è data dalla curva 3. Abbiamo indicato con T_{eq} la temperatura di equilibrio tra le masse di acqua e con T_{amb} la temperatura ambiente.*

anche con l'ambiente: infatti la temperatura comune di equilibrio decresce poi lentamente con il tempo, mentre cresce lentamente quella del sensore 3 posto sul tavolo accanto al sistema dei due recipienti. Aspettando un tempo sufficientemente lungo, anche il sistema recipienti-tavolo si porterà ad una comune temperatura di equilibrio (nella Figura 5.17) la linea orizzontale rappresenta la temperatura ambiente). In questo caso, la temperatura comune di equilibrio $T_{equilibrio}$ delle due masse d'acqua dipende dalle masse oltre che dalla loro temperatura, secondo la legge:

$$T_{equilibrio} = (m_c T_c + m_f T_f)/(m_c + m_f) \tag{5.39}$$

che rappresenta la media delle temperature iniziali, pesata dalle masse rispettivamente coinvolte. Nell'equazione (5.39) m_c è la massa dell'acqua calda, m_f la massa dell'acqua fredda, $T_{equlibrio}$ la temperatura di equilibrio, T_f e T_c le temperature dell'acqua fredda e di quella calda. Ad esempio se $T_c = 80^o$C e $T_f = 18^o$C avremo $T_{equilibrio} = 31.4^o$C. Per passare dal livello descrittivo a quello interpretativo si guarderà la stessa legge in questo modo: la massa di acqua calda cede una quantità di calore ΔQ (e si raffredda) mentre la massa di acqua calda acquista la quantità di calore ΔQ (e si riscalda). Ovvero

$$m_c c_v^{\text{acqua}}(T_c - T_{equilibrio}) = m_f c_v^{\text{acqua}}(T_{equilibrio} - T_f) \tag{5.40}$$

e si interpretano i due termini dell'equazione come calore ceduto e assorbito durante l'interazione termica.
Conclusioni: L'interazione termica tra sistemi in condizioni termiche diverse li fa evolvere spontaneamente verso un comune stato di equilibrio.

Interazione termica tra oggetti metallici identici e conducibilità

Si predispongono tre cubetti di alluminio identici, ognuno con un incavo in cui in-

Figura 5.18:

serire un sensore. Due cubetti vengono appoggiati sul tavolo e il terzo riscaldato sulla piastra di un fornello elettrico come in Figura 5.18. Il cubetto riscaldato e uno di quelli posti sul tavolo vengono messi in contatto, collocandoli in un recipiente di polistirolo. Il cubetto riscaldato interagisce con quello che era sul tavolo ed entrambi si portano ad una temperatura di equilibrio comune, che è la media delle due temperature iniziali. I sensori collocati nei cubetti si trovano, in ogni istante, in equilibrio termico con i cubetti stessi: ciascun sistema cubetto-sensore è come un nuovo sensore di massa maggiore. I solidi metallici composti della stessa sostanza posti a contatto interagiscono termicamente come le masse d'acqua. Sistemi costituiti dalla stessa sostanza e di ugual massa che interagiscono termicamente si portano alla temperatura media tra i due.
Facciamo adesso un'altra prova. Scaldiamo ancora sulla piastra un cubetto di alluminio fino ad una temperatura scelta e poi mettiamolo in contatto con i due cubetti che si trovano sul tavolo, frapponendo tra esso e ciascuno degli altri due cubetti un foglio di plastica da un lato e di carta dall'altro di ugual spessore. L'interazione termica tra il cubetto centrale e i due laterali avviene in modo diverso: il raggiungimento di una comune temperatura di equilibrio avviene con tempi diversi, più rapido dal lato con il foglio di plastica che dal lato con il foglio di carta,

quindi carta e plastica modificano in modo diverso il processo di interazione termica se frapposti tra corpi identici a temperatura diversa. La carta ha una peggiore **conducibilità termica** della plastica: essa è un miglior isolante, perché rallenta l'interazione termica.

La conducibilità termica è una proprietà della materia che caratterizza la rapidità con cui ciascuna sostanza interagisce termicamente con sistemi a temperatura diversa.

Ebollizione dell'acqua

Il riscaldamento e l'ebollizione dell'acqua sono fenomeni quotidiani, ma una cosa è avere esperienza di un qualsiasi fenomeno, ed un'altra è concettualizzarlo. Chiedete ai bambini se, secondo loro, esiste una qualche fase del riscaldamento dell'acqua molto diversa dalle altre e chiedete di dare una definizione di ebollizione dell'acqua. La definizione che dovrebbe emergere potrebbe essere simile alla seguente: *l'ebollizione dell'acqua è quel fenomeno che si verifica ad un certo punto del riscaldamento dell'acqua e che è caratterizzato dalla contemporanea presenza di quattro aspetti: 1) formazione di una gran quantità di bolle all'interno dell'acqua, 2) emissione di fumo dalla superficie dell'acqua, 3) agitazione violenta della superficie dell'acqua, 4) diminuzione dell'acqua.* Questa prima definizione ha evidentemente un carattere solo descrittivo; esso, tuttavia, costituisce la base percettiva ed operativa indispensabile per lo sviluppo successivo del concetto. Ciascuno dei quattro aspetti caratteristici dell'ebollizione dell'acqua necessita di una spiegazione. Innanzi tutto però studiamo come varia la temperatura nel tempo durante il processo di riscaldamento e di ebollizione. Si mette un recipiente contenente 400 g di acqua distillata sopra ad un

Figura 5.19:

fornello (vedi Figura 5.19) che fornisce un riscaldamento costante nel tempo (potenza costante) e si chiede ad ogni alunno di prevedere l'andamento della temperatura nel tempo dopo l'accensione del fornello. Si discutono le previsioni e si fa uno schizzo del grafico della temperatura nel tempo. Si accende il fornello. Si pone un termometro (che abbia una scala che arrivi oltre i 100^oC) nel recipiente (evitando che tocchi il

fondo) e si rileva la temperatura ad intervalli di tempo regolare (ad esempio ogni 2 minuti). Si costruisce una tabella con due colonne, una per il tempo di riscaldamento e l'altra per la temperatura. Quando la temperatura è 40-50^oC si interrompe il riscaldamento e si chiede ai bambini di formulare ipotesi sull'andamento della temperatura dell'acqua se non si fosse interrotto il riscaldamento. Generalmente la totalità dei bambini non è in grado di prevedere che a 100^oC la temperatura rimane costante: molti bambini ipotizzeranno che la temperatura continui a salire fino alla rottura del termometro.
Si riprende a questo punto il riscaldamento fino all'ebollizione dell'acqua che verrà mantenuta per alcuni minuti. I bambini constateranno la costanza della temperatura, ma lo faranno provando stupore (alcuni ipotizzeranno che il termometro non funzioni), meraviglia per qualcosa che sembra loro strano, illogico. Perchè la temperatura non sale nonostante si continui a fornire calore? (il calore all'ebollizione viene completamente utilizzato per rompere i legami tra le molecole nel passaggio da liquido a vapore).
Si riportano poi valori in un grafico e si discutono i risultati confrontandoli con le previsioni fatte.
Scopo dell'esperimento è confrontare il processo di riscaldamento con l'evoluzione nel tempo della temperatura ed in particolare: riconoscere l'aumento di temperatura nel tempo fino al raggiungimento dell'ebollizione e la costanza della temperatura durante l'intero processo di ebollizione. La caratteristica dell'acqua di bollire a 100^oC, che è probabilmente conosciuta a livello di senso comune, viene cosi chiarita.

Il fumo

Durante l'ebollizione dell'acqua si ha emissione di fumo da parte della superficie

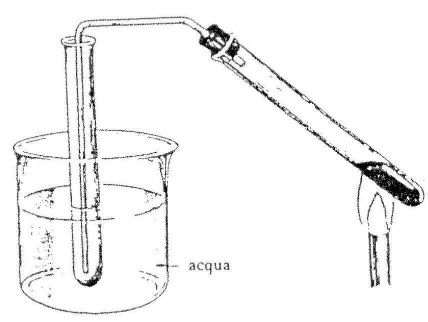


Figura 5.20:

(in realtà la parola fumo non è corretta in quanto il fumo durante la combustione contiene anche particelle solide). Dopo aver raccolto le ipotesi dei bambini facciamo il seguente esperimento usando il dispositivo in Figura 5.20. Prepariamo un tubo di raccordo riscaldando con un fornello da campeggio un tubo di vetro lungo 25 *cm* circa e piegandolo. Inseriamo nella parte più corta un tappo di gomma forato e met-

tiamolo in una provetta da 20 *cm* dopo avervi collocato alcuni *cc* di acqua distillata. Collochiamo l'altra estremità del tubo di raccordo in una provetta da 12 *cm* a sua volta collocata in un becker pieno di acqua (in questa provetta non ci deve essere nessun tappo). Dopo aver preparato il dispositivo, iniziamo il riscaldamento dell'acqua contenuta nella provetta più grande per mezzo di una piastra elettrica. Chiediamo ai bambini di descrivere ciò che osservano in relazione al fumo. L'esperimento è di nuovo l'ebollizione dell'acqua; essa è tuttavia effettuata con un dispositivo diverso da quello iniziale che permette più facilmente la concettualizzazione del fumo; i bambini possono infatti constatare che tutta l'acqua contenuta nella provetta più grande si trasforma in fumo, e che, a sua volta, il fumo si ritrasforma in acqua nella provetta più piccola.
Che cos'è quindi il fumo? I bambini a questo punto sono in grado di comprendere che il fumo non è altro che acqua, in uno stato diverso da liquido (i bambini useranno altri termini, per indicare che è acqua più leggera, che vola, che assomiglia alle nuvole, ecc.). Solo a questo punto ha significato introdurre il termine **vapore acqueo** per indicare il fumo (anche se non è completamente corretto in quanto il fumo non è costituito solo da vapore acqueo, ma è una mescolanza di vapore acqueo e piccole goccioline di acqua. Questo verrà compreso dai bambini successivamente. Per ora è importante che apprendano che l'acqua, all'ebollizione, rimane sempre acqua pur trasformandosi in qualcosa che ha un'aspetto molto diverso).
L'esperienza proposta non è altro che una distillazione dell'acqua fatta in modo povero e può essere fatta in modo più evidente con un distillatore. Esso è necessario per far constatare che tutta l'acqua si trasforma in fumo e che tutto il fumo si ritrasforma in acqua e quindi comprendere che l'acqua per ebollizione si trasforma in vapore acqueo:

acqua	→	vapore acqueo	=	ebollizione
vapore acqueo	→	acqua	=	condensazione

Che cosa sono le bolle che si formano durante il riscaldamento dell'acqua?

Ricerche effettuate sulle concezioni scientifiche di studenti universitari hanno evidenziato la permanenza di risposte quali: le bolle sono dovute all'aria o alla formazione di idrogeno e di ossigeno. È possibile che i bambini, che hanno già riflettuto a lungo sui vari aspetti dell'ebollizione, siano in grado di ipotizzare che le bolle sono dovute alla formazione di vapore acque, che arrivato alla superficie dell'acqua, esce fuori sotto forma di fumo. Ma è anche possibile che alcuni bambini ipotizzino che le bolle sono dovute all'aria: è infatti esperienza quotidiana l'osservazione di bolle dovute all'aria. Facciamo ragionare i bambini a partire dalla eventuale loro ipotesi, che le bolle siano dovute all'aria: se le bolle sono dovute all'aria, come fa l'acqua ad avere l'aria? Possono rispondere che dell'aria è contenuta nell'acqua. Ma se l'aria è contenuta in piccola quantità, quando essa è finita, come fanno le bolle ad essere sempre costituite di aria? L'aria si potrebbe formare durante il riscaldamento dell'acqua e produrre le bolle. Ma abbiamo precedentemente capito che durante l'ebollizione si forma il vapore acqueo e non l'aria. Quindi le bolle devono essere formate di vapore acqueo.

L'evaporazione dell'acqua

L'evaporazione dell'acqua è un fenomeno che normalmente non si vede: sono invece osservabili nel tempo i suoi effetti. la diminuzione prima e successivamente la sparizione dell'acqua. Comprendere che con l'evaporazione l'acqua sparisce non è difficile per un bambino; è infatti esperienza quotidiana constatare che le cose bagnate (le strade, i prati, gli indumenti lavati,...) si asciugano. Ma concettualizzare, seppure a livello elementare, l'evaporazione dell'acqua è qualcosa di molto diverso da questa conoscenza di senso comune. Si deve cominciare a comprendere che cosa accade quando l'acqua sparisce.

La velocità di evaporazione dipende da vari fattori, quali la temperatura, la superficie del liquido, la presenza di aerazione, ecc. Nella prima fase di acquisizione del concetto è necessario restringere le variabili alla variazione della temperatura e all'utililizzo di diversi campioni di soluzioni acquose.

Preparate 6 becker da 400 *cc* contenenti: 2 becker con 30 *cc* di acqua di rubinetto, 2 becker con 30 *cc* di una soluzione di acqua distillata e sale, 2 becker con 30 *cc* di una soluzione di acqua distillata e solfato di rame. Collocate 3 becker (uno per ciascun tipo di soluzione) in una zona della classe lontana e 3 in una zona della classe vicina a fonti di calore (quali il termosifone d'inverno, o una finestra dove vi batta il sole per alcune ore in estate). Fate osservare e registrare che cosa accade dopo alcuni minuti, dopo alcune ore e dopo alcuni giorni fino a completa sparizione dell'acqua in tutti i recipienti. Chiedete infine ai bambini di dare una spiegazione di ciò che è successo. Come mai l'acqua non c'è più? Come mai nei recipienti vicini ad una fonte di calore l'acqua è sparita prima? L'acqua che è sparita dove è andata? In che cosa si è trasformata? È probabile che i bambini arrivino con le loro forze a cogliere l'analogia con l'ebollizione. Altrimenti sarà opportuno richiedere loro che cosa hanno compreso a proposito dell'ebollizione. I bambini saranno in grado di cogliere differenze e somiglianze. Durante l'ebollizione l'acqua sparisce perchè si trasforma in vapore acqueo che è visibile perchè la quantità di vapore che si forma è molto grande. È quindi ipotizzabile che anche durante l'evaporazione l'acqua si trasformi in vapore acqueo, benchè esso non sia visibile, perché se ne forma un poco per volta. Si chiarisce cosi l'apparente contraddizione sulla visibilità del vapore acqueo: il vapore acqueo non si vede quando se ne forma poco e lentamente e si vede quando se ne forma tanto. (È difficile che i bambini arrivino da soli a ipotizzare che il fumo è in realtà una mescolanza di vapore acqueo e goccioline d'acqua.) La cosa importante è di arrivare a capire che nell'aria vi è sempre vapore acqueo, benchè esso non sia visibile. Come esempio chiedete ai bambini se hanno mai notato che i vetri delle finestre, in particolare d'inverno, son a volte bagnati, oppure, quando fanno il bagno, lo specchio è appannato; chiedete di spiegarne il motivo.

Tornando all'esperienza proposta sull'evaporazione, i bambini si saranno anche resi conto che la velocità con cui si forma il vapore acqueo e con cui l'acqua sparisce

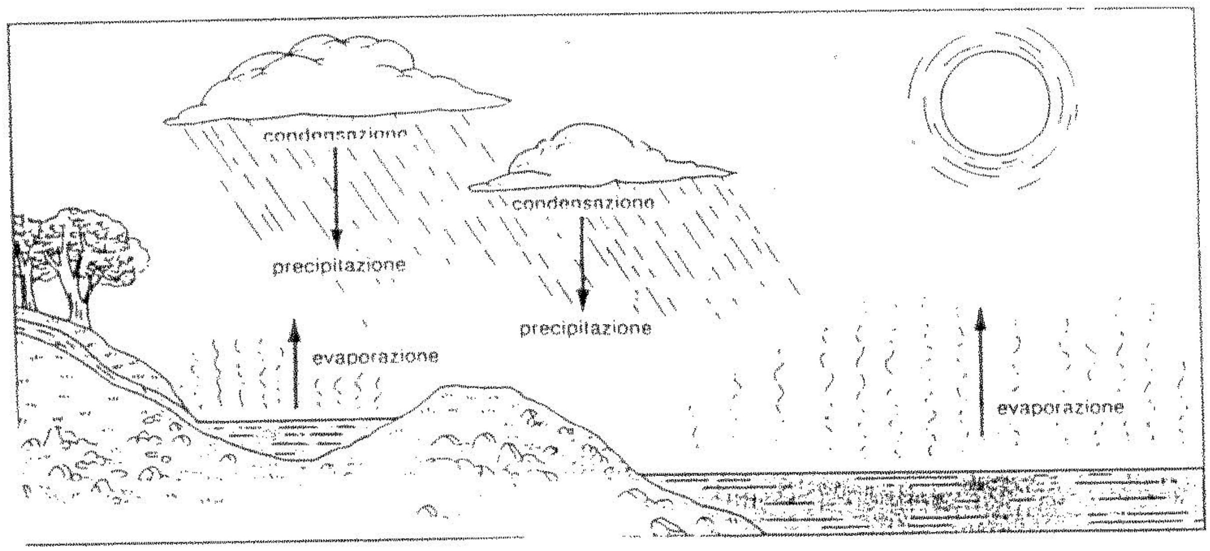


Figura 5.21: *Il ciclo dell'acqua*

cambia a seconda della vicinanza a fonti di calore. L'evaporazione dell'acqua si verifica quindi sempre, anche con l'acqua molto fredda, ma molto più lentamente. Abbiamo consigliato anche di usare soluzioni diverse da far evaporare. Questo perchè i bambini potessero constatare la presenza delle sostanze solide (che erano disciolte in acqua) sul fondo dei recipienti dopo l'evaporazione. E questo sarà fonte di discussione.

Scopo finale dell'esperienza sull'evaporazione è far comprendere che il vapore acqueo è sempre acqua, seppur in una forma (stato) diversa dall'acqua liquida.

I bambini hanno ora acquisito gli strumenti per capire il ciclo dell'acqua che costituisce indubbiamente uno dei fenomeni fondamentali che si verificano sulla terra. Data la sua importanza, esso viene introdotto più volte nella scuola di base in modo nozionistico, ma riteniamo che possa essere compreso solo dopo aver analizzato, anche se a livello elementare, i fenomeni di ebollizione ed evaporazione. Con riferimento alla Figura 5.21, fate ai bambini le seguenti domande:
- da dove viene l'acqua della pioggia?
- da dove viene l'acqua dei fiumi?
- l'acqua dei fiumi, dei laghi e dei mari, evapora?
- dove va a finire l'acqua che evapora dai fiumi, dai laghi e dai mari?
- le nuvole cosa sono? Come mai si formano?

Le conoscenze acquisite dovrebbero permettere ai bambini di arrivare a dare risposte coerenti a queste domande.

Capitolo 6

Ottica

6.1 La luce: proposte didattiche

Le concezioni dei ragazzi in ottica

Fin dalla più tenera etá siamo testimoni di fenomeni naturali: quelli che riguardano la luce e la visione sono tra i più importanti. I bambini razionalizzano ciò che vedono e costruiscono schemi mentali (modelli ingenui) con cui spiegare e rendere prevedibili i fenomeni stessi. Ciò è indispensabile per vivere e sopravvivere nel mondo circostante. Spesso tali schemi, sufficienti per la vita quotidiana, contrastano con gli schemi scientifici con cui l'insegnamento scolastico vorrebbe sostituirli. Di fronte a fenomeni più complessi il loro potere esplicatorio fallisce: per progredire nelle conoscenze scientifiche è necessario cambiare modello. È importante che l'insegnante conosca, almeno per grandi linee, i caratteri dei modelli ingenui più comuni per poterne riconoscere la presenza e offrire agli alunni le occasioni di metterli in crisi. Questo infatti è il presupposto del cambiamento e quindi, in sostanza, dell'apprendimento.

Luce e buio

Posti di fronte alla necessità di descrivere la luce e il buio spesso i bambini descrivono la luce come ciò che fa chiaro e attribuiscono al buio una realtà concreta che la luce è capace di scacciare. Se il buio, il nero, non viene scacciato, allora vuol dire che la luce non c'è. Dal punto di vista fisico si confonde tra luce e illuminamento aiutati in questo dai termini usati nel linguaggio quotidiano. Non si riconosce il fatto che il far chiaro in un ambiente, cioè l'illuminarlo in tutto il suo volume come sono illuminate le nostre stanze, è un effetto dell'interazione della luce con gli oggetti presenti che, investiti dalla luce, la diffondono in tutte le direzioni. Viceversa, in un ambiente buio potrebbe esserci fisicamente luce ma l'ambiente potrebbe non risultare illuminato perchè i corpi materiali presenti assorbono la luce completamente.

Riportiamo alcuni risultati ricavati dalle ricerche sui preconcetti in ottica. Si tratta di un'indagine basata su interviste a ragazzi di età 10-11 anni e 13-14 anni a cui non era stato impartito nessun insegnamento sistematico sulla luce o di ottica in genere. Ai ragazzi erano stati posti due tipi di domande: di carattere generale, come che cos'è la luce per te?, che cosa fa la luce?, dov'è la luce?, per individuare quali fenomeni ottici erano a loro noti e per capire il campo di esperienze personali spontaneamente associate alla parola luce; e, posti di fronte a semplici situazioni sperimentali, domande di previsioni e interpretazioni del fenomeno presentato. Veniva ad esempio posto un bastoncino tra uno schermo e una lampadina come in Figura 6.1 e prima di accendere la lampadina veniva chiesto allo studente di prevedere posizione e dimensioni dell'ombra sullo schermo, poi eventualmente di spiegare cos'è un'ombra. Il confronto dei risultati tra il gruppo dei ragazzi più giovani e il gruppo

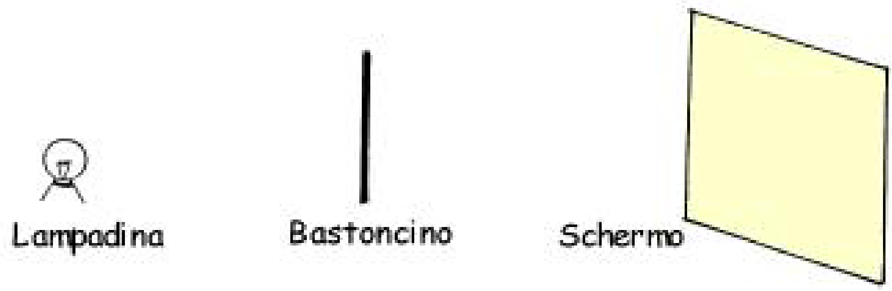


Figura 6.1:

più maturo ha mostrato una netta evoluzione di pensiero dei ragazzi tra le due fasce d'età considerate. Esempi di risposte su luce e ombre sono:
1) - (cosa è un'ombra?) è un riflesso, è luce più scura;
2) - (c'è luce su tutti gli oggetti?) alcuni oggetti non hanno luce perché sono all'ombra;
3) - la luce illumina la persona, dietro, la persona riflette la sua ombra;
4) - la luce parte; poi incontra un oggetto; lo illumina ma non può attraversarlo; è il buio a produrre l'ombra.
In generale nelle risposte la luce è identificata con la sorgente luminosa o con l'effetto che produce o con uno stato del sistema, invece di essere considerata come un'entità separata nello spazio, come nel modello fisico. I ragazzi dicono: c'è luce nelle lampadine che illuminano, c'è luce nel muro o l'ombra è luce più scura, la luce è una schiarita, un giorno è più chiaro di un altro. A seconda del contesto i ragazzi fanno appello a tali concezioni oppure considerano la luce come un ente separato nello spazio (come prevederebbe un corretto modello fisico); e talvolta adottano entrambi i punti di vista. Il punto di vista non fisico comunque è molto più frequente in ragazzi di 10/11 anni che in quelli di 13/14 anni. Ovviamente per conoscere la concezione di un ragazzo non basta una risposta: va fatto un bilancio con diverse situazioni.
Un'altra idea comune è che la luce esista solo nella porzione di spazio in cui gli oggetti sono visibili. Non si propaga, oppure, se è emessa da una sorgente, si propaga solo fino ai corpi che illumina. Per esempio, accendendo una debole fiammella in una

stanza buia la luce ci sarà solo in una piccola zona che circonda la fiammella. Oltre quella zona c'è il buio, pensato come un'entitá indipendente e reale che riempie lo spazio non occupato dalla luce. La luce, secondo queste idee, è una cosa statica, che c'è o non c'è, non una cosa che si propaga. La luce diffusa (per es. la luce diurna che arriva da tutte le direzioni) può non essere riconosciuta come luce ma solo come qualcosa che consente di vedere. Nell'esperimento della scatola buia che proporremo in seguito, chi guarda in un'apertura vede qualcosa e chi guarda nell'altra non vede nulla. È probabile che chi non vede nulla dica che nella scatola non c'è luce e chi vede qualcosa, anche per conciliare la sua opinione con l'opinione del compagno, dica che ciò che vede è la luce che sta fuori dalla scatola. Il riconoscere che in un luogo può esserci luce anche se non la vediamo è un presupposto per la comprensione di molti fenomeni dell'ottica. Se poniamo davanti ad una lampadina spenta vari oggetti (un cartoncino bianco, uno specchio, una lente,...) come in Figura 6.2 e chiediamo ai ragazzi di dire cosa succede quando si accende la lampadina, si ottengono informazioni interessanti. La maggior parte di essi pensa ad esempio che la luce, partita dalla lampadina, resti su un cartoncino bianco, mentre venga rinviata indietro da uno specchio. Qualcuno pensa che sparisca sul foglio bianco. Nessun ragazzo pensa al rinvio della luce da parte di oggetti comuni: nozione di

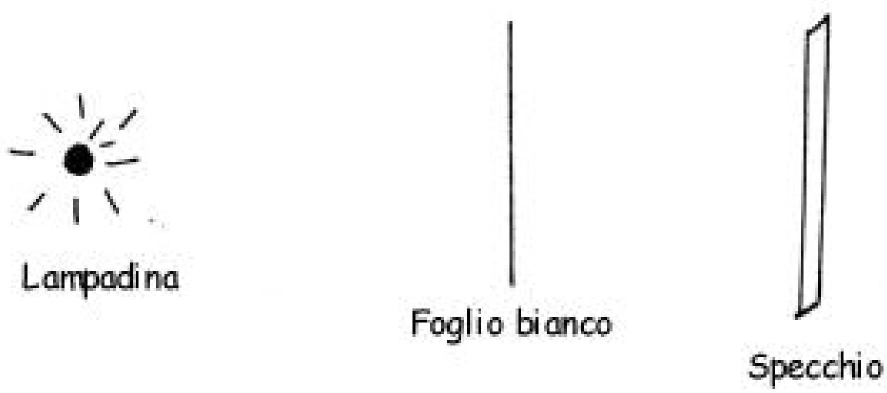


Figura 6.2:

base di tutta l'ottica, peraltro fondamentale per capire il fenomeno della visione. Molti osservano che ci si può abbagliare con uno specchio, ma non pensano che ciò sia possibile con un foglio di carta bianca.
Circa la propagazione della luce (nei casi in cui i ragazzi vengono guidati ad osservarla, ad esempio con l'esperienza in Figura 6.3 i ragazzi usano in generale termini dinamici (partire, attraversare, rimbalzare,...), ma non sanno spiegare il suo spostamento nello spazio se non su grandi distanze: la localizzano ovunque nello spazio (nelle lampadine, nel soffitto,...). I ragazzi hanno la nozione di cammino rettilineo, dissociata però da quella di tempo di propagazione: situano la luce su raggi rettilinei, ma non hanno l'idea del movimento della luce in tali direzioni. Consideriamo

la situazione in cui tra una lampadina e uno schermo è posta una larga fenditura come in Figura 6.3, il 30% dei ragazzi usa la traiettoria rettilinea per prevedere la macchia luminosa sullo schermo e molti considerano soltanto il percorso orizzontale. Molti ragazzi sanno che si può incendiare qualcosa con una lente in un giorno di sole.

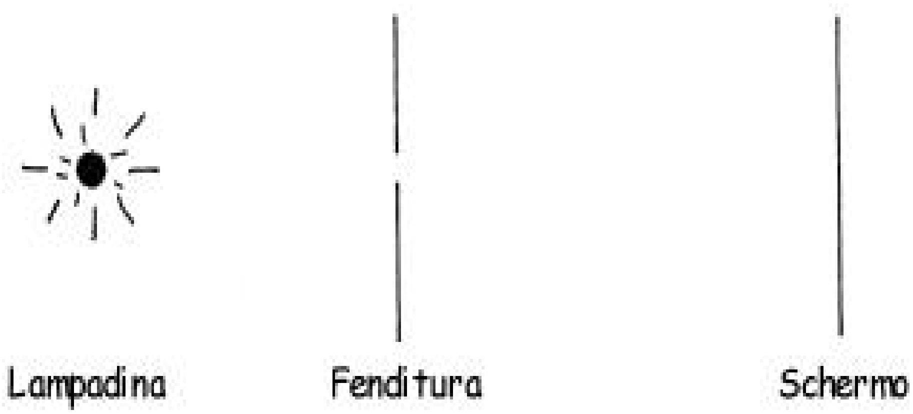


Figura 6.3:

Le interpretazioni sono di due tipi: la lente ingrandisce, incrementa, la luce, come una sorgente: non hanno l'idea di conservazione della quantità totale di luce; essi sostengono infatti che la luce si perde con la distanza, perché perde densità; oppure, la lente concentra la luce: esiste una vaga idea di conservazione della quantità totale di luce; i raggi che bruciano un foglio di carta non sono però gli stessi che arrivano alla lente, o almeno altrettanti: sono raggi più importanti.
Le rappresentazioni dei ragazzi sono sempre legate alla percezione. Essi concepiscono come distinte la luce solare e quella elettrica. Spesso la luce è solo quella che si accende. Essi individuano una relazione di causa - effetto tra giorno e luce. Interpretano l'alternarsi del giorno e della notte, ma non sanno interpretare il bagno di luce del giorno. Altrettanto in imbarazzo si trovano nel parlare dell'interazione tra la luce e l'aria. Alle domande che cos'è la luce per te?, che cosa fa la luce? essi rispondono che la luce illumina, permette di vedere.

Meccanismo della visione

Le indagini sulle idee dei ragazzi indicano la presenza di 4 schemi fondamentali per il meccanismo della visione. Mostrando ai ragazzi un bastoncino incandescente o un cartoncino colorato e chiedendo di interpretare il fenomeno della visione, emergono varie idee tra cui i 4 principali meccanismi mostrati in Figura 6.4. Nello schema 1 si vede perché sorgente, oggetto e occhio sono immersi in un bagno di luce (isotropo e omogeneo) che permea l'intero spazio; nello schema 2 invece, l'oggetto viene visto perché la sorgente gli invia luce (l'occhio non viene considerato nel processo). Nello schema 3 l'oggetto viene visto perché la sorgente gli invia raggi luminosi e l'occhio raggi visivi; nello schema 4 il meccanismo della visione comporta l'invio di luce da

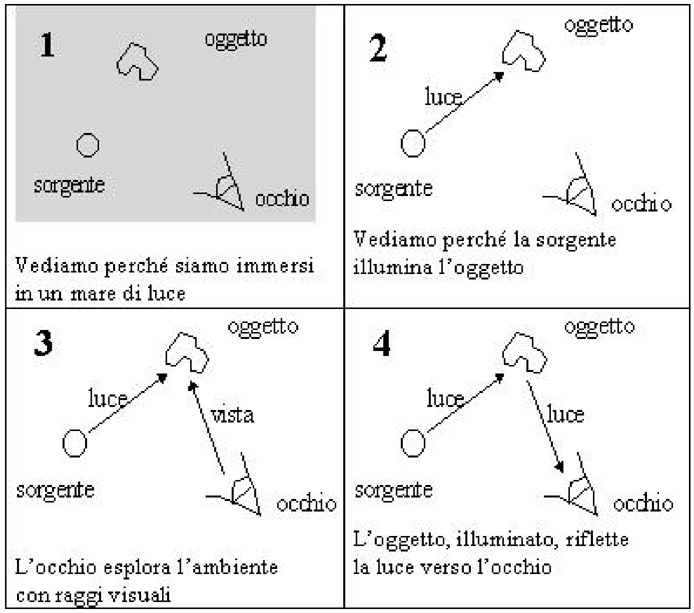


Figura 6.4: *Idee dei ragazzi per il meccanismo della visione.*

parte della sorgente all'oggetto e da parte di quest'ultimo all'occhio.
L'idea illustrata nei primi due schemi, che si vede senza che la luce proveniente dall'oggetto entri nell'occhio e nulla collega l'occhio all'oggetto visto, è molto comune. Invece, nonostante il guardare sia un atto volontario, l'idea che l'occhio esplori l'ambiente emettendo raggi visuali, illustrata nello schema 3, sembra essere rara tra i ragazzi di etá da 11 a 14 anni. L'idea scientifica corrisponde allo schema 4 (sono meno del 10% i ragazzi che utilizzano questo modello corretto della visione).
Molti dunque non connettono la visione con la luce intesa come ente fisico. Non capire che gli oggetti circostanti, illuminati, riflettono o diffondono la luce in molte direzioni e non sapere che per vederli occorre che la luce che riflettono o diffondono entri nell'occhio sono tra le più importanti cause d'incomprensione e sono perciò le prime questioni da affrontare. Le idee sul meccanismo della visione e le idee sul funzionamento dell'occhio sono interdipendenti. Un buon modello dell'occhio consiste nel considerarlo come un sensore attivato dalla luce che vi penetra, fondamentalmente non molto diverso da una macchina fotografica. Come la macchina fotografica, l'occhio possiede una lente e una zona fotosensibile. Come una macchina fotografica, l'occhio riceve e registra i segnali luminosi, ma non li interpreta. Il compito di decodificare e interpretare i segnali luminosi è svolto dal cervello che ne riceve la registrazione tramite il nervo ottico.

Per concludere, i ragazzi sembrano dividersi in due grandi categorie:
1. Quelli che assimilano la luce alla sua sorgente o ai suoi effetti, che non tentano una interpretazione dei fenomeni e si limitano a constatazioni. Essi riconoscono la similitudine tra un oggetto e la sua ombra, ma non sanno ricostruire il meccanismo di formazione dell'ombra. Essi inoltre collocano nello specchio l'immagine della

sorgente.
2. Quelli che riescono a vedere la luce come un'entità distinta nello spazio. Essi possono interpretare le ombre; possono chiedersi il perché del rinvio della luce da parte degli oggetti e tentare di descriverlo (solo il 10% dei ragazzi tra 11-14 anni appartiene a questa categoria).

Propagazione della luce

Lo studio delle proprietà della luce si occupa della sua propagazione e dei fenomeni che accompagnano la sua interazione con oggetti materiali (riflessione, rifrazione). Per schematizzare la luce che si propaga si ricorre quasi sempre all'accorgimento grafico chiamato raggio luminoso: una linea munita di freccia che quando i mezzi in cui si propaga sono omogenei è rettilinea o composta di segmenti rettilinei, che riproduce sulla carta la direzione di propagazione della luce nel fenomeno che ci interessa. Poiché è impossibile tracciare i raggi di luce relativi a tutta la luce emessa da una sorgente, si tracciano solo quelli indispensabili per capire cosa succede al fascio o al sottilissimo pennello di luce di cui si sta ragionando. Avviene perciò che, per esempio, quando si disegnano gli schemi del passaggio della luce attraverso le lenti, per motivi di economia si traccino quasi sempre solo i raggi che si riferiscono alla luce che passa per pochi punti speciali - il centro della lente, uno o l'altro fuoco - e non ci si sofferma sui cammini percorsi dall'altra luce che attraversa la lente. L'eccessiva e talvolta esclusiva attenzione riservata ai raggi può generare incomprensioni come l'attribuire ai raggi, che sono solo astratti accorgimenti grafici, una qualità fisica oggettiva che non posseggono. Viceversa, se disegnamo esplicitamente i fronti d'onda si rappresenta tutta la luce e si mette in evidenza il fatto che i raggi sono solo gli indicatori della direzione di propagazione. La rappresentazione ondulatoria spesso aiuta a visualizzare i fenomeni fisici ed è meno astratta di quella che utilizza solo i raggi luminosi.

Formazione di ombre

La principale difficoltà nella comprensione della natura delle ombre consiste nel fatto che spesso all'ombra si attribuisce un'esistenza vera e propria e non si comprende che essa è la conseguenza della mancanza di luce causata da un ostacolo che l'ha assorbita e/o riflessa. La natura sostanziale dell'ombra è riconoscibile nelle espressioni comuni gettare un'ombra, proiettare un'ombra, per esempio sul terreno. Infatti come si potrebbe gettare o proiettare una cosa che non esiste? Non è facile distinguere quanto queste espressioni siano conseguenza di uno schema mentale preesistente e quanto contribuiscano a determinarlo. Altre volte la zona d'ombra è pensata come zona di luce scura causata dalla presenza dell'ostacolo.

Formazione di immagini

Quando si parla d'immagine in ottica si intende il significato scientifico del termine, che suona grosso modo cosi: l'immagine ottica è un luogo di punti in corrispondenza biunivoca con la sorgente. Il concetto va integrato con l'idea che tale luogo dei punti è il frutto di un'opportuna interazione tra luce e materia che fa deviare la luce proveniente dalla sorgente: altrimenti ciò che vedremmo sarebbe la sorgente stessa. Le parole corrispondenza biunivoca hanno il pregio ma anche il difetto dell'idealizzazione matematica.

Pronunciamo frasi come: vediamo l'immagine... oppure il nostro occhio forma l'immagine.... Il nostro occhio la vede oppure la forma? L'occhio può formare l'immagine di un'immagine? La risposta è si, e infatti questo è ciò che succede quando ci specchiamo e quando guardiamo attraverso un binocolo o un microscopio (l'occhio forma sulla retina l'immagine reale di un'immagine virtuale) o quando andiamo al cinema (l'occhio forma sulla retina l'immagine di un'immagine virtuale).

Esiste l'immagine quando nessuno la guarda? In senso fisico si. La luce devia, diverge, converge... indipendentemente dalla presenza dell'osservatore.

Conviene affrontare fin dall'inizio la questione del significato scientifico della parola immagine applicata all'ottica. La parola immagine, come molte altre, viene usata in una vasta gamma di significati simili ma non identici ed è importante che il significato scientifico venga subito indicato agli studenti e richiamato tutte le volte che occorre. Il mancato riconoscimento operativo del significato, cioè l'inabilità di utilizzare il concetto in casi pratici, è una delle cause di difficoltà di comprensione del meccanismo di formazione delle immagini ottiche stesse. Per studiare le immagini dobbiamo guardarle. Guardare significa coinvolgere in modo massiccio il senso della vista e l'interpretazione dei segnali luminosi da parte del cervello.

Si presenta un problema quando si vuole localizzare a vista la posizione di un'immagine, infatti il cervello come misuratore di distanze viene facilmente ingannato se manca il termine di confronto di un riferimento a distanza nota. Consideriamo ad esempio il caso dello specchio piano e dell'immagine virtuale. Molte persone, guardando in uno specchio, non si rendono conto che l'immagine che vedono è situata dietro lo specchio. Pensano che essa si trovi sulla superficie dello specchio. Possiamo capire come questa convinzione si sia formata osservando come si comporta un bimbo di pochi mesi davanti a uno specchio. Il bimbo ha appena imparato che per afferrare un oggetto deve allungare la mano verso il punto da cui proviene la luce riflessa da quell'oggetto. La necessità di risolvere la contraddizione tra sensazioni visive e tattili provocate dallo specchio è sicuramente la causa principale dello schema mentale comunemente incontrato.

Luce e sorgenti di luce

Il punto di vista scientifico afferma che la luce è un ente avente una propria individualità nello spazio, separata dall'individualità della sorgente che l'ha emessa o dell'oggetto che l'ha riflessa. Questo non è sempre evidente. Le indagini sulle idee spontanee sulla luce hanno mostrato che spesso la luce è localizzata nella sorgente o sull'oggetto illuminato (per esempio la parete di fronte a una finestra, illuminata dal sole) ma non nello spazio interposto; che la luce non si conserva: ad una certa distanza dalla sorgente scompare (perde la capacità d'illuminare i corpi); che talvolta, però, aumenta (diventa di più): per esempio quando si concentra la luce del sole su un pezzo di carta con una lente d'ingrandimento. Tralasciando inizialmente le questioni, pur importanti, della natura della luce (onde? corpuscoli?) gli alunni devono infine imparare che lo schema scientifico, molto più ricco e produttivo dal punto di vista interpretativo e predittivo, considera la luce come un ente dinamico che si propaga nello spazio e interagisce con i corpi materiali. In particolare si devono riconoscere come sorgenti di luce non solo le lampade, fiamme ecc., ma anche tutti gli oggetti che vediamo. A questo scopo è utile distinguere tra sorgenti primarie, che emettono luce bruciando o consumando qualcosa, e sorgenti secondarie, che ridistribuiscono nello spazio la luce che ricevono dalle sorgenti primarie.

Proviamo a far un po' di chiarezza, almeno sui concetti base dell'ottica, e proviamo a descrivere alcune leggi fondamentali dell'ottica geometrica. Alla fine della prossima Sezione, dovremmo essere in grado di dare una risposta alle domande poste in questa introduzione.

6.2 L'ottica geometrica

Iniziamo qui lo studio dell'ottica geometrica, cioè lo studio del cammino che segue un raggio luminoso nell'attraversare diversi materiali. In un dato mezzo la luce si propaga in modo rettilineo. Questa affermazione si puó confermare facilmente con l'osservazione delle ombre (vedi Figura 6.5), o la propagazione della luce attraverso una serie di diaframmi (vedi Figura 6.6). Il concetto di raggio di luce nasce proprio

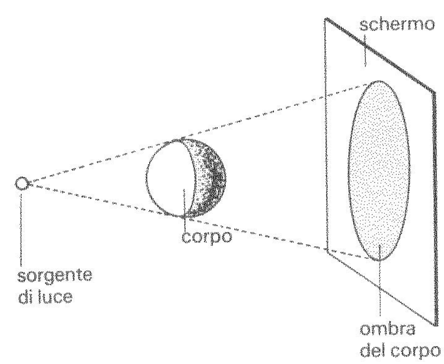


Figura 6.5: *Un oggetto illuminato da una sorgente puntiforme dà luogo ad un'ombra il cui contorno si ottiene intersecando lo schermo con il fascio di rette uscenti dalla sorgente e tangenti al corpo.*

da questo comportamento di propagazione.

Consideriamo adesso cosa accade alla superficie di separazione tra due mezzi. Come mostra la Figura 6.7 parte del raggio viene riflesso nel mezzo originario, mentre una parte prosegue nel secondo mezzo. Questi due effetti sono in genere entrambi

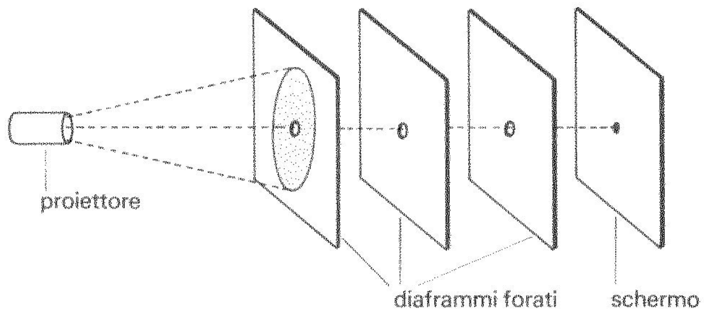


Figura 6.6: *La luce che esce dal proiettore arriva allo schermo solo se i fori sono tutti in linea con il proiettore stesso.*

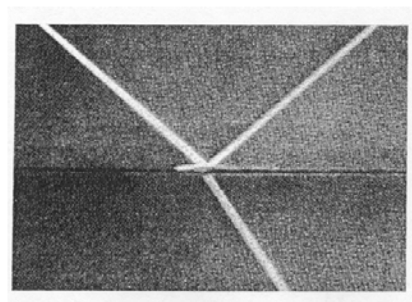


Figura 6.7: *La Figura mostra il percorso seguito da un raggio luminoso alla superficie di separazione tra due mezzi.*

presenti, ma a volte uno è prevalente sull'altro. Per esempio, un pezzo di vetro argentato su una faccia (cioè uno specchio) dà luogo, di fatto, alla sola riflessione. Alla separazione aria-acqua entrambi gli effetti sono presenti, ed analogamente alla separazione aria-vetro.

Discutiamo adesso i due effetti:

- **La riflessione**. Il raggio incidente quello riflesso e la normale (perpendicolare) alla superficie di separazione tra i 2 mezzi giacciono sullo stesso piano. Il raggio incidente e riflesso stanno in parti opposte alla normale e gli angoli di incidenza e di riflessione sono uguali (vedi Figura 6.8).

$$i = r \tag{6.1}$$

- **La rifrazione**. L'esperimento mostra che vale la seguente legge (legge di Snell). Il raggio incidente quello rifratto e la normale al piano di separazione nel punto di incidenza stanno nello stesso piano. Il rapporto tra i seni degli angoli di incidenza e di rifrazione è costante e dipende solo dalla natura dei due mezzi, cioè variando l'angolo di incidenza l'angolo di rifrazione varia in modo che il rapporto anzi detto rimanga costante (vedi Figura 6.9).

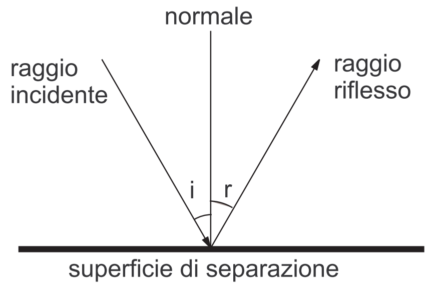


Figura 6.8: *Il fenomeno della riflessione.*

Da questa figura possiamo anche vedere il significato di seno di un angolo θ, che si

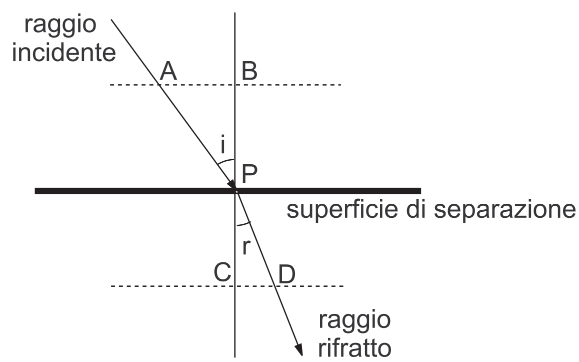


Figura 6.9: *Il fenomeno della rifrazione.*

indica con $\sin\theta$. Ad esempio, nel caso dell'angolo di incidenza

$$\sin\, i = \frac{\overline{AB}}{\overline{AP}} \tag{6.2}$$

ed analogamente per l'angolo di rifrazione

$$\sin\, r = \frac{\overline{CD}}{\overline{DP}} \tag{6.3}$$

Dovrebbe essere ovvio che variando nella Figura 6.9 le posizioni delle linee orizzontali tratteggiate, i precedenti rapporti non cambiano, e quindi dipendono solo dagli angoli. Quindi la legge di Snell ci dice che

$$\frac{\sin\, i}{\sin\, r} = \text{costante} = n_{2,1} \tag{6.4}$$

dove $n_{2,1}$ è una quantità caratteristica dei due mezzi e che si chiama **indice di rifrazione del secondo mezzo rispetto al primo**. Dato che la luce si propaga anche nel vuoto si definisce **indice di rifrazione** di un mezzo il valore del suo indice di rifrazione rispetto al vuoto e si indica con n. Possiamo quindi riesprimere la legge di Snell in termini degli indici di rifrazione dei due mezzi rispetto al vuoto. Nel caso in cui il raggio incidente si propaghi nel mezzo 1, con indice di rifrazione rispetto al vuoto uguale a n_1, e venga rifratto nel mezzo 2, con indice di rifrazione rispetto al vuoto uguale a n_2, la legge di Snell ha la seguente forma:

$$\frac{\sin\, i}{\sin\, r} = n_{2,1} = \frac{n_2}{n_1} \tag{6.5}$$

Nella Tabella 6.1 sono riportati i valori degli indici di rifrazione di alcune sostanze

Sostanza	Indice di rifrazione
Acetone a 20 ^0C	1.3584
Aria in condizioni normali	1.0002926
Diamante	2.4168
Alcool etilico a 20^0C	1.36008
Quarzo fuso	1.458
Cloruro di sodio	1.544
Acqua a 20^0C	1.33335

Tabella 6.1: Indice di rifrazione di alcune sostanze

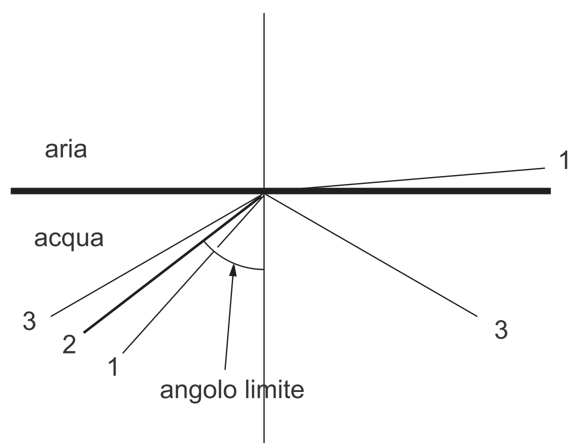


Figura 6.10: *Il fenomeno della riflessione totale.*

Dalla definizione data, si vede che il seno di un angolo è sempre minore di 1 e vale 1 nel limite in cui l'angolo è 90^0. Consideriamo il caso in cui il raggio incidente si propaghi nell'acqua e sia rifratto in aria. Risulta che l'indice di rifrazione dell'aria rispetto all'acqua è minore di 1. Infatti

$$\frac{n_{aria}}{n_{acqua}} = \frac{1}{1.33} = 0.77 \tag{6.6}$$

quindi, dall'eq. (6.5) segue che sin $r >$ sin i. Dunque esistertà un valore dell'angolo di incidenza a cui corrisponde un angolo di rifrazione pari a 90^0. Se l'angolo di incidenza supera questo valore (**angolo limite**), non si ha più rifrazione ma il raggio incidente viene riflesso nell'acqua, ovvero il raggio non esce dal mezzo in cui si sta propagando. Questo fenomeno si chiama **riflessione totale** ed è illustrato in In Figura 6.10. Consideriamo i raggi incidenti 1, 2, 3 in acqua. Il raggio 1 viene rifratto in aria, il raggio 2 viene anch'esso rifratto ed il suo angolo di rifrazione è pari a 90^0. Nel caso del raggio 3, l'angolo di incidenza supera il valore limite, non si ha più rifrazione ed il raggio incidente viene riflesso nell'acqua.

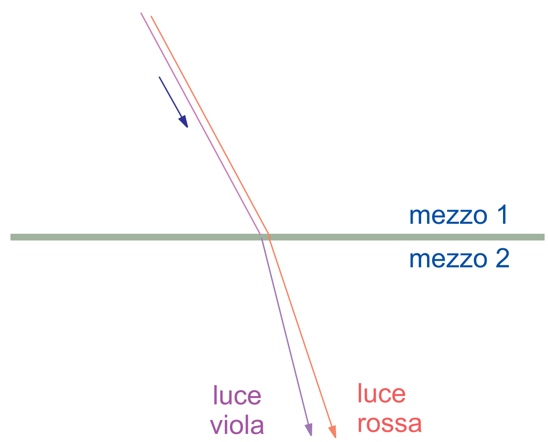


Figura 6.11: *Il fenomeno della dispersione.*

Un altro fenomeno molto interessante è quello della **dispersione**. Infatti risulta che l'angolo di rifrazione (e quindi l'indice di rifrazione) dipende dal colore della luce che si sta considerando. Per esempio i raggi violetti sono più deviati di quelli rossi (vedi Figura 6.11). In alcuni mezzi il fenomeno della dispersione è trascurabile. I mezzi nei quali il fenomeno è visibile vengono chiamati **mezzi dispersivi**. Esiste un tipo di vetro, detto **flint** per il quale il fenomeno è molto visibile come illustrato nella Tabella 6.2. Il fenomeno della dispersione fu messo in luce da Newton tramite l'uso di prismi triangolari di vetro come in Figura 6.12. Sullo schermo si possono osservare i diversi colori in ordine di angolo di deviazione crescente, rosso, arancio, giallo, verde azzurro, blu, violetto. Newton chiamò questa striscia **spettro**. Questa esperienza mostra che **la luce bianca è una mescolanza di luci di vari colori**.

Una proprietà importante del percorso di un raggio luminoso riguarda cosa succede se la la luce si propaga in verso opposto. La risposta è che la luce segue

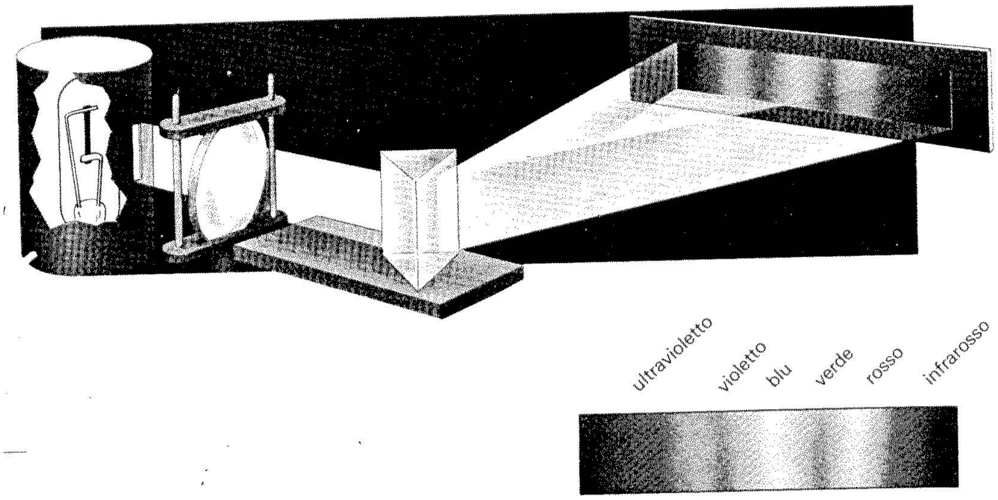


Figura 6.12: *Facendo passare la luce attraverso il prisma, la luce viene decomposta in luci di diversi colori.*

violetto	1.607
azzurro	1.594
verde	1.581
giallo	1.575
arancio	1.571
rosso	1.569

Tabella 6.2: *In Tabella è riportato l'indice di rifrazione del vetro flint a seconda del colore della luce considerato.*

esattamente lo stesso percorso. Questo è il **principio di reciprocità**: *se un raggio luminoso per andare da un punto P_1 ad un punto P_2 percorre un certo cammino, per andare da P_2 a P_1 percorre lo stesso cammino nel verso opposto* (vedi Figura 6.13). Una conseguenza immediata del principio di reciprocità è che se l'indice di rifrazione del mezzo 2 rispetto al mezzo 1 è $n_{2,1} = n_2/n_1$, allora l'indice di rifrazione del mezzo 1 rispetto al mezzo 2 è $1/n_{2,1} = n_1/n_2$. Infatti nel passare dalla descrizione in cui il raggio incidente proviene dal mezzo 1 a quella in cui proviene dal mezzo 2 si scambiano l'angolo di incidenza con quello di rifrazione, e quindi per la legge di Snell gli indici di rifrazione devono essere l'uno il reciproco dell'altro.

Un'altra conseguenza di questo principio è che se un raggio incide su una lamina a facce piane e parallele ne riemerge parallelo alla direzione di incidenza, come illustrato in Figura 6.14. Consideriamo infatti un raggio che incide nel mezzo 1 con angolo di incidenza i rispetto alla superficie di separazione tra mezzo 1 e mezzo 2. Questo raggio sarà rifratto con un angolo r e andrà ad incidere sulla superficie di separazione tra mezzo 2 e mezzo 1 con un angolo i'. Poichè la lamina ha facce piane

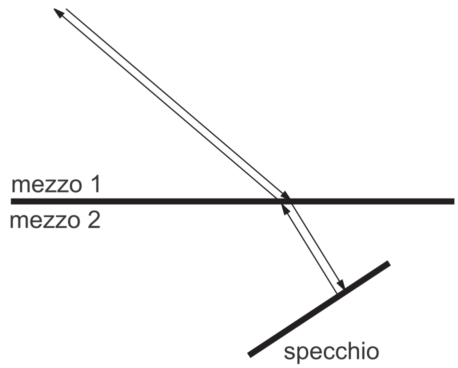


Figura 6.13: *Illustrazione del principio di reciprocità.*

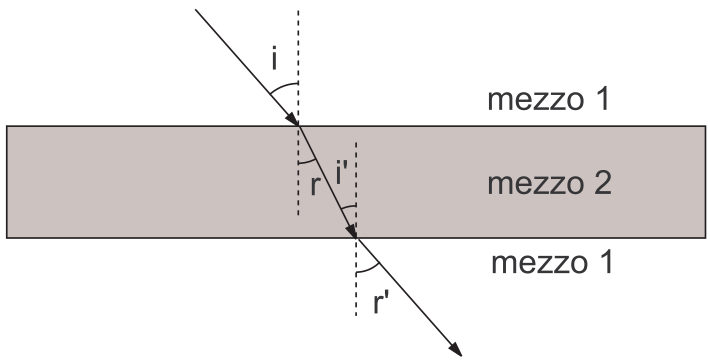


Figura 6.14: *Il cammino di un raggio di luce attraverso una lamina a facce piane e parallele.*

e parallele $i' = r$. Per la reciprocità quindi si deve avere $r' = i$ ovvero il raggio uscente è parallelo al raggio incidente.

6.3 La velocità di propagazione della luce

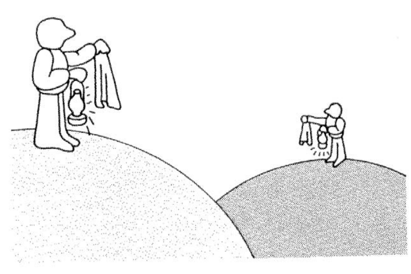


Figura 6.15: *Il metodo di Galileo per la misura della velocità della luce.*

Nell'esperienza comune un raggio di luce si trasmette in modo istantaneo. In realtà quello che succede è che la velocità della luce è molto grande rispetto alle velocità ordinarie con le quali si ha a che fare quotidianamente. Galileo provò a misurare la velocità della luce con il metodo mostrato in Figura 6.15. Galileo ed un suo collaboratore stavano su due colline. Uno scopriva per primo la lanterna e l'altro scopriva l'altra lanterna non appena scorgeva il lampo della prima luce. A questo punto il primo determinava il tempo trascorso. Galileo si rese subito conto che in realtà quello che stava misurando era solo il tempo di reazione del secondo osservatore e quindi che una misura della velocità della luce così fatta era molto approssimata.

La prima stima della velocità della luce fu fatta da Römer nel 1676 tramite l'osservazione del periodo di rivoluzione dei satelliti di Giove. Il primo metodo di laboratorio è però del 1862 ed è dovuto a Foucault. Questo metodo è illustrato in Figura 6.16. La luce viene emessa dalla sorgente S, passa attraverso una lastra di

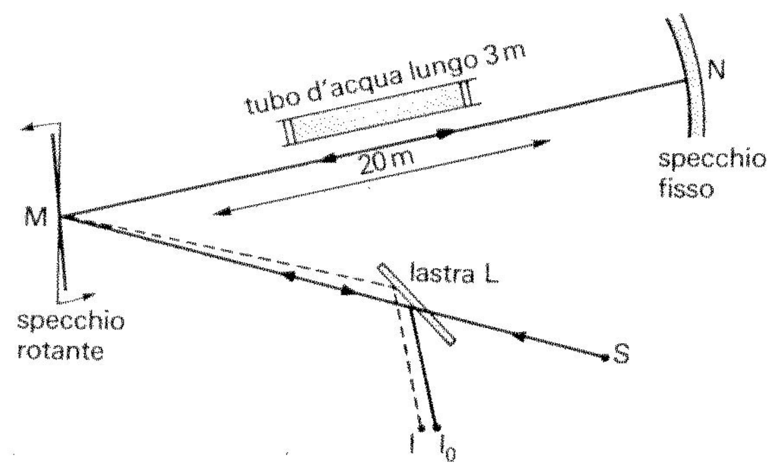


Figura 6.16: *Il metodo di Foucault per la misura della velocità della luce.*

vetro L ed incide poi su di uno specchio M dal quale viene riflessa su uno specchio N distante circa 20 metri. Dopo la riflessione la luce ripercorre all'indietro il cammino, ma nel frattempo lo specchio M, che viene fatto ruotare molto velocemente, è ruotato (anche se di un angolo piccolo) e quindi la luce non arriva più nel punto I_0 (in cui arriva a specchio M immoto), ma in un punto spostato I. Misurando lo spostamento II_0 Foucault fu in grado di determinare la velocità della luce in aria. Successivamente Foucault, interponendo un tubo d'acqua, come mostrato in Figura 6.16, cercò di determinare la velocità della luce in acqua. L'esperimento non aveva quella accuratezza necessaria per ottenere una buona determinazione ma Foucault fu in grado di dimostrare che la velocità della luce in acqua è minore di quella in aria. Successivamente Michelson fu in grado di misurare questo rapporto trovando che

$$\frac{\text{velocita}' \text{ luce in aria}}{\text{velocita}' \text{ luce in acqua}} = 1.33 \tag{6.7}$$

Questo numero è uguale all'indice di rifrazione dell'acqua rispetto all'aria. Vedremo dopo il perché di questa uguaglianza. Come abbiamo visto all'inizio del corso, oggi la velocità della luce è nota con così elevata precisione che la si assume come standard per la definizione dell'unità di lunghezza (velocità della luce nel vuoto = $c = 299\ 792\ 458\ m/sec$).

6.4 Il principio di Fermat

Le leggi fondamentali dell'ottica geometrica, la legge sulla riflessione e quella sulla rifrazione, trovano una spiegazione molto suggestiva in un'idea di Fermat (1650). Quest'idea si basa sul **principio di tempo minimo**, in accordo al quale la luce per andare da un punto A ad un punto B sceglie sempre il cammino lungo il quale impiega il minor tempo.

Iniziamo considerando il caso della riflessione come illustrato in Figura 6.17. La

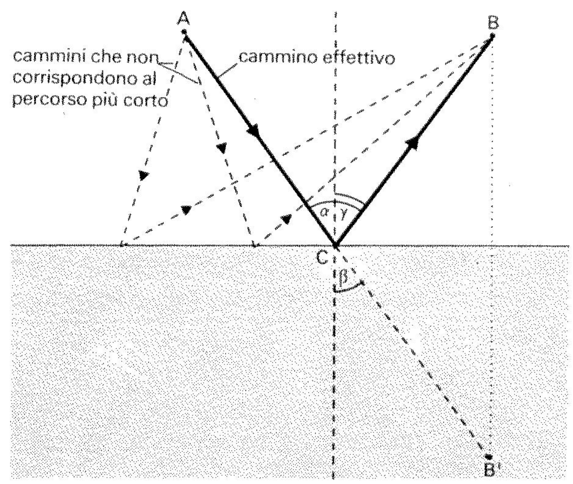


Figura 6.17: *Il principio di Fermat applicato al caso della riflessione.*

luce viene emessa dal punto A arriva ad un punto C sulla superficie di separazione tra due mezzi e poi arriva in B. Dove deve essere situato il punto C affinché la luce percorra il cammino corrispondente al minor tempo possibile? Dato che in questo caso si considera il cammino del raggio luminoso sempre nello stesso mezzo, il cammino piú breve in tempo coincide con il cammino di minor lunghezza. Per determinare il cammino piú corto consideriamo il punto B' simmetrico di B rispetto alla superficie di separazione tra i due mezzi. Chiaramente, dovunque sia C avremo che $ACB = ACB'$. Ma il percorso più breve per andare tra due punti è il segmento che li unisce. Pertanto si ha $\alpha = \beta$. Ma per costruzione $\beta = \gamma$, quindi $\alpha = \gamma$, che è appunto la legge della riflessione.

Passiamo ora al fenomeno della rifrazione. Questo è illustrato in Figura 6.18. Il

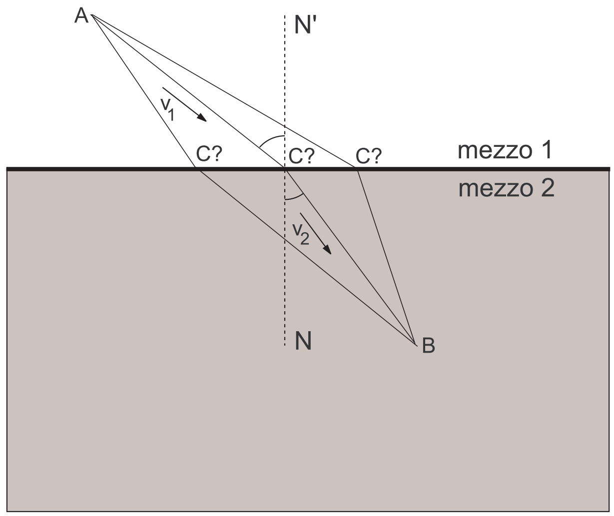


Figura 6.18: *Il problema della rifrazione.*

problema è noto anche come il problema del **bagnino** (vedi Figura 6.19). Il bagnino

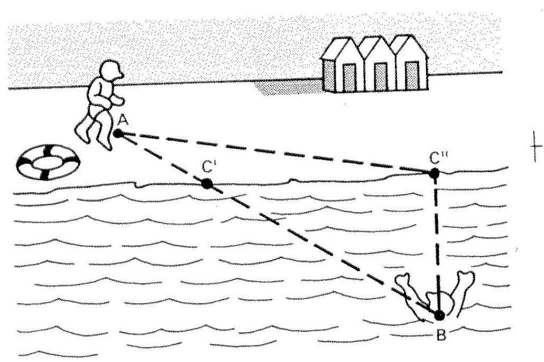


Figura 6.19: *Il problema del bagnino.*

si domanda come possa arrivare a salvare il bagnante che sta annegando nel tempo più breve possibile. Il punto è che la velocità del bagnino è minore in acqua (dove deve nuotare) rispetto alla terra ferma (dove può correre). Una possibilità è quella di fare un percorso rettilineo, ma in questo caso allungherebbe il percorso in acqua dove la velocità è più bassa. Potrebbe invece seguire il percorso $AC'B$ in modo da fare la massima parte del cammino a terra, ma in questo caso la distanza da percorrere diventa troppo grande. Si può dimostrare che esiste un compromesso che minimizza il tempo di percorrenza che corrisponde alla seguente situazione (vedi

Fig. 6.18)

$$\frac{\sin A\hat{C}N'}{\sin B\hat{C}N} = \frac{v_1}{v_2} \tag{6.8}$$

Questa è proprio la legge di Snell con l'identificazione dell' **indice di rifrazione del secondo mezzo rispetto al primo** con **il rapporto delle velocità di propagazione nel primo e nel secondo mezzo**.

Usando il principio di Fermat possiamo capire anche un'altra cosa. Abbiamo visto che l'indice di rifrazione dipende dal colore della luce. Dato che sappiamo che l'indice di rifrazione dipende dalla velocità della luce, vediamo che la dispersione è collegata con la diversa velocità con cui i diversi colori si propagano in un dato mezzo.

6.5 La luce: esperimenti

C'è luce in una scatola buia?

Attività: Una scatola chiusa a forma di parallelepipedo, con le pareti interne annerite, è dotata di tre aperture circolari con altrettanti tubi per guardare all'interno. Due aperture sono centrate sulle pareti strette opposte della scatola, la terza è centrata su una parete lunga (vedi Figura 6.20). Contemporaneamente, una persona guarda nella scatola da un tubo applicato ad una parete stretta e un'altra persona dal tubo applicato alla parete lunga.
Scopo: Discutere sulla questione se nella scatola c'è o non c'è luce. Esplicitare le idee di senso comune sulla luce e sulla visione. Porre le basi per l'introduzione di idee scientifiche sulle condizioni oggettive (non fisiologiche) che devono essere soddisfatte perché l'occhio possa vedere.
Materiale occorrente: scatola da scarpe, vernice o carta o stoffa nera e opaca, colla, forbici, tre scatole nere per pellicole fotografiche, gommapiuma.
Suggerimenti costruttivi: Annerire l'interno della scatola da scarpe, compreso il coperchio, dipingendolo oppure incollandoci carta o stoffa nera. Praticare nelle pareti della scatola tre aperture circolari, centrate, di diametro uguale o appena inferiore a quello delle scatole per pellicole fotografiche. Incollare, all'interno della scatola, un pezzo di gommapiuma sopra ogni apertura. Praticare in ogni pezzo di gommapiuma un foro in cui una scatola per pellicole fotografiche si possa inserire a tenuta. Levare il fondo dalle scatole per pellicole ed inserirle nelle aperture.
Indicazioni operative: Ci si accerta che il coperchio della scatola da scarpe non lasci filtrare luce all'interno. Si orienta un'apertura situata su una parete stretta (per es. l'apertura A) verso una lampada o una finestra. Due persone appoggiano l'occhio rispettivamente alle aperture B e C e descrivono ciò che vedono. Poi si scambiano di posto. Si discute se nella scatola c'è o non c'è luce.
Risultati e commenti: Nel tubo B si vede una piccola porzione di ciò che c'è nell'ambiente in direzione BA. Nel tubo C si vede solo buio pesto. Bisogna chiedere agli

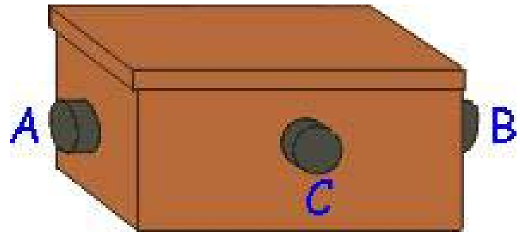


Figura 6.20:

alunni se c'è luce nella scatola, e di spiegare il motivo delle loro affermazioni positive o negative. Nella successiva discussione collettiva si potranno riconoscere, secondo le età degli alunni, alcune idee su luce e buio descritte nella precedente sezione. Le idee espresse saranno sottoposte a controllo sperimentale nel successivo esperimento.

<u>*La luce nella scatola buia*</u>

Attività: Inseriamo diversi tipi di banderuole opache nella scatola buia utilizzata nel precedente esperimento. Si guarda nel tubo C e si osserva ciò che succede quando si fanno girare le banderuole. Si guarda nel tubo B e si osserva ciò che succede quando si fanno girare le banderuole.
Scopo: Comprendere che l'occhio è in grado di vedere solo se è colpito dalla luce. Riprendere in esame la domanda se c'è luce nella scatola. Utilizzando il concetto che, per poter vedere, la luce deve entrare nell'occhio, spiegare i motivi per cui guardando nel tubo B si vede qualcosa e guardando nel tubo C non si vede nulla.
Materiali occorrenti: una scatola identica a quella descritta nell'esperienza prece-

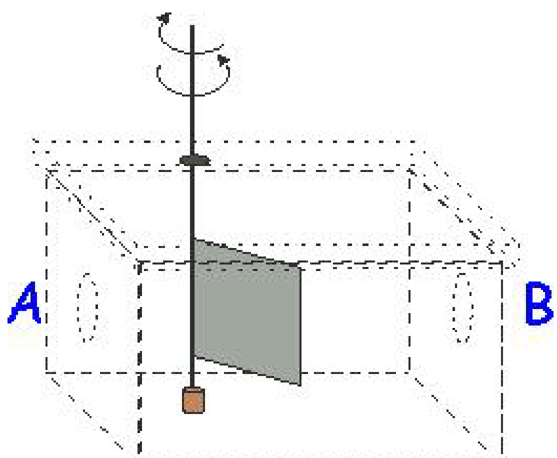


Figura 6.21:

dente, un numero adeguato di bastoncini di legno, lunghi circa 20 *cm*, un numero adeguato di cartoncini rettangolari, carta argentata ben liscia e riflettente a specchio, piccolo pezzo di gommapiuma, piccolo tappo di sughero, colla.

Suggerimenti costruttivi: Con i bastoncini e i cartoncini costruire almeno quattro banderuole: una di cartoncino bianco, una coperta di carta argentata ben riflettente, una coperta di materiale nero opaco, una con macchie di diversi colori. Individuare una posizione sul lato lungo della scatola, a circa 1 *cm* dal bordo, tale che imperniandovi una banderuola e ruotandola a 45^o, il fascio di luce che va da A a B sia completamente intercettato e riflesso verso C. Forare il coperchio in un punto, corrispondente alla posizione individuata, in cui infilare il supporto. In corrispondenza del foro incollare all'interno del coperchio un pezzo di gommapiuma. Forare la gommapiuma in modo che il bastoncino possa passarvi a tenuta. Forare il piccolo tappo di sughero nel senso dell'altezza e incollarlo sul fondo della scatola buia, verticalmente sotto il foro del coperchio e dalla parte opposta all'apertura C, a far da piede al supporto della banderuola.
Indicazioni operative: Inserire la banderuola nel coperchio come indicato nella Figura 6.21. Inserire il piede della banderuola nel tappo di sughero; si orienta la banderuola parallela al lato lungo della scatola; si chiude la scatola. Ci si accerta che il coperchio della scatola sia ben chiuso e non lasci filtrare luce all'interno. Per come è costruito il dispositivo, orientare l'apertura A (non la B) verso una sorgente di luce (una lampada o una finestra). Due persone guardano rispettivamente nelle aperture C e B mentre agendo sul bastoncino si fa lentamente girare la banderuola. Le persone descrivono ciò che vedono. Si ripetono le osservazioni cambiando banderuola.
Risultati e commenti:
1. Ciò che si vede dipende dall'apertura in cui si guarda e dal tipo di banderuola. Guardando in B tutte le banderuole rendono le stesse osservazioni: inizialmente si vede ciò che c'è nell'ambiente verso A, poi più nulla. Guardando in C inizialmente non si vede nulla. Successivamente: con la banderuola nera si continua a non vedere praticamente nulla per tutta la rotazione, le banderuole bianca e colorata sono visibili per un breve tratto di rotazione intorno a 45^o, poi tutto torna buio, la banderuola argentata riflette ciò che c'è verso A per un breve tratto di rotazione intorno a 45^o, poi tutto torna ad essere buio.
2. Nel corso della rotazione la banderuola occlude la vista all'osservatore B nello stesso tratto ove rende possibile la vista all'osservatore C.
3. Le osservazioni portano a concludere che la banderuola ruotata a 45^o intercetta la luce diretta verso B e la riflette verso C. La risposta alla domanda è: Si, nella scatola c'è luce.
4. La banderuola annerita si comporta in modo diverso dalle altre. Al contrario di un corpo bianco, colorato o lucido, un corpo nero e opaco riflette la luce poco o niente: in altre parole, l'assorbe.
5. Il diverso comportamento della banderuola argentata e di quelle bianca e colorata fa pensare che la luce possa riflettersi in due modi diversi. Quest'idea sarà oggetto di ulteriori indagini negli esperimenti successivi.

Il percorso della luce nell'aria e nell'acqua

Attività: In un ambiente oscurato si mette in evidenza il fascio di luce emesso da

una sorgente luminosa direzionale e lo si osserva. Lo stesso fenomeno può essere osservato, in scala minore, con l'esperimento successivo.
Scopi: Capire che in un mezzo omogeneo la luce si propaga in linea retta. Introdurre i concetti di fascio di luce e di raggio di luce.
Materiali occorrenti: Esperimento A: una finestra illuminata dal sole, carta per coprire i vetri della finestra, nastro adesivo, carta traslucida (carta da forno), farina fine o borotalco, oppure bastoncino d'incenso e fiammiferi.
Esperimento B: una torcia elettrica abbastanza luminosa, carta traslucida (carta da forno), farina fine o borotalco, oppure bastoncino d'incenso e fiammiferi, contenitore di vetro o di plastica trasparente a forma di parallelepipedo.
Suggerimenti costruttivi: Esperimento A: Coprire la finestra con la carta e farvi un foro di diametro circa $1/2\ cm$ per lasciar passare un sottile fascio di luce.
Esperimento B: Le pareti del contenitore a forma di parallelepipedo devono essere molto trasparenti e ben parallele (non svasate). Si può costruirlo incollando opportunamente pezzi ritagliati da un foglio di plexiglas, acquistarlo in negozi di casalinghi o recuperarlo da confezioni di cibi o di materiale di cartoleria.
Indicazioni operative: Individuare la macchia luminosa prodotta dal fascio di luce nella stanza. Incaricare alcuni studenti di seguire il percorso del fascio di luce dalla sorgente alla macchia luminosa raccogliendo la luce su pezzi di carta traslucida. Evidenziare il percorso della luce dalla sorgente alla macchia luminosa sbattendo lungo il percorso stesso un fazzoletto su cui si è sparsa farina o borotalco oppure seguendone il cammino con il fumo prodotto da un bastoncino d'incenso acceso.
Nell'esperimento B: dirigere il fascio di luce della torcia orizzontalmente, rasente la superficie di un tavolo su cui è posto un contenitore trasparente pieno d'acqua. Orientando in modo che la luce vi entri perpendicolarmente a una parete, evidenziare il cammino della luce prima dell'ingresso e dopo l'uscita dal contenitore.
Risultati e commenti:
1. Se l'aria è pulita e priva di ostacoli, il percorso della luce è invisibile.
2. Sia seguendo il percorso della luce con la carta traslucida, sia evidenziandolo con polvere o fumo, si osserva (più facilmente se da una posizione laterale) che la luce cammina in linea retta.
3. Si introducono i concetti di raggio di luce, pennello di luce, di fascio di luce. (raggio di luce: è una linea che rappresenta il cammino della luce. Si tratta di un'astrazione geometrica; pennello (o fascio) di luce: insieme di molti cammini (o raggi) paralleli riferiti ad una stessa sorgente luminosa. Il pennello o il fascio possono essere paralleli, divergenti o convergenti. Il pennello è in genere meno esteso del fascio.)
4. Con l'esperimento B si constata che anche nell'acqua pulita il percorso della luce è invisibile.
5. Il cammino rettilineo della luce che esce dall'acqua, nel caso in cui il fascio entri perpendicolarmente ad una parete del contenitore, è il prolungamento del suo cammino prima di entrare nel contenitore: anche nell'acqua la luce cammina in linea retta.

6. Il cammino della luce nell'acqua può essere evidenziato intorbidendola con fluoresceina o, in assenza, pochissimo latte.
7. È importante capire che in tutti i casi il fascio di luce diventa visibile solo dopo l'introduzione di corpi materiali (carta, farina, latte) che riflettono la luce verso gli occhi degli osservatori.

Camera a fumo

Attività: Osservare alcuni fenomeni d'interazione luce-materia con l'aiuto della camera a fumo. La camera a fumo può servire da appoggio, introduzione e motivazione ad esperimenti quantitativi come quelli sulla riflessione e sulla rifrazione.
Scopi: Familiarizzare con una varietà di fenomeni a livello qualitativo e semiquantitativo. Imparare la terminologia propria dei fenomeni osservati.
Materiali occorrenti: Per costruire la camera a fumo: una scatola di plastica trasparente con coperchio anch'esso trasparente, pellicola da cucina, piattino di ceramica o coperchietto metallico di un barattolo. Per le sorgenti luminose: due torce elettriche che producano un fascio di luce direzionale e non divergente, nastro adesivo opaco. Per preparare gli oggetti da introdurre nella scatola: specchietto piano, lastrina di vetro trasparente, lastrina di vetro smerigliato (di circa 4 *cm* x 4 *cm*), cartoncino bianco e cartoncino nero di dimensioni tali da poter stare verticali nella scatola, una assicella piatta in legno larga 2 *cm* circa e lunga 10 *cm* circa, fermagli grossi da carta in acciaio, un parallelepipedo di vetro e uno di plexiglass di spessore di qualche *cm* oppure una scatoletta a forma di parallelepipedo trasparente, una scatoletta o barattolino cilindrico trasparente. Per generare il fumo: bastoncino d'incenso o spiraletta antizanzare, fiammiferi.
Suggerimenti costruttivi: Come scatola trasparente si può usare una di quelle in cui sono vendute camicie o pigiami di plastica trasparente. Ad una estremità della scatola si produce un foro a croce con una lametta (bracci della croce di 4 *cm* circa); servirà per immettere l'assicella in legno su cui saranno fissati di volta in volta (con i fermagli da carta in acciaio) i vari materiali (specchietto, vetrini, cartoncino, ecc.). Dalla parte opposta, metteremo i parallelepipedi in vetro e plexiglass. Essi saranno collocati nella scatola prima di sigillarla. Si preparano dei quadrati di lato circa 4 *cm*, ritagliando cartoncino bianco e nero. Dopo aver introdotto il generatore di fumo si sigilla la scatola. È consigliabile chiuderla con diversi strati sovrapposti di pellicola da cucina. Preparare le torce schermando il vetro con nastro adesivo opaco in cui si sarà praticato un foro centrale di diametro circa 1/2 *cm*, in modo da produrre sottili pennelli di luce. Se non si dispone di parallelepipedi di plexiglas, si può costruire un oggetto equivalente con una scatoletta di plastica trasparente riempita d'acqua.
Indicazioni operative: Preparazione: La stanza deve essere semi-oscurata. Proiettare un pennello di luce attraverso la scatola. Far osservare che esso non è visibile se non quando attraversa i bordi trasparenti della scatola o viene raccolto su un cartoncino bianco all'esterno della scatola stessa. Collocare il piattino o il coperchietto, rovesciato, in un angolo della scatola. Servirà per posarci sopra il generatore di

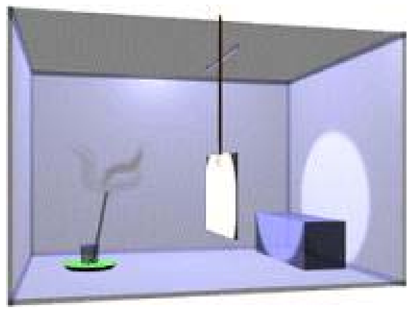


Figura 6.22: *Camera a fumo.*

fumo. Si inseriscono nella scatola, all'estremo opposto a quello dov'è il piattino, i solidi trasparenti da studiare. Si posa il generatore di fumo acceso sul piattino e si chiude la scatola con diversi strati successivi di pellicola (dopo un po' il generatore si spengerà da solo per mancanza di ossigeno). Con un coltellino affilato si fa un taglio diritto nella pellicola, lungo abbastanza per poter inserire nella scatola gli specchietti, le lastrine di vetro, i cartoncini preparati.
Esperimenti:
1. Proiettare il pennello di luce nella scatola ed osservarne il cammino reso visibile dal fumo.
Cambiando la direzione di propagazione, mostrare che la luce si propaga in linea retta. Spiegare brevemente il fenomeno di diffusione che consente di visualizzare il pennello di luce col fumo.
2. Proiettare due pennelli di luce che s'incrocino ed osservarne i cammini. Mostrare che anche quando essi interferiscono non cambia la direzione di propagazione di ciascun pennello.
3. Inviare un pennello di luce nell'ordine su: un cartoncino bianco, un cartoncino nero, un vetrino trasparente, un vetrino smerigliato, uno specchietto. Far osservare che esistono oggetti che riflettono, diffondono e assorbono la luce. Far osservare, mediante una discussione qualitativa dei meccanismi con cui tali effetti vengono prodotti, che ciascuno di essi compie un po' tutte le funzioni suddette, privilegiandone una. Descrivere il cammino ottico per ciascuna delle situazioni precedenti. Descrivere i raggi incidenti e riflessi da uno specchietto.
4. Inviare un pennello di luce su ciascuno dei due parallelepipedi (di vetro e di plexiglass) anche cambiando l'inclinazione con cui la luce incide sulle loro facce. Far disegnare i raggi osservati, classificandoli in base alle osservazioni precedenti. Si possono osservare, oltre al raggio incidente: quello riflesso dalla prima faccia del parallelepipedo, quello trasmesso nel parallelepipedo, quello riflesso dalla seconda faccia, quello emergente (parallelo a quello incidente) dalla parte opposta del parallelepipedo e quello emergente dalla prima faccia del parallelepipedo e proveniente dal raggio riflesso sulla faccia interna. Far notare: a) il cambiamento di direzione dei raggi luminosi alla superficie di separazione di due mezzi; b) il parallelismo tra il raggio incidente e quello emergente da ciascun parallelepipedo; c) il diverso sposta-

mento dei raggi che attraversano il vetro e il plexiglass.
5. Osservare cosa succede quando la luce incontra i corpi cilindrici trasparenti, indirizzando la luce in direzioni parallele ai loro piani di base. Descrivere e discutere le osservazioni compiute.
Risultati e commenti:
1. Quando non c'è fumo nella scatola i punti di entrata e d'uscita del pennello di luce sono visibili, ma non il percorso interno.
2. Un pennello di luce percorre la scatola in linea retta: è un'occasione per introdurre il concetto di raggio di luce.
3. Due pennelli di luce s'incrociano senza disturbarsi a vicenda.
4. I fenomeni che succedono quando la luce incide sui cartoncini, sui vetrini e sullo specchio piano introducono i concetti di riflessione diffusa, di assorbimento, di riflessione speculare.
5. Si riprende in esame il motivo per cui il fumo rende visibile la luce: le particelle di fumo sono oggetti materiali? Quale fenomeno provocano quando colpite dalla luce? Perché rendono la luce visibile da molte direzioni mentre uno specchio la riflette in una sola direzione?
6. Lo specchio piano riflette la luce senza modificarne il parallelismo.
7. Quando la luce entra in un parallelepipedo trasparente si osservano, oltre alla rifrazione in entrata e in uscita, anche riflessioni esterne ed interne. Il pennello di luce principale si suddivide in pennelli secondari che seguono ognuno la propria strada.
8. Il cammino di ciò che rimane del pennello di luce principale all'uscita dal parallelepipedo generalmente non è sul prolungamento del cammino in entrata. I due cammini sono paralleli e la loro distanza dipende dall'inclinazione del pennello di luce rispetto alla faccia del parallelepipedo.
9. Anche quando la luce entra in un corpo trasparente cilindrico avvengono fenomeni di riflessione e rifrazione, ma la direzione di propagazione del pennello di luce uscente è diversa da quella del pennello di luce incidente.

Formazione di ombre e ingrandimento

Attività: Si studiano la forma e le dimensioni di ombre formate su una parete verticale da cartoncini verticali, illuminati da una sorgente puntiforme.
Scopo: Con gli alunni più giovani, riconoscere che le ombre sono dovute all'assenza di luce e non alla presenza di un'entità indipendente. Riconoscere la similarità tra le forme dell'ombra e dell'oggetto. Riconoscere che le dimensioni dell'ombra dipendono sia dalla distanza tra la sorgente luminosa e l'oggetto, sia dalla distanza tra la sorgente luminosa e la parete. Razionalizzare le osservazioni utilizzando il concetto che la luce si propaga in linea retta. Introdurre il termine ingrandimento lineare. Trovare una relazione matematica tra l'ingrandimento lineare e le distanze tra gli oggetti.
Materiali occorrenti: cartone, carta quadrettata con quadretti di lato 1 cm, nastro adesivo o biadesivo o colla, una piccola torcia elettrica che produca un fascio di luce

non troppo stretto, fermagli da carta lunghi 5 o 6 *cm*, plastilina, una striscia di carta millimetrata lunga 50 *cm* oppure un metro da sarta.
Suggerimenti costruttivi: Ritagliare dal cartone: un rettangolo formato A4 o più

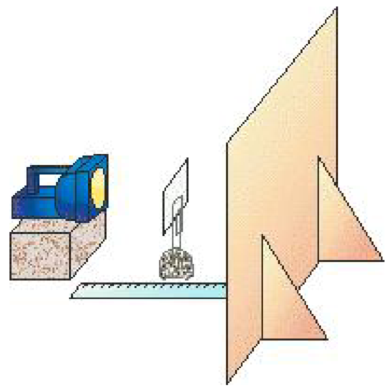


Figura 6.23: *Formazione di ombre.*

grande, due ali triangolari da applicare al retro del rettangolo per tenerlo in piedi verticale sul tavolo (vedi Figura 6.23), un quadrato di lato 3 *cm*, una cornice quadrata di lato 6 *cm* al cui centro si ritaglia un foro quadrato di lato 3 *cm*.
Applicare la carta quadrettata sulla faccia anteriore del rettangolo di cartone e sulle facce del quadrato da 3 *cm* e della cornice quadrata.
Indicazioni operative: Applicare due fermagli al quadrato e alla cornice. Piantare gli estremi inferiori dei fermagli in due blocchetti di plastilina che servono da piedi di sostegno, in modo che i centri del quadrato e della cornice siano alla stessa altezza. Costruire un sostegno di plastilina per la torcia elettrica, in modo che la lampadina sia alla stessa altezza dei centri del quadrato e della cornice. Si dispongono la cornice quadrata e la torcia davanti allo schermo quadrettato, si accende la torcia e si osservano sullo schermo le forme dell'ombra della cornice e della zona centrale illuminata. Si cercano le condizioni per cui le forme sono quadrate. Mantenendo tali condizioni si osserva cosa succede all'ombra e alla zona centrale quando:
1) si avvicina (o si allontana) la sorgente dallo schermo, senza spostare la cornice;
2) si avvicina (o si allontana) la cornice dallo schermo, senza spostare la sorgente.
Servendosi della striscia di carta millimetrata si misurano, in un paio di casi, le distanze significative necessarie per poter riprodurre le situazioni in un disegno in scala. Si tracciano i disegni schematici che riproducono le situazioni misurate e si cerca d'interpretare le osservazioni compiute. Si ripetono le osservazioni con il cartoncino quadrato, ponendo cartoncino e torcia alle stesse distanze dallo schermo utilizzate per la cornice.
Risultati e commenti:
1). Nell'esperimento con la cornice quadrata la presenza di una macchia di luce sullo schermo aiuta a fissare l'attenzione sul fatto che l'ente che si propaga è la luce. Alcuni alunni pensano che anche l'ombra sia un ente. Per loro non è evidente che l'ombra vista sullo schermo è provocata dalla propagazione di luce. Ragionare sull'alternarsi

Lato dell'ombra (cm)	Distanza sorgente-schermo (cm)	Distanza sorgente-cartoncino (cm)	Distanza cartoncino-schermo (cm)	ingrandimento
15	50	10	40	5
10	50	15	35	10/3
5	50	30	20	5/3
7.5	25	10	15	2.5
5	25	15	10	5/3
6	20	10	10	2
4	40	30	10	4/3

Tabella 6.3: *I valori dell'ingrandimento (colonna 5) sono uguali ai rapporti tra i corrispondenti valori delle colonne (2) e (3)*

sullo schermo di zone illuminate e non illuminate può aiutarli a capirne la genesi: la zona centrale illuminata è dovuta alla luce che passa nel foro fino al confine del foro stesso; c'è ombra perché la cornice blocca la luce. Dopo aver confrontato la zona centrale illuminata e l'ombra della cornice con l'ombra del cartoncino, risulta evidente che l'esperimento può proseguire con l'una (considerando la luce che passa rasente il perimetro del foro) o con l'altro (considerando la luce che passa rasente il perimetro del cartoncino).

2). La forma delle ombre è uguale a quella degli oggetti solo se il piano della cornice o del cartoncino quadrato sono parallele al piano dello schermo e se la sorgente luminosa emette un fascio di luce orizzontale, diretto verso il centro della cornice o del cartoncino e perpendicolare al piano dello schermo.

3). Se l'oggetto e lo schermo sono tenuti fermi: allontanando la torcia, l'ombra (nel caso della cornice la zona centrale illuminata) diventa più piccola; avvicinandola diventa più grande.

4). Se la sorgente e lo schermo sono tenuti fermi: allontanando l'oggetto dallo schermo l'ombra (nel caso della cornice la zona centrale illuminata) diventa più grande; avvicinandolo allo schermo diventa più piccola.

5). Se la torcia e l'oggetto sono tenuti fermi: allontanando lo schermo, l'ombra (nel caso della cornice la zona centrale illuminata) diventa più grande, avvicinandolo diventa più piccola.

6). È utile introdurre il termine ingrandimento lineare per indicare il rapporto tra il lato dell'ombra (o della zona centrale illuminata) e i corrispondenti lati dell'oggetto.

7). La relazione matematica tra l'ingrandimento e le altre grandezze coinvolte può essere cercata per via geometrica o per via aritmetica. Il metodo geometrico richiede d'individuare triangoli simili sui disegni tracciati. Il metodo aritmetico richiede di trovare l'operazione che, applicata ai valori delle distanze, restituisce un valore uguale all'ingrandimento. La ricerca è facilitata se si raccolgono le misure in una tabella che riporta i valori misurati da alcuni alunni con il cartoncino quadrato. Ad

esempio, nella Tabella 6.3 i valori dell'ingrandimento in colonna 5 sono uguali ai rapporti tra i corrispondenti valori delle colonne 2 e 3. I valori della colonna 4 delle distanze cartoncino-schermo, sono la sottrazione dei valori delle colonne 2 e 3 e non esiste una relazione semplice che li coinvolga.
Conclusioni: I raggi di luce emessi dalla sorgente che non sono intercettati dall'oggetto si propagano in linea retta e formano sullo schermo il contorno di un'ombra, di forma simile all'oggetto. Le dimensioni dell'ombra dipendono da quelle dell'oggetto e dalle distanze oggetto-sorgente e schermo-sorgente. La formazione dell'ombra è spiegata dalla propagazione rettilinea della luce.

Riflessione speculare e riflessione diffusa

Attività: Si confrontano i caratteri di fasci di luce riflessi da superfici di diversa

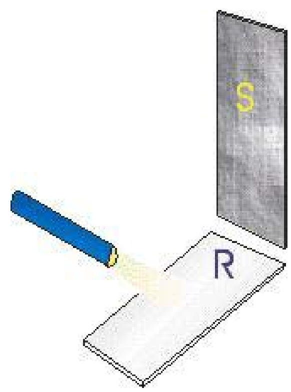


Figura 6.24:

qualità.
Scopi: Collegare il fatto che la riflessione sia speculare o diffusa con la qualità della superficie riflettente. Riconoscere che la riflessione diffusa è quella che ci permette di vedere gli oggetti che ci circondano. Comprendere che per studiare le regole della riflessione bisogna ricorrere alla riflessione speculare.
Materiali occorrenti: sorgente luminosa direzionale oppure una finestra esposta al sole, specchietto piano, rotolo di alluminio da cucina, cartone bianco che serva da schermo, cartone bianco per costruire i riflettori, colla.
Suggerimenti costruttivi: fabbricare alcuni riflettori di diversa qualità: un rettangolo di cartone su cui si sia incollato dell'alluminio da cucina senza grinze e con la faccia più lucida all'esterno, un rettangolo di cartone su cui si sia incollato dell'alluminio da cucina appallotolato e poi ridisteso in modo da ottenere una superficie lucida ma grinzosa, un rettangolo di cartone bianco senza altri trattamenti.
Indicazioni operative: Si lavora in una stanza semi-oscurata. Si dispone lo specchietto nella posizione R e si osserva e si descrive l'aspetto della macchia luminosa raccolta su uno schermo S poco lontano (vedi Figura 6.24). Si osserva e si descrive l'aspetto della macchia luminosa quando si sostituisce lo specchietto con gli altri

riflettori. Si cerca di specchiarsi nei vari riflettori e si descrivono le differenze osservate.
Risultati e commenti:
1. I contorni della macchia prodotta sullo schermo dalla luce riflessa dallo specchio sono netti; i contorni della macchia e la macchia stessa sono più sfumati quando la luce è riflessa dal foglio di alluminio liscio; la macchia si disfa e si sparpaglia in deboli puntini e filamenti quando la luce è riflessa dal foglio di alluminio grinzoso; lo schermo è più o meno uniformemente e debolmente illuminato quando la luce è riflessa dal cartoncino bianco.
2. Passando dalla riflessione speculare (specchio) a riflessioni via via più diffuse l'estensione della zona illuminata aumenta e la sua luminosità diminuisce.
3. Specchiandosi in riflettori di diversa qualità, dallo specchio al ... cartoncino, si osserva che finché la superficie del riflettore è abbastanza liscia si distingue qualcosa di simile a un'immagine riflessa; se non è liscia l'immagine scompare.
4. La transizione graduale dalla condizione di riflessione speculare (lo specchio) alla condizione di riflessione diffusa (il cartoncino) consente di costruire un modello di quest'ultima basato sulla micro-rugosità delle superfici riflettenti.
5. Gli oggetti che ci circondano rimandano luce per riflessione diffusa quando illuminati. Lo sparpagliamento della luce riflessa è alla base della possibilità di vederli da molte direzioni.
6. Gli specchi piani, che rimandano la luce riflessa in una direzione ben precisa, costituiscono un caso particolare. Questa proprietà li rende adatti per studiare quantitativamente il fenomeno della riflessione.
7. Come applicazione dei concetti visti in questo esperimento e in quelli precedenti si supponga di essere in una stanza foderata di specchi perfettamente riflettenti, con solo una sorgente luminosa che produce uno stretto fascio di luce direzionale, e si descrivano gli inconvenienti della situazione.

Riflessioni su uno specchio piano

Attività: S'invia un sottile pennello di luce su uno specchio piano e si cerca una relazione tra le direzioni della luce incidente e della luce riflessa.
Scopi: Imparare la nomenclatura appropriata alla descrizione dei fenomeni di riflessione. Formalizzare le osservazioni fatte (prima legge della riflessione). Capire che se facciamo ruotare uno specchio, la luce riflessa ruota di un angolo doppio.
Materiali occorrenti: specchio piano di dimensioni adeguate (per es. 10 x 15 *cm*), sottile, senza cornice; blocco di legno a cui fissare lo specchio; colla; torcia elettrica; nastro adesivo opaco alla luce; plastilina; cartone da imballaggio spesso qualche millimetro oppure tavoletta di legno; foglio di carta bianco oppure quadrettato; goniometro di carta a 360^o con divisioni di 10^o in 10^o; nastro biadesivo.
Suggerimenti costruttivi: Fissare lo specchio al blocco di legno con il nastro adesivo. Applicare due strisce di nastro adesivo sul vetro della torcia elettrica, lasciando tra esse una sottile fessura centrale. Ritagliare dal cartone un rettangolo grande come una pagina protocollo. Per l'esperimento che utilizza il goniometro, incollare il go-

niometro di carta al centro del foglio di carta bianco e poi fissare il foglio di carta sul cartone con nastro biadesivo. Per l'esperimento che non utilizza il goniometro, fissare il foglio di carta quadrettata sul cartone con quattro pezzetti di nastro biadesivo negli angoli. Foggiare con la plastilina un appoggio per la torcia.
Indicazioni operative: È opportuno lavorare in una stanza semi-oscurata. Si traccia con un pennarello da vetro un piccolo segno nel punto di mezzo del lato inferiore dello specchio. Si appoggia la torcia su un blocchetto di plastilina orientando la fessura tra i pezzi di nastro adesivo in direzione verticale (vedi Figura 6.25). Per l'esper-

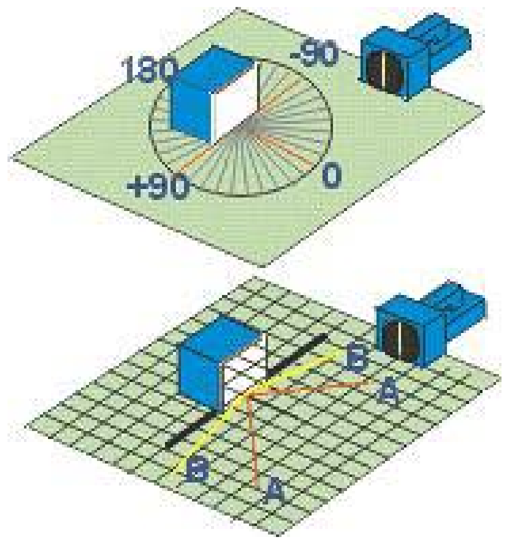


Figura 6.25:

imento che utilizza il goniometro: si appoggia lo specchio sul goniometro facendo coincidere il segno sullo specchio con il centro del goniometro e la superficie argentata con il diametro che va da $+90^o$ a -90^o; si accende la torcia e si dirige la lama verticale di luce verso il segno tracciato sullo specchio inclinando la torcia verso il basso in modo che, prima e dopo la riflessione, la luce lambisca il foglio di carta per un breve tratto; si leggono gli angoli corrispondenti alle direzioni della luce incidente e della luce riflessa; si ripetono le letture degli angoli dopo aver spostato la torcia, sempre dirigendo la lama di luce verso il segno tracciato sullo specchio.
Per l'esperimento che non utilizza il goniometro: si appoggia lo specchio sul foglio in posizione verticale, facendo coincidere la superficie argentata con una linea della quadrettatura e il segno tracciato sullo specchio con una linea perpendicolare alla precedente; si ricalcano con una matita le due linee di cui sopra; si accende la torcia e si dirige la lama verticale di luce verso il segno tracciato sullo specchio inclinando la torcia verso il basso in modo che, prima e dopo la riflessione, la luce lambisca il foglio di carta per un breve tratto; si tracciano con una matita le direzioni della luce incidente e della luce riflessa, scrivendo la stessa lettera dell'alfabeto accanto a ciascuna direzione; si ripetono le operazioni dopo aver spostato la torcia, sempre dirigendo la lama di luce verso il segno tracciato sullo specchio.

Per entrambi gli esperimenti: Esaminare le misure fatte o le linee tracciate: presentano delle regolarità? Quali? In base alla regolarità osservata, rispondere alla domanda seguente: Se la sorgente viene tenuta ferma e si fa ruotare lo specchio di un certo angolo, di che angolo ruoterà la direzione della luce riflessa? Controllare sperimentalmente la risposta data.
Risultati e commenti:
1. In entrambi gli esperimenti si osserva che l'angolo di riflessione (definito come angolo tra la direzione della luce riflessa e la normale alla superficie dello specchio) è uguale all'angolo d'incidenza (definito come angolo tra la direzione della luce incidente e la normale alla superficie dello specchio).
2. Si conclude che l'angolo compreso tra la direzione del raggio incidente e la direzione del raggio riflesso è doppio dell'angolo di incidenza.
3. Perciò se lo specchio viene ruotato di un certo angolo (e quindi l'angolo d'incidenza varia di quell'angolo), la direzione della luce riflessa ruoterà di un angolo doppio.
Conclusioni: Un raggio luminoso inviato sullo specchio disposto perpendicolarmente al piano di appoggio viene riflesso in una direzione che forma con la superficie dello specchio un angolo uguale a quello che forma il raggio incidente (prima legge della riflessione).

L'immagine riflessa

Attività: Dopo un esame qualitativo delle relazioni di posizione tra oggetti situati

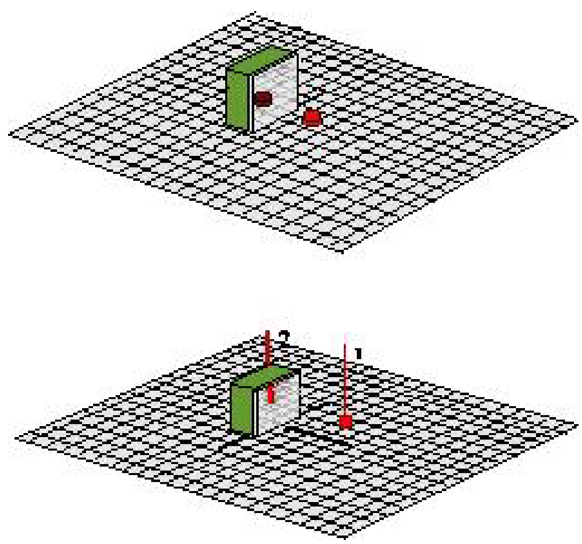


Figura 6.26:

davanti a uno specchio piano e le loro immagini, si localizza con diversi sistemi la posizione dell'immagine vista nello specchio. Uno specchio piano produce un'immagine di un oggetto posto davanti ad esso, come se un oggetto simile fosse dietro allo specchio in posizione simmetrica rispetto allo specchio.
Scopi: Capire che gli oggetti situati davanti a uno specchio piano e le loro immagini

sono simmetrici rispetto al piano dello specchio. Capire che la posizione dell'immagine è obiettivamente determinabile ed è indipendente dalla posizione dell'osservatore. Capire che noi vediamo un'immagine nello specchio perchè la luce riflessa dall'oggetto verso lo specchio si riflette a sua volta verso l'occhio dell'osservatore secondo la prima legge della riflessione. Capire perchè l'immagine vista in uno specchio piano è chiamata immagine virtuale.
Materiali occorrenti: specchio piano di dimensioni adeguate (per es. 10 x 15 *cm*), sottile, senza cornice; blocco di legno a cui fissare lo specchio; colla; piccoli oggetti vari; due asticciole lunghe circa 20 *cm* e un po' di plastilina; cartone da imballaggio spesso qualche millimetro oppure tavoletta di legno; fogli protocollo a quadretti grandi; nastro biadesivo.
Suggerimenti costruttivi: Ritagliare dal cartone un rettangolo grande come una pagina protocollo. Fissare ben tesa una pagina protocollo sul cartone con quattro pezzetti di nastro biadesivo negli angoli.
Indicazioni operative: Si appoggia lo specchio al centro del cartone in posizione verticale, facendo attenzione che le righe della quadrettatura riflessa appaiano come la continuazione delle righe della quadrettatura reale (vedi Figura 6.26). Si segna sulla carta la posizione della superficie argentata dello specchio. Si pone un piccolo oggetto: per es. un gettone, una matita, un righello da disegno... sulla carta quadrettata e ci si mette in una posizione da cui se ne veda l'immagine nello specchio. Contando in profondità i quadretti sulla quadrettatura vista nello specchio, si misura la distanza apparente dell'immagine dal piano dello specchio e la si confronta con la distanza reale dell'oggetto dal piano dello specchio. Contando lateralmente i quadretti sulla quadrettatura vista nello specchio si misura la distanza dell'immagine da una linea di riferimento perpendicolare al piano dello specchio e la si confronta con la distanza dell'oggetto dalla corrispondente linea reale. Si mette davanti allo specchio un oggetto piccolissimo (anche, per es., una macchia sulla carta). Si guarda l'immagine da tre o quattro direzioni e, aiutandosi con un righello opportunamente allineato, si disegnano sulla carta quadrettata le direzioni delle diverse linee di mira come in Figura 6.27. Si toglie lo specchio, si prolungano le linee di mira e si cerca il loro punto d'incontro.
Si mette davanti allo specchio un'asticciola verticale piantata in un supporto di plastilina, nel punto dov'era il piccolo oggetto della prova precedente, e dietro lo specchio, là dove s'incontravano le linee di mira, si mette un'altra asticciola identica. Si guardano contemporaneamente, da diverse direzioni, la parte visibile dell'immagine dell'asticciola che è davanti allo specchio e l'asticciola che sta dietro.
Risultati e commenti:
1. Sia contando i quadretti, sia disegnando le linee di mira, si trova che oggetto e immagine sono simmetrici rispetto alla superficie argentata dello specchio.
2. Quando si collocano due oggetti identici in posizioni simmetriche rispetto alla superficie argentata, da qualunque direzione si guardi, l'immagine e la porzione dell'oggetto che sporge da dietro lo specchio sembrano una sola cosa. L'immagine ha un significato oggettivo: la sua posizione è identica per tutti gli osservatori ed è

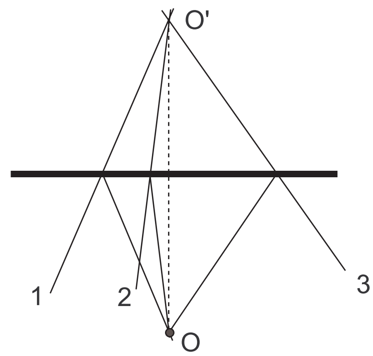


Figura 6.27:

situata dietro lo specchio.
3. La distanza tra l'oggetto e l'immagine è doppia della distanza tra oggetto e superficie riflettente.
4. Il disegno del cammino della luce da un oggetto all'occhio dell'osservatore dopo riflessione deve tener conto: della propagazione rettilinea della luce; della posizione dell'occhio; della legge della riflessione vista negli esperimenti precedendi.
5. Per l'osservatore, l'immagine funge da sorgente luminosa da cui sembra provenire la luce che entra nei suoi occhi. Poiché, in realtà, in quella posizione non c'è energia luminosa, l'immagine è detta virtuale.

Riflessioni multiple

Attività: Si osservano e si contano le immagini prodotte da due specchi piani in-

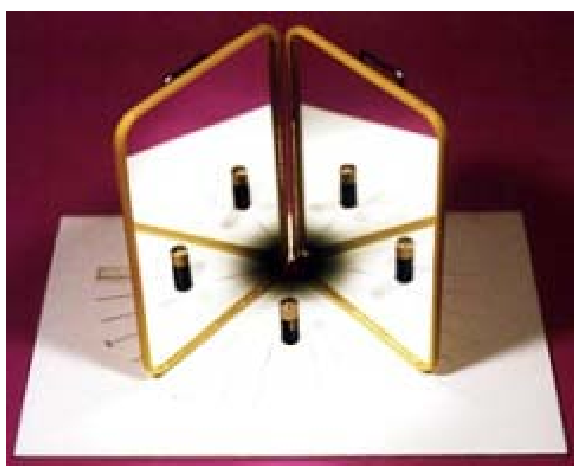


Figura 6.28:

cernierati tra loro, al variare dell'angolo tra i loro piani.
Scopi: Apprezzare gli aspetti estetici del fenomeno osservato. Costruire collegamenti con la simmetria in matematica. Giustificare, almeno qualitativamente, il motivo

per cui di un solo oggetto si formano molte immagini.
Materiali occorrenti: due specchi piani da toilette di uguali dimensioni (circa 15 x 20 *cm*); nastro adesivo telato, robusto; foglio di carta bianco su cui si sia tracciato un goniometro a 180^o; piccoli oggetti.
Suggerimenti costruttivi: Unire i due specchi con il nastro adesivo, applicato sul retro in modo che possano aprirsi e chiudersi a libro. Tracciare sul foglio un goniometro a raggiera con i raggi distanziati di 10^o.
Indicazioni operative: Si collocano gli specchi sul foglio di carta, in posizione verticale, in modo che la cerniera coincida con il centro del goniometro. Si colloca un oggetto davanti agli specchi come in Figura 6.28. Cambiando l'angolo tra gli specchi, si cercano le posizioni che producono un numero intero di immagini. Per ogni posizione si annotano l'ampiezza dell'angolo, la posizione dell'oggetto, il numero delle immagini. Si tracciano gli schemi dei cammini della luce relativi alle situazioni più semplici - tre immagini, quattro immagini - cercando di giustificarne l'apparizione.
Risultati e commenti:
1. Si osserva che al diminuire dell'angolo tra i due specchi cresce il numero delle immagini.
2. Nel costruire i cammini della luce dall'oggetto all'occhio si deve considerare la possibilità che la luce subisca riflessioni multiple sui due specchi prima di giungere all'osservatore.
3. Se s'include nel conteggio anche l'oggetto (contando quindi N = n^o immagini + 1) si intravede un collegamento tra il numero di cose viste, l'angolo compreso tra gli specchi e i poligoni regolari di N lati. L'angolo tra gli specchi è sempre uguale all'angolo esterno di tali poligoni.
4. Ne deriva la possibilità di prevedere che l'angolo che produrrà un dato numero N di cose viste sarà uguale a 360^o/N e che se ci si mette tra due specchi paralleli (angolo tra gli specchi uguale a zero) si vedranno infinite immagini. Una facile verifica sperimentale conferma la previsione.

Rifrazione della luce

Attività: Si approfondisce lo studio di ciò che accade quando la luce passa da un mezzo trasparente ad un altro. Il fenomeno può essere osservato qualitativamente con la camera a fumo. Adesso se ne esploreranno anche gli aspetti quantitativi.
Scopi: Capire che alla superficie di separazione tra due mezzi trasparenti la luce subisce (generalmente) una deviazione. Misurare l'indice di rifrazione di un mezzo rispetto all'altro.
Materiali occorrenti: vaschetta di vetro o di plastica trasparente a forma di parallelepipedo, preferibilmente con spigoli vivi; goniometro ad angolo giro di diametro non maggiore dell'altezza della vaschetta, disegnato su un cartoncino liscio; busta trasparente di plastica robusta di dimensioni adeguate; torcia elettrica; nastro adesivo opaco, resistente allacqua (per es. nastro isolante) eventualmente, fluoresceina.
Suggerimenti costruttivi: Evidenziare sul goniometro disegnato sul cartoncino i due diametri perpendicolari tra loro 90^o-270^o e 180^o-360^o. Ritagliare il cartoncino in

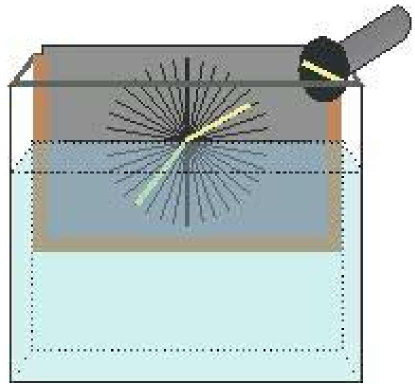


Figura 6.29:

modo che entri di misura nella busta di plastica con l'indicazione 270^o in basso e l'indicazione 90^o in alto. Lasciare un bordo di almeno 1 cm intorno al goniometro disegnato. Inserire il cartoncino nella busta di plastica. Chiuderla ermeticamente, se possibile termosaldarla. Altrimenti chiudere il lato adiacente all'indicazione 90^o con nastro adesivo. Fissare con il nastro adesivo il goniometro all'interno della vaschetta, accanto ad uno spigolo della vaschetta, prevedendo che l'acqua dovrà raggiungere il livello del diametro 180^o-360^o come in Figura 6.29. Applicare due strisce di nastro adesivo sul vetro della torcia elettrica, lasciando tra esse una sottile fessura centrale.
Indicazioni operative: Si deve operare in un ambiente semi-oscurato. Si riempie d'acqua la vaschetta fino al diametro 180^o-360^o del goniometro aggiungendo, se disponibile, un po' di fluoresceina.
Fase 1: si dirige dall'alto la lama di luce uscente dalla fessura della torcia verso il centro del goniometro in modo che lambisca la superficie del cartoncino. Guardando attraverso l'acqua, si osserva come cambia la direzione della lama di luce dopo l'ingresso nell'acqua. In quale caso non si osserva deviazione? Se il raggio devia entrando in acqua, si avvicina o si allontana dalla normale alla superficie? Si ripete l'osservazione cambiando l'inclinazione della lama di luce. Si misura l'angolo di rifrazione per diversi valori dell'angolo di incidenza e si riportano i risultati in una tabella. Si cerca una regolarità tra i valori misurati. Si calcola l'indice di rifrazione tramite la definizione trigonometrica o la costruzione grafica.
Fase 2 (eseguibile solo se gli spigoli della vaschetta non sono arrotondati): si ripetono le osservazioni dirigendo la luce della torcia verso il centro del goniometro dal basso, attraverso la parete laterale della vaschetta. Per farlo potrebbe essere necessario spostare la vaschetta verso il bordo del tavolo.
Risultati e commenti:
1. La luce non subisce deviazione se entra nell'acqua o esce nell'aria perpendicolarmente alla superficie. In tutti gli altri casi la direzione di propagazione della luce rifratta cambia: si avvicina alla normale alla superficie di separazione tra i due mezzi se la luce entra nell'acqua; si allontana dalla normale se la luce esce nell'aria.
2. Sia quando la luce entra in acqua, sia quando esce, si vede che la luce si divide

in rifratta e riflessa.
3. All'aumentare dell'angolo d'incidenza l'intensità della luce rifratta diminuisce, l'intensità della luce riflessa aumenta.
4. Aumentando l'angolo d'incidenza della luce che attraversa la superficie di separazione nel verso che va dall'acqua all'aria si osserva che oltre un certo angolo d'incidenza la luce non esce dall'acqua e si riflette tutta. Il fenomeno si chiama riflessione totale o interna. L'angolo d'incidenza a cui il fenomeno inizia si chiama angolo limite.
5. L'indice di rifrazione dell'acqua relativamente all'aria e l'indice di rifrazione dell'aria relativamente all'acqua sono uno il reciproco dell'altro.

Parallelepipedo trasparente

Attività: Si compiono osservazioni guardando attraverso un corpo trasparente a

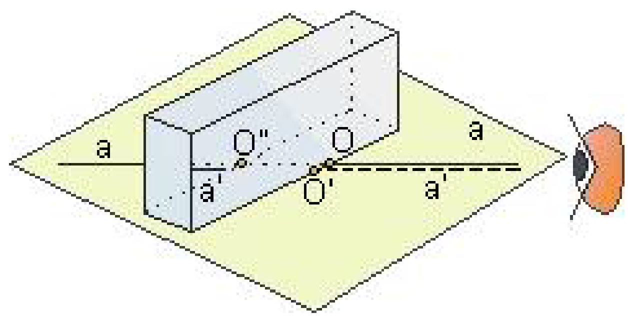


Figura 6.30:

forma di parallelepipedo. È opportuno introdurre l'attività mostrando qualitativamente, con la camera a fumo, ciò che succede quando un pennello di luce attraversa un parallelepipedo trasparente.
Scopi: Dedurre il cammino della luce all'interno di un corpo trasparente solido o liquido. Applicare le nozioni acquisite sulla rifrazione della luce alla comprensione dei fenomeni. Utilizzare il fenomeno per confrontare fra loro il potere rifrangente e i valori degli indici di rifrazione di mezzi diversi.
Materiali occorrenti: un parallelepipedo di plexiglas con le facce molto trasparenti spesso almeno 2 cm, oppure 5 o 6 rettangoli di plexiglas di uguali dimensioni ritagliati da un foglio di plexiglas spesso qualche millimetro, oppure una scatola di vetrini da microscopio, uno o più contenitori di vetro o di plastica trasparenti, uguali tra loro, di forma parallelepipeda, un foglio di carta bianca, una matita nera ben appuntita; una squadra, un goniometro da disegno.
Suggerimenti costruttivi: Se si usano i vetrini da microscopio o i rettangoli di plexiglas, farne dei pacchetti ben serrati, per es. rispettivamente di 6, 12 e 18 pezzi, legati con giri di nastro adesivo trasparente ai due estremi e un giro intorno al perimetro. Le pareti dei contenitori di forma parallelepipeda devono essere molto trasparenti e ben parallele (non svasate). Si può costruirlo incollando opportunamente pezzi

ritagliati da un foglio di plexiglas. I contenitori possono essere riempiti di liquidi diversi (acqua, olio di semi, alcool..). Si traccia una diagonale, a, ben marcata, sul foglio di carta bianco, come in Figura 6.30.

Indicazioni operative: Prima di iniziare qualsiasi misura si guardino attraverso il parallelepipedo di plexiglas (o la vaschetta contenente acqua) gli oggetti circostanti. Lo si ruoti verso destra e verso sinistra; lo si inclini verso l'alto e verso il basso. Si descriva ciò che si osserva e si cerchi d'interpretarlo pensando a come potrebbe essere stato modificato, nell'attraversarlo, il cammino della luce. Si appoggia il parallelepipedo di plexiglas sul foglio in modo che intercetti nei punti O$'$ e O$''$, con angolo diverso da 90^o, la linea a tracciata (vedi Figura 6.30). Si disegna il contorno della base del parallelepipedo. Si guarda verso il parallelepipedo in direzione della diagonale: come viene visto, attraverso il parallelepipedo, il prolungamento della diagonale?

Con l'aiuto della squadra si disegna, a partire dal punto O$'$ il prolungamento a' della linea vista attraverso il parallelepipedo (che non coincide con a).

Si toglie il parallelepipedo e si uniscono i punti O$'$ e O$''$.

Si ripete l'osservazione con un parallelepipedo trasparente della stessa natura ma di diverso spessore ugualmente orientato rispetto alla linea a.

Si ripete l'osservazione spostando il parallelepipedo ad un altro punto del foglio e cambiando l'angolo tra il suo lato di base e la linea a.

Si tracciano le perpendicolari allo spigolo di base nei punti O$'$ e O$''$ e si misurano le grandezze necessarie per calcolare l'indice di rifrazione.

Si ripete l'esperimento con parallelepipedi di altra natura.

Risultati e commenti:

1. Le prime osservazioni qualitative mostrano che la rotazione intorno a un asse verticale produce uno spostamento orizzontale di ciò che si vede attraverso il parallelepipedo, più evidente per i bordi verticali degli oggetti; la rotazione intorno a un asse orizzontale produce uno spostamento verticale, più evidente per i bordi orizzontali.
2. Gli esperimenti permettono di quantificare tali spostamenti misurando le variabili significative e successivamente elaborando i dati.
3. Si sa che la luce viaggia in linea retta nell'aria e nei liquidi omogenei e non c'è motivo che non lo faccia anche nelle sostanze trasparenti: perciò i fenomeni responsabili della deviazione devono avvenire sulle superfici di separazione. È li che si devono individuare le variabili significative.
4. Per poter comprendere le basi fisiche delle costruzioni grafiche suggerite, gli alunni devono capire che la linea spostata che vedono dietro al parallelepipedo indica il percorso della luce dal parallelepipedo al loro occhio.
5. La particolare geometria degli oggetti usati e l'osservazione che la luce che esce è parallela alla luce che entra, indica che la luce si rifrange due volte nell'attraversare il parallelepipedo: in ingresso si avvicina alla normale, in uscita se ne allontana della stessa misura.
6. A parità di orientazione, parallelepipedi di diverso spessore e uguale natura pro-

ducono spostamenti proporzionali agli spessori. Gli angoli di deviazione della luce nell'attraversare le superfici dei parallelepipedi sono uguali nei vari casi.
7. A parità di orientazione, parallelepipedi di diversa natura e di uguali dimensioni (per es. contenitori uguali contenenti liquidi diversi), producono spostamenti diversi. Anche gli angoli di deviazione della luce nell'attraversare le superfici dei parallelepipedi sono diversi.
8. Misurando gli angoli possiamo classificare le sostanze rispetto alla loro capacità di deviare la luce.
9. La classificazione di cui sopra può essere confrontata con i valori degli indici di rifrazione che, per luce gialla e temperatura 20^{o}C, sono: 1.33 per l'acqua, da 1.45 a 1.47 per l'olio (secondo il tipo), 1.51 per il vetro da finestre e un valore simile per il plexiglass (questi sono indici di rifrazione per luce proveniente dall'aria).

Rifrazione della luce attraverso una lastra

Scopo: L'esperimento è semplice e significativo. Consente di spiegare molti effetti

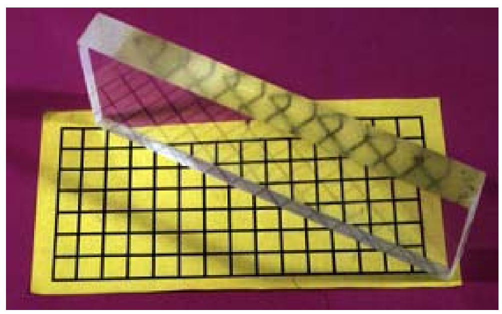


Figura 6.31:

prodotti dai vetri di casa. Verifica delle leggi della rifrazione e della presenza del fenomeno di riflessione anche alla superficie di mezzi rifrangenti.
Materiale necessario: Parallelepipedo di plexiglas, foglio di carta quadrettata, torcia tascabile, cartoncino nero, nastro adesivo, matita, riga, squadra, goniometro.
Assemblaggio del dispositivo: Sistemare e fissare con nastro adesivo il foglio di carta quadrettata sul tavolo per le osservazioni preliminari. Sostituire poi con un foglio di carta bianca. Realizzare col cartoncino nero uno schermo con una fenditura da fissare davanti al vetro della torcia tascabile.
Fasi di lavoro: Un parallelepipedo di plexiglas è poggiato sopra un foglio a quadretti prima in modo che gli spigoli siano paralleli ai quadretti del foglio, poi in modo che formino con essi un angolo. Nel primo caso la quadrettatura non è alterata, se invece gli spigoli non sono paralleli alle righe del foglio, la quadrettatura dietro al plexiglas sembra deviata rispetto a quella che si trova dalla parte dell'osservatore (vedi Figura 6.31). I raggi luminosi subiscono due rifrazioni successive: passando dall'aria al plexiglas e dal plexiglas all'aria ed emergono parallelamente alla direzione della prima incidenza. Il cammino dei raggi può essere ricostruito seguendo l'andamento delle

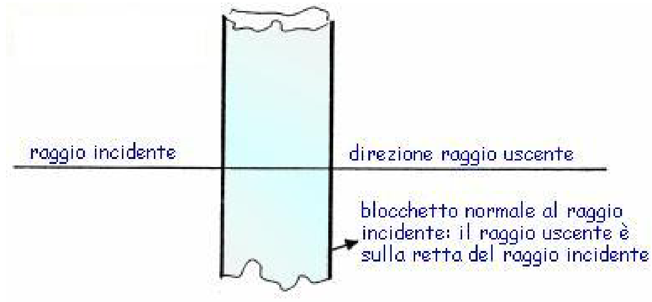


Figura 6.32:

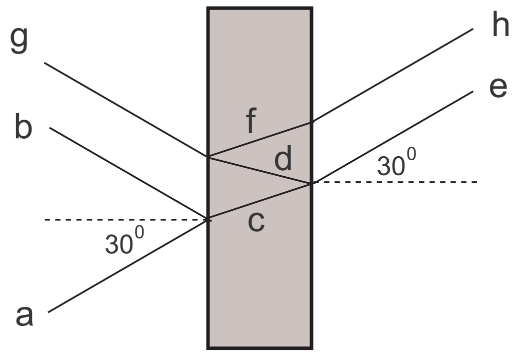


Figura 6.33:

righe del foglio, che, se il pezzo di plexiglas è posto obliquamente, ha l'andamento di una spezzata.
Successivamente vogliamo osservare i raggi ottici ottenuti con la lastra di plexiglas per diversi angoli di incidenza di un pennello luminoso. Dobbiamo allora sistemare il parallelepipedo di plexiglas sul foglio di carta bianca e registrare la sua posizione sul foglio, tracciando il perimetro della faccia appoggiata con la matita. Inviare con la torcia un pennello di luce ortogonale alla superficie laterale del blocchetto ed uscente dalla superficie esposta come in Figura 6.32. Osservare che il pennello di luce mantiene in questo caso inalterata la propria direzione. Inviare poi il pennello di luce con un angolo di circa 30^o rispetto alla normale alla superficie laterale del blocchetto. Far segnare i punti che consentano di tracciare i cammini ottici dei vari raggi (vedi Figura 6.33). Appariranno: a) il raggio incidente e b) quello riflesso dalla prima faccia del blocchetto ad angoli uguali ed opposti rispetto alla normale alla stessa faccia del blocchetto; c) quello rifratto che alla seconda superficie di separazione plexiglas - aria darà luogo: d) ad un raggio riflesso internamente al plexiglas ed e) ad uno uscente in aria (I rifratto) parallelamente al raggio incidente sulla prima faccia. Si noterà che il raggio d) alla superficie della prima faccia darà luogo di nuovo a: f) un raggio riflesso internamente e g) un raggio emergente dalla stessa parte di quello incidente e parallelo al raggio riflesso b). Tracciando tali raggi

potranno essere verificate sia le leggi della riflessione che quelle della rifrazione.

Indice