



UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE LONDRINA

RAFAEL CUERDA MONZANI

CONTROLADORES ANALÓGICOS E DIGITAIS
UMA ANÁLISE COMPARATIVA

Londrina
2010

RAFAEL CUERDA MONZANI

CONTROLADORES ANALÓGICOS E DIGITAIS
UMA ANÁLISE COMPARATIVA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Londrina como requisito parcial da conclusão do curso.

Orientador: Ruberlei Gaino

LONDRINA

2010

RAFAEL CUERDA MONZANI

CONTROLADORES ANALÓGICOS E DIGITAIS

UMA ANÁLISE COMPARATIVA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Londrina como requisito parcial da conclusão do curso.

BANCA EXAMINADORA

Professor Ruberlei Gaino
Universidade Estadual de Londrina

Professor Márcio Roberto Covacic
Universidade Estadual de Londrina

Professor José Fernando Mangili Júnior
Universidade Estadual de Londrina

Londrina, 17 de novembro de 2010

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, Rosana Cuerda Monzani e Sidnei de Jesus Monzani, por terem me incentivado à realização deste sonho. Às minhas irmãs Jaqueline e Caroline e minha avó Rosa, por serem pessoas maravilhosas que sempre confiaram e acreditaram em mim, dando apoio incondicional, força para continuar a lutar, atenção e amor.

AGRADECIMENTOS

À Deus pela saúde, inspiração e força que me foi dada por todo o período da faculdade e de toda minha vida.

À minha família, pais, irmãs, avó e amigos que sempre me apoiaram dando conselhos que levarei comigo para sempre.

Aos meus colegas de faculdade, aos quais tenho um carinho imenso e que não poderia deixar de mencionar aqui pelos bons momentos que passamos juntos (Leandro Guerra, Paula Roberta, Luis Fernando Patsko, Denise Milagre, Flávia Nabeshima, Vitor Tsukahara, Maurício Marcos Moreira, Alex Lemes Guedes, Bruno Oliveira, Bruna Tiemi Kobo, Débora Oshiro e Renato Ogazawara), a todos estes, muito obrigado pelo companheirismo.

Ao orientador deste trabalho, professor Ruberlei Gaino, pelo seu incentivo, orientação, incansável dedicação para realização deste trabalho e principalmente por acreditar em mim.

Ao professor Afonso José Prado, o qual me incentivou a dar o passo inicial para abertura de novas frentes de pensamento sobre atitudes e carreira a escolher, e também acreditou no meu potencial o qual levou a publicação de trabalhos.

Ao professor Luis Carlos Kakimoto, pela amizade criada durante o curso e pelos conselhos.

Ao professor Mangili pelo apoio e experiência passados.

Ao apoio financeiro do CNPq, UEL e Fundação Araucária que obtive para desenvolver meus estudos em tempo integral.

"Escolha um trabalho que você ame e não terá
que trabalhar um único dia em sua vida."

Confúcio

RESUMO

Este trabalho consiste na comparação entre o uso de controladores analógicos e digitais. O trabalho apresentará uma visão comparativa entre os controladores analógicos comumente usados em sistemas de controle, tais como avanço de fase, atraso de fase, atraso-avanço de fase e também o controlador Proporcional Integral Derivativo (PID). A partir da análise de tais controladores será realizada a discretização do controlador analógico PID usando o método de Tustin. Esse controlador será, inicialmente, convertido em função amostra para posteriormente ser implementado no microprocessador da família dsPIC para a realização do controle digital. O procedimento se baseará em uma modelagem computacional, usando softwares para realizar as simulações necessárias. O MatLab será usado para realização de simulação matemática, onde será verificado a estabilidade da planta, ajuste dos controladores, entre outros cálculos matemáticos. O Proteus[®] é um software de simulação de circuitos eletrônicos com a possibilidade da inserção de micro controladores da família PIC e dsPIC onde a rotina a ser implementada será desenvolvido no software MikroC usando a linguagem C e convertido na base hexadecimal para ser inserido no microprocessador.

Palavras-chave: controle digital, método de Tustin, simulação.

ABSTRACT

This paper consists in comparing the use of digital and analogical controllers. The paper presents a comparative view of the analogical controllers commonly used in control systems, such as phase lead, phase lag, phase lead-lag and also the Proportional Integral Derivative (PID) controller, from the analysis of such controllers will be discretized the analog PID controller using the method of Tustin. This controller is initially converted in the sample function to be implemented in the microprocessor of dsPIC family, for realization of digital control. The procedure will be based on a computer simulation, using software to perform the necessary simulations. MatLab is used to perform mathematical simulation, checking the stability of the plant, adjustment of the controllers, and other mathematical calculations. Proteus[®] is a simulation software of electronic circuits with the possibility of insertion microcontrollers of PIC and dsPIC family where the routine will be developed to be implemented in software MikroC using the C language and converted to hexadecimal basis to be inserted into the microprocessor.

Key-words: digital control, Tustin's method, simulation.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: Diagrama de blocos de um sistema qualquer	13
FIGURA 2: Representação de um sistema de 1 entrada e 1 saída.....	18
FIGURA 3: Diagrama de blocos em malha fechada.....	23
FIGURA 4: Representação do plano s	24
FIGURA 5: Gráfico do lugar das raízes de uma F.T. qualquer.....	23
FIGURA 6: Gráfico do lugar das raízes de um sistema de três pólos e efeito da adição de um zero ao sistema.....	30
FIGURA 7: Sistema de Controle genérico.....	30
FIGURA 8: Diagrama de Blocos de uma estrutura PID.....	33
FIGURA 9: Atuação do controlador PI em uma entrada do tipo rampa.....	34
FIGURA 10: PID: $T_d=0,1$ (tracejado); $0,4$ (pontilhado), 2 (contínuo).....	36
FIGURA 11: Conversão entre domínio discreto e contínuo.....	38
FIGURA 12: Relação entre os sinais de entrada/saída de um A/D	38
FIGURA 13: Mapeamento entre os planos s e z	39
FIGURA 14: Representação do L.R. (a) plano s; (b) plano z	40
FIGURA 15: Representação genérica de sistema discretizado.....	41
FIGURA 16: Efeito da introdução de um ZOH.....	41
FIGURA 17: Mapeamento do plano s e do plano z devido ao método de Euler	42
FIGURA 18: Mapeamento do plano s e do plano z ao método diferencial	43
FIGURA 19: Mapeamento entre o plano s e o plano z pelo método de Tustin	44
FIGURA 20: Estruturas de algoritmo de controle	47
FIGURA 21: Configuração do circuito do microprocessador PIC.....	48
FIGURA 22: Gráfico da F.T. em malha fechada do motor DC com e sem a presença de um integrador.	52
FIGURA 23: Gráfico do Lugar das Raízes	55
FIGURA 24: Determinação do pólo e do zero da rede de avanço de fase.....	56
FIGURA 25: Diagrama de blocos de um sistema compensado em avanço de fase .	57
FIGURA 26: Gráfico do lugar das raízes do sistema compensado em avanço de fase	57
FIGURA 27: Gráfico da F.T. em malha fechada do sistema sem compensação e com compensação em avanço de fase.....	58
FIGURA 28: Sistema completo do controle da cadeira de rodas	58
FIGURA 29: Curva dos motores R e L considerando $V = 1$ e $\Omega = 0$	59
FIGURA 30: Curva dos motores R e L considerando $V = 0$ e $\Omega = 1$	59

FIGURA 31: Gráfico da F.T. em malha fechada com e sem a compensação da rede	60
FIGURA 32: (a) Gráfico do lugar das raízes com e sem compensação pela rede de atraso de fase; (b) próximo da origem.....	61
FIGURA 33: Gráfico do Lugar das Raízes do sistema compensado por atraso e avanço de fase	63
FIGURA 34: Resposta ao degrau do sistema com e sem compensação por atraso e avanço de fase	64
FIGURA 35: Gráfico do lugar das raízes do sistema compensado	66
FIGURA 36: Gráfico da F.T. em malha fechada do sistema sem compensação e com compensação em avanço de fase.....	66
FIGURA 37: Controlador PI detalhado	67
FIGURA 38: Sistema completo do controle da cadeira de rodas	67
FIGURA 39: Curva dos motores R e L considerando $V = 1$ e $\Omega = 0$	68
FIGURA 40: Curva dos motores R e L considerando $V = 0$ e $\Omega = 1$	68
FIGURA 41: Curva dos motores R e L considerando $V = 0$ e $\Omega = 0$	68
FIGURA 42: Sinal de Saída do Osciloscópio para o controlador PI	69
FIGURA 43: Função de Transferência do Motor	69
FIGURA 44: Controlador PID	70
FIGURA 45: Comparação entre o controle por avanço de fase e o PI.....	71
FIGURA 46: Lugar das Raízes do controlador PI.....	73
FIGURA 47: Zoom do Lugar das Raízes do controlador PI	73
FIGURA 48: Diagrama de blocos do controlador PI.....	74
FIGURA 49: Resposta ao degrau unitário do sistema de controle digital.....	74
FIGURA 50: Curva do controlador digital ao aplicar um degrau unitário.....	75
FIGURA 51: Sistema completo do controle discreto PI da cadeira de rodas	75
FIGURA 52: Curva dos motores R e L considerando $V = 1$ e $\Omega = 0$	76
FIGURA 53: Curva dos motores R e L considerando $V = 0$ e $\Omega = 1$	76
FIGURA 54: Curva dos motores R e L considerando $V = 0$ e $\Omega = 0$	76
FIGURA 55: Curva do controlador digital do sistema.....	77
FIGURA 56: Função de Transferência do Motor	78
FIGURA 57 - Controlador PID digital.....	79

ÍNDICE DE TABELAS

TABELA 1: Constantes da F.T. simplificada para um motor DC	51
TABELA 2: Especificações de desempenho para a planta apresentada	53
TABELA 3: Especificações de projeto para controlador PID	64

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	13
2. CONCEITOS DE CONTROLE ANALÓGICO E DIGITAL.....	16
2.1 TRANSFORMADA DE LAPLACE	16
2.1.1 Propriedades básicas	16
2.1.2 Transformadas de Laplace de funções comuns em controle de processos	16
2.2 FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA	17
2.3 ESTABILIDADE	18
2.3.1 Efeito dos pólos da função de transferência sobre estabilidade	19
2.3.2 Condições necessárias para a estabilidade.....	20
2.4 CRITÉRIO DE ESTABILIDADE DE ROUTH-HURWITZ	20
2.5 REALIMENTAÇÃO	21
2.6 LUGAR DAS RAÍZES (ROOT LOCUS).....	22
2.6.1 Lugar Geométrico das Raízes	23
2.6.2 Regras para o Traçado do L.G.R.....	25
3. CONTROLADORES ANALÓGICOS	28
3.1 CONTROLADOR POR AVANÇO DE FASE (PHASE LEAD)	30
3.2 CONTROLADOR POR ATRASO DE FASE (PHASE LAG)	31
3.3 CONTROLADOR POR ATRASO-AVANÇO DE FASE (PHASE LEAD/LAG)	32
3.4 CONTROLADOR PROPORCIONAL-INTEGRAL-DERIVATIVO (PID)	33
3.4.1 Proporcional (P)	34
3.4.2 Proporcional e Integral (PI)	34
3.4.3 Proporcional e derivativo (PD)	35
3.4.4 Proporcional Integral e Derivativo (PID).....	35
4 CONTROLADORES DIGITAIS	37
4.1 DISCRETIZAÇÃO DIRETA	38
4.2 MAPEAMENTO ENTRE O PLANO S E Z.....	39
4.3 RETENTOR DE ORDEM ZERO – ZOH.....	40
4.4 DISCRETIZAÇÃO DE CONTROLADORES.....	41
4.4.1 Método de Euler.....	42
4.4.2 Método Diferencial	43
4.4.3 Método de Tustin	43
4.4.4 Método dos Elementos Retentores.....	44
5. FERRAMENTAS PARA O CONTROLE DIGITAL	46
5.1 EQUAÇÃO ÀS DIFERENÇAS	46
5.2 IMPLEMENTAÇÃO DA EQUAÇÃO ÀS DIFERENÇAS NO PIC	47
6. SISTEMA DE UMA CADEIRA DE RODAS AUTOMATIZADA	51
7. ANÁLISE DOS SISTEMAS DE CONTROLE PELO MÉTODO DO LUGAR DAS RAÍZES	53
7.1 ESPECIFICAÇÃO DE DESEMPENHO	53

7.2 AVANÇO DE FASE (PHASE LEAD)	54
7.3 CONTROLADOR DE ATRASO DE FASE (PHASE LAG).....	59
7.4 CONTROLADOR DE AVANÇO-ATRADO DE FASE (PHASE LEAD/LAG)	61
7.5 CONTROLADOR PROPORCIONAL-INTEGRAL-DERIVATIVO (PID)	64
7.6 COMPARAÇÃO ENTRE OS CONTROLADORES ANALÓGICOS.....	70
8. DISCRETIZAÇÃO DOS CONTROLADORES ANALÓGICOS	72
CONCLUSÃO.....	80
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	82
ANEXOS	
ANEXO I Circuito do sistema usando controlador analógico PI	84
ANEXO II Circuito do sistema usando controlador digital PI.....	85

1. INTRODUÇÃO

Atualmente dispõe-se de uma variedade de técnicas para Controle Digital de processos em tempo real. O uso de microprocessadores tem papel fundamental para implementação do controle digital, substituindo assim uma série de componentes que podem ser usados para realizar o controle analógico, tornando o sistema mais versátil e preciso, entre tantas outras vantagens que o microprocessador oferece, tais como, identificar uma situação de risco, desarmando o sistema para evitar dano em algum componente ou na planta e também a obtenção de dados sobre o funcionamento do sistema em tempo real, facilitando, portanto, a análise do projeto.

O objetivo do microprocessador é realizar o controle do sistema, este por sua vez deve garantir o funcionamento correto do projeto a fim de que atenda as condições pré-estabelecidas, tais como tempo de amortização e máximo valor de ultrapassagem. Um sistema envolve uma sequência bem determinada que pode ser representada pelo diagrama de blocos apresentado na Figura 1.

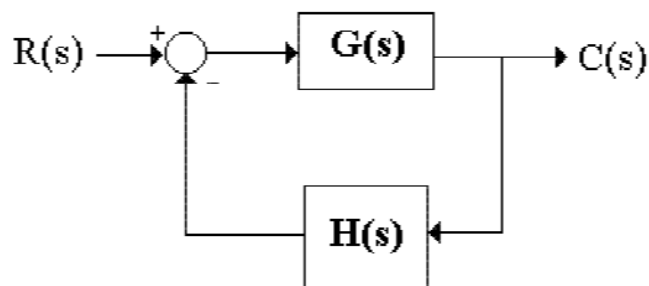


Figura 1 – Diagrama de Blocos de um sistema qualquer

Pode-se perceber pela Figura 1 que é enviado um sinal de entrada, onde este passará pela planta do sistema até atingir um valor de saída, pelo fato de o sistema apresentar uma realimentação negativa, é realizada uma comparação entre o sinal desejado e o sinal real encontrando, gerando um erro em regime permanente, o objetivo do controlador é eliminar tal erro até que se possa chegar a um regime permanente nas condições pré-estabelecidas.

Segundo, Soares, inúmeras são as técnicas de controle que podem ser aplicadas para diversos tipos de sistema, onde, uma vez definida a planta, deverá se calcular os parâmetros do controlador baseado nas especificações de desempenho,

a fim de que a saída siga o sinal de referência. Alguns exemplos de sistema de controle são:

- a) Temperatura: um ar condicionado pode entrar em ação somente quando o nível de temperatura do ambiente for maior do que o estipulado, ele detecta a temperatura por intermédio de um transdutor e faz a comparação com o controlador, este é ligado somente caso a temperatura tenha ultrapassado o limiar, o que faz com que a economia de energia seja maior, uma vez que apenas o controlador receberá a alimentação e não todo o sistema de ar condicionado. O mesmo exemplo se aplica a uma geladeira.
- b) Pressão e umidade: uma sala de revelação de chapas de alumínio deve ser mantida sobre um nível de temperatura, pressão e umidade, pois caso contrário, o material contido na chapa irá manchar, e as impressões sairão borradas, novamente se faz necessário o uso de um controlador.
- c) Velocidade: regular a velocidade de uma cadeira de rodas, onde se deve fazer um comparativo entre a velocidade linear e angular a fim de que a cadeira possa realizar todos os tipos de movimentos.

Um ponto importante dessa análise é o fato de que para cada tipo de grandeza física, deve-se usar um transdutor específico, a fim de convertê-la em corrente ou tensão para análise do controlador.

Abaixo estão listados alguns tipos de controladores analógicos:

- a) Avanço de fase (Phase Lead);
- b) Atraso de fase (Phase Lag);
- c) Atraso-avanço de fase (Phase Lead-Lag);
- d) Proporcional Integral Derivativo (PID).

Este trabalho tem por objetivo uma comparação entre os diferentes tipos de controladores apresentados acima, aplicados a uma mesma planta, usando primeiramente uma análise de controladores analógica para que se possa verificar a melhor técnica, e assim, discretizar o controlador analógico.

O desenvolvimento do trabalho foi realizado por intermédio de simulação, onde inicialmente, foi definida a planta a ser estudada, e posteriormente foi projetado cada um dos controladores com base nas especificações de desempenho previamente definidas usando como referência o livro de Engenharia de Controle Moderno [1]. As primeira parte das simulações foi feita usando o software de análise

matemática MatLabTM, onde aplicou-se um degrau em cada um dos sistemas para verificar de forma gráfica as respostas de saída. Após a análise matemática o controlador analógico foi discretizado, onde foi desenvolvido uma rotina escrita em linguagem de alto nível usando o software MikroC, essa rotina foi aplicada a um microprocessador da família dsPIC, que atuaria como controlador, sendo que o mesmo possui portas A/D (Analógico para Digital) e PWM (*Pulse Width Modulation*) para a geração do sinal D/A (Digital para Analógico), o mesmo estava conectado ao circuito eletrônico para a realização da simulação pelo software Proteus[®].

O desenvolvimento do trabalho dar-se-á da seguinte forma: no capítulo 1 será feita uma breve introdução sobre a aplicação da Teoria de Controle. O capítulo 2 apresenta um referencial teórico sobre as ferramentas da teoria de Controle. O capítulo 3 apresenta os diferentes tipos de controladores analógicos e a vantagem de cada um. O capítulo 4 apresenta os conceitos sobre Controle digital e os métodos de discretização que podem ser aplicados aos controladores analógicos. O capítulo 5 apresenta as técnicas usadas para implementação do controlador digital no microprocessador. O capítulo 6 apresenta a planta que será usada para a análise juntamente aos controladores. O capítulo 7 apresenta as técnicas de controle analógico usadas para alterar a região dos pólos dominantes afim de atender as especificações de desempenho, onde ao final do capítulo é apresentada uma comparação entre as características dos controladores e os resultados obtidos. O capítulo 8 apresenta a discretização do controlador analógico PI usando o método de Tustin e a transformação da função de transferência no domínio digital para equação à diferença. Por fim, é apresentada a conclusão sobre os tópicos abordados falando sobre as vantagens e desvantagens do uso de cada controlador.

2. CONCEITOS DE CONTROLE ANALÓGICO E DIGITAL

Um sistema de qualquer natureza pode se submeter a ações de controle, seja para mudança de tempo de estabilização, definir o amortecimento do sistema, entre outros. Para a sintonização de tais controladores, alguns conceitos básicos devem ser levados em consideração, tais como os apresentados nas seções seguintes.

2.1 TRANSFORMADA DE LAPLACE

De acordo com Ogata, a transformada de Laplace de uma função é definida pelo operador \mathcal{L} :

$$F(s) = \mathcal{L}[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-st} \cdot dt \quad [2.1]$$

Para o estudo de sistemas de controle, a variável t é o tempo, e o domínio correspondente à variável s é o plano complexo.

2.1.1 Propriedades básicas

Duas propriedades principais da transformada de Laplace são descritas abaixo:

a) Linearidade

$$\mathcal{L}[a \cdot f(t) + b \cdot g(t)] = a \cdot \mathcal{L}[f(t)] + b \cdot \mathcal{L}[g(t)] \quad [2.2]$$

b) Teorema do valor final

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s F(s) \quad [2.3]$$

2.1.2 Transformadas de Laplace de funções comuns em controle de processos

a) Função degrau

$$f(t) = K \cdot u(t) \Leftrightarrow F(s) = \frac{K}{s} \quad [2.4]$$

onde $u(t) = 0$ para $t < 0$ e $u(t) = 1$ para $t \geq 0$.

b) Função rampa

$$f(t) = K \cdot t \Leftrightarrow F(s) = \frac{K}{s^2} \quad [2.5]$$

c) Exponenciais

$$f(t) = e^{-at} \Leftrightarrow F(s) = \frac{1}{s+a} \quad [2.6]$$

$$f(t) = t \cdot e^{-at} \Leftrightarrow F(s) = \frac{1}{(s+a)^2} \quad [2.7]$$

$$f(t) = t^n \cdot e^{-at} \Leftrightarrow F(s) = \frac{n!}{(s+a)^{n+1}} \quad [2.8]$$

d) Função seno

$$f(t) = \text{sen}(\omega t) \Leftrightarrow F(s) = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \quad [2.9]$$

2.2 FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

A função de transferência $G(s)$ é uma função que multiplicada por uma dada função, $M(s)$ resulta em uma função $X(s)$ que representa a aplicação de um processo sobre a primeira função.

Nas equações abaixo:

$m(t)$ é a variável de entrada; em um sistema de controle, tipicamente corresponde à posição ou abertura de uma válvula (variável manipulada)

$x(t)$ é uma variável que é afetada por $m(t)$; em um sistema de controle, costuma ser a variável medida ou controlada.

a) multiplicação por constante

- $x(t) = K \cdot m(t)$
- $X(s) = K \cdot M(s)$

A função de transferência é, portanto, $G(s) = K$

Observe que $X(s) = G(s) \cdot M(s)$, por definição.

b) diferenciação em relação ao tempo

$$x(t) = \frac{d}{dt} m(t) \therefore X(s) = s \cdot M(s) - m(0) \quad [2.10]$$

Observe que se definirmos m de forma tal que $m(0) = 0$, a diferenciação em relação ao tempo torna-se uma mera multiplicação por s .

c) integração

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} m(t)dt \therefore X(s) = \frac{M(s)}{s} \quad [2.11]$$

d) tempo morto

$$x(t) = m(t - D) \therefore X(s) = e^{-Ds}M(s) \quad [2.12]$$

e) processos lineares

$$a. \frac{d^2x}{dt^2} + b. \frac{dx}{dt} + c. x = \alpha \frac{dm}{dt} + \beta. m \quad [2.13]$$

Os processos lineares são aqueles que podem ser representados por equações diferenciais lineares no domínio do tempo. Um exemplo é a equação acima, que pode ser reescrita como

$$a. s^2. X + b. s. X + c. X = \alpha s. M + \beta. M \quad [2.14]$$

desde que possua valores iniciais nulos, ou seja, $x(0) = 0$ e $m(0) = 0$.

A equação acima pode ser facilmente rearranjada:

$$G(s) = \frac{X(s)}{M(s)} = \frac{\alpha. s + \beta}{\alpha. s^2 + b. s + c} \quad [2.15]$$

Resumindo:

Um fenômeno que é representado por uma equação diferencial linear no domínio t pode ser representado no domínio s como uma simples multiplicação por uma função de transferência.

Uma representação gráfica possível para o sistema de uma entrada e uma saída é a apresentada na Figura 2:

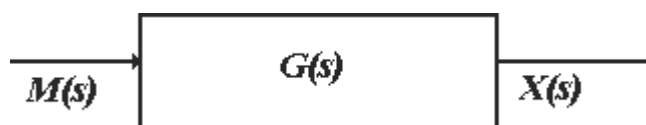


Figura 2 – Representação de um sistema de 1 entrada e 1 saída

2.3 ESTABILIDADE

De acordo com PIERRE (2010), um sistema linear, invariante, é estável se as seguintes condições são satisfeitas:

1. Aplicando-se uma entrada limitada, a saída também é limitada. (Sistemas que satisfazem esta condição são estáveis no sentido BIBO).

2. Sem aplicar uma entrada, a saída tende para zero independente das condições iniciais do sistema. (Este conceito é chamado de estabilidade assintota).

A saída de um sistema instável pode crescer até que ocorra a ruptura do sistema ou até que o sistema entre na região não-linear de seu funcionamento, tal que o modelo linear do sistema não se aplique mais. Para sistemas lineares invariantes, a estabilidade BIBO é equivalente a estabilidade assintota.

2.3.1 Efeito dos pólos da função de transferência sobre estabilidade

A resposta ao impulso do sistema depende dos pólos da função de transferência de malha fechada, os quais são as raízes da equação característica. Tais raízes podem ser reais ou complexos conjugados, simples ou múltiplas de varias ordens.

1. O sistema é estável se todas as raízes da equação característica tenham a parte real negativa. Isto é, todos os pólos da função de transferência de malha fechada devem ser localizados no semi-plano esquerdo do plano-s.

2. O sistema é instável se a parte real de qualquer raiz da equação característica for positiva.

3. Raízes simples no eixo imaginário tornam o sistema marginalmente estável.

Um sistema é absolutamente estável com respeito a um parâmetro, se o sistema for estável para qualquer valor deste parâmetro. Por outro lado, o sistema é condicionalmente estável com respeito a um parâmetro se ele for estável para certas faixas do valor do parâmetro.

Sistemas com pólos localizados no semi-plano esquerdo são relativamente mais estáveis quanto mais distante os pólos da origem no plano-s.

2.3.2 Condições necessárias para a estabilidade

A estabilidade do sistema é garantida se todas as raízes do denominador da função de transferência tenham as partes reais negativas. Neste caso, todos os coeficientes da equação característica são positivos.

A condição necessária para a estabilidade de um sistema é a seguinte: todos os coeficientes da equação característica devem ser maiores que zero. Coeficientes nulos ou negativos implicam em instabilidade ou estabilidade marginal do sistema.

É importante observar que a condição é necessária, mas não é suficiente. Existem sistemas instáveis que apresentam equações características com todos os coeficientes maiores que zero. Para determinar a estabilidade de um sistema é preciso aplicar alguns testes de estabilidade à equação característica. Um dos testes mais convenientes é o critério de estabilidade de Routh.

2.4 CRITÉRIO DE ESTABILIDADE DE ROUTH-HURWITZ

O critério de Routh-Hurwitz é baseado na chamada tabela de Routh:

s^n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	\dots	[2.16]
s^{n-1}	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	\dots	
s^{n-2}	b_1	b_2	b_3	\dots	
\dots	\dots				
s^1	\dots				
s^0	\dots				

As duas primeiras linhas são construídas com os coeficientes de $\Delta(s)$ (denominador) e qualquer linha subsequente é determinada a partir dessas duas linhas com a regra do cálculo inverso do determinante, dividindo o resultado pelo primeiro coeficiente da linha inferior:

- $b_1 = \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}$
- $b_2 = \frac{a_{n-1}a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}}$
- $b_3 = \dots$

Teorema de Routh-Hurwitz: Todas as raízes da equação algébrica $\Delta(s) = 0$ estão localizadas na região $Re(s) < 0$ se e somente se a 1ª coluna da tabela de Routh for positiva.

- Se $\Delta(s)$ possuir algum coeficiente negativo ou nulo, não é preciso construir a tabela de Routh para concluir que alguma raiz de $\Delta(s) = 0$ estará fora do lado esquerdo de \mathbb{C} .

2.5 REALIMENTAÇÃO

A maioria dos sistemas físicos incorporam de alguma forma realimentação. A teoria da realimentação negativa foi desenvolvida por engenheiros electrotécnicos, quando em 1928, Harold Black inventou o amplificador realimentado na tentativa de encontrar amplificadores com ganho estável. O conceito de realimentação (feedback) e a teoria associada, é hoje em dia utilizado em outras áreas para além da engenharia como por exemplo na modelagem de sistemas biológicos.

A realimentação pode ser negativa (degenerativa) ou positiva (regenerativa). Em projeto de amplificadores é usada realimentação negativa de forma originar uma ou mais das seguintes características:

- Dessensibilização do ganho: ou seja, fazer com que o ganho fique menos sensível a variações dos valores dos componentes do circuito que podem ser provocados por exemplo por variações na temperatura.
- Redução da distorção não linear: manter o ganho constante (entrada proporcional à saída) independentemente do valor da entrada.
- Redução dos efeitos do ruído: minimizar na saída a contribuição de sinais eléctricos não desejáveis gerados pelos próprios componentes ou por interferências externas.
- Controlo das impedâncias de entrada e saída: aumentar ou diminuir as impedâncias usando a tipologia adequada.
- Extensão da largura de banda do amplificador.

Todas as propriedades enumeradas são obtidas à custa da redução do ganho. Em certas circunstâncias a realimentação num amplificador pode tornar-se

positiva e com certa amplitude que provoque oscilação. Esse fato possibilita a construção de circuitos osciladores e circuitos biestáveis.

f Deve notar-se, no entanto, que nem sempre a realimentação positiva conduz a instabilidade. Um exemplo é a sua aplicação na construção de filtros ativos.

Existem algumas aplicações analisadas anteriormente onde era usada a realimentação negativa. São exemplos disso de uma forma geral os amplificadores operacionais. Outra aplicação muito popular é a utilização da resistência de emissor RE nos transistores bipolares para estabilizar o ponto de funcionamento e para aumentar a resistência de entrada, largura de banda e linearidade. Também os circuitos seguidor de tensão e de seguidor de emissor usam uma grande quantidade de realimentação negativa.

2.6 LUGAR DAS RAÍZES (ROOT LOCUS)

O método do lugar das raízes é uma técnica gráfica que permite visualizar de que forma os pólos do sistema em malha fechada variam quando se altera o valor de um parâmetro específico (o ganho, em geral).

Originalmente, a técnica era utilizada para determinar o valor numérico dos pólos em malha fechada de um sistema. Por essa razão, era necessário efetuar a construção gráfica da forma mais exata possível.

Atualmente, é possível obter os pólos do sistema em malha fechada de maneira rápida e exata usando métodos computacionais. Apesar disso, o método do lugar das raízes continua sendo um método de grande utilidade no projeto de sistemas de controle por permitir ao projetista definir adequadamente a estrutura do controlador apropriado a cada sistema.

2.6.1 Lugar Geométrico das Raízes

O lugar geométrico das raízes (L.G.R.) é um gráfico construído a partir do conhecimento de um sistema em malha aberta. Tomando o ganho como parâmetro, o lugar geométrico das raízes é o conjunto dos pontos do plano complexo que corresponde aos pólos do sistema em malha fechada.

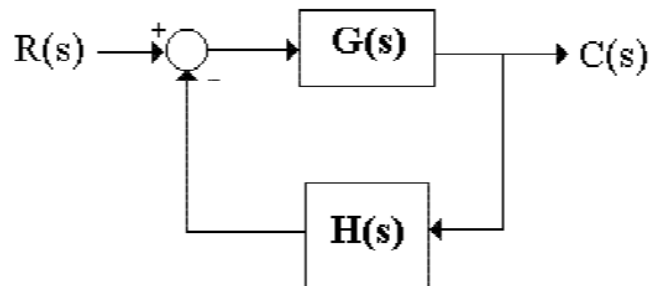


Figura 3 – Diagrama de blocos em malha fechada

Consideremos, então, o sistema em malha fechada representado pelo diagrama de blocos acima. Conforme já foi visto, sua função de transferência em malha fechada é:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad [2.17]$$

E, portanto, os pólos do sistema em malha fechada (que, naturalmente, determinam as características da resposta do sistema) são as raízes da equação:

$$1 + G(s)H(s) = 0 \quad [2.18]$$

Ou seja:

$$G(s)H(s) = -1 + j0 \quad [2.19]$$

A forma complexa foi usada para enfatizar que se trata de uma igualdade de números complexos. Por esta razão a equação desdobra-se em uma condição de fase:

$$\angle G(s)H(s) = 180^\circ \pm i \cdot 360^\circ \quad (i = 0, 1, 2, \dots) \quad [2.20]$$

E uma condição de módulo (ou de ganho):

$$|G(s)H(s)| = 1 \quad [2.21]$$

Consideremos um caso geral em que:

$$G(s)H(s) = \frac{K(s - z_1)(s - z_2) \dots (s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n)} \quad [2.22]$$

Obs: “K” não é ganho “DC”, pois não está na forma de constante de tempo.

onde z_1, z_2, \dots, z_m são os zeros em malha aberta;

p_1, p_2, \dots, p_n são os pólos em malha aberta;

e “K” é o ganho, que por simplicidade vamos supor sendo positivo ($K > 0$).

Antes de prosseguir, note que os pólos do sistema em malha fechada são as raízes de $1 + G(s)H(s) = 0$, isto é, as raízes do polinômio característico:

$$(s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n) + K(s - z_1)(s - z_2) \dots (s - z_m) = 0 \quad [2.23]$$

e que, em geral, é impossível calculá-las analiticamente para $n \geq 5$.

Voltando ao problema, a condição de fase pode ser reescrita como:

$$\underbrace{\angle s - z_1 + \angle s - z_2 + \dots + \angle s - z_m}_{i. 360^\circ} - \underbrace{\angle s - p_1 - \angle s - p_2 - \dots - \angle s - p_n}_{i. 360^\circ} = 180 \pm \quad [2.24]$$

$(i = 0, 1, 2, \dots)$

O lugar geométrico das raízes é definido como sendo o conjunto dos pontos “s” do plano complexo que satisfazem essa condição.

Esta forma de escrever a condição de fase serve de base para a obtenção de regras que facilitam o traçado do lugar geométrico das raízes.

Note que $(s - z_j)$, por exemplo, é um número complexo que pode ser representado no plano complexo, conforme ilustrado na figura abaixo, onde:

$$\phi_j = s - z_j \quad [2.25]$$

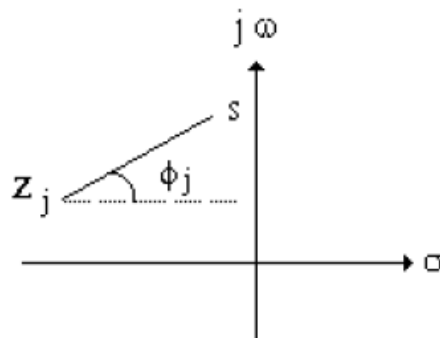


Figura 4 – Representação do plano s

ϕ_j é o ângulo de fase, medido no sentido anti-horário a partir do eixo real.

A condição de fase pode ser reescrita como:

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_m - \theta_1 - \theta_2 - \dots - \theta_n = 180^\circ \pm i. 360^\circ \quad (i = 0, 1, 2, \dots). \quad [2.26]$$

Esta é, pois, a condição geométrica que permite determinar se um dado ponto do plano complexo pertence ou não ao LGR. Observe que esta condição é “independente” do valor do ganho “K”, pois K sendo positivo, sua fase é “nula”.

Considere, então, um ponto “s” particular no plano complexo para o qual a condição de fase é satisfeita. A condição de ganho permite determinar o valor de K associado a este ponto “s” em particular, pois:

$$|G(s)H(s)| = K \frac{|s - z_1||s - z_2| \dots |s - z_m|}{|s - p_1||s - p_2| \dots |s - p_n|} = 1 \quad [2.27]$$

e, portanto:

$$K = \frac{|s - z_1||s - z_2| \dots |s - z_m|}{|s - p_1||s - p_2| \dots |s - p_n|} \quad [2.28]$$

Em resumo, a condição de fase permite, em tese, traçar o Lugar Geométrico das Raízes e a condição de ganho, parametrizá-lo em termos do ganho K .

2.6.2 Regras para o Traçado do L.G.R.

Regra 1 (Pontos de Início e Término do L.G.R.): Os ramos do Root Locus começam nos pólos de $G(s)H(s)$, dos quais $K \rightarrow 0$. Os ramos terminam nos zeros de $G(s)H(s)$ nos quais $K \rightarrow \infty$.

Obs \therefore O número de zeros no infinito é igual ao número de pólos de $G(s)H(s)$ menos o número de zeros de $G(s)H(s)$.

Regra 2 (L.G.R. sobre o eixo real): As regiões do eixo real à esquerda de um número ímpar de pólos e zeros de “ $KG(s)H(s)$ ” pertencem ao Root-Locus.

Verificação: De $1 + G(s)H(s) = 0$, decorre que $G(s)H(s) = -1$.

Para $K > 0$ devemos ter: $\angle G(s)H(s) = (2i + 1) \cdot 180^\circ$; $i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Regra 3: Quando K se tende ao infinito, os ramos de Root-Locus formam assíntotas com inclinação.

$$\theta = \frac{2i + 1}{np - nz} 180^\circ; \quad i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad [2.29]$$

onde, np = número de pólos;

nz = número de zeros;

Regra 4: O ponto de partida das assíntotas é o centro de gravidade da associação de pólos e zeros:

$$CG = \frac{\sum \text{pólos} - \sum \text{zeros}}{n_p - n_z} \quad [2.30]$$

Sendo,

$$\begin{aligned} \sum \text{pólos} &= \sum_{i=1}^{n_p} p_i \\ \sum \text{zeros} &= \sum_{i=1}^{n_z} z_i \end{aligned} \quad [2.31]$$

Regra 5: Para calcular-se o ponto “s_b” no qual o “Root-Locus” deixa o eixo real, faz-se:

$$\frac{dK}{ds} = \frac{d(-G(s)^{-1})}{ds} = 0, \text{ no ponto de saída o “K” é máximo (ou mínimo).}$$

Se houver dois pólos de malha aberta adjacentes [(pólos coincidentes são considerados adjacentes) duplos, triplos] sobre o eixo real e se o segmento entre eles for parte do “Root-Locus”, então existirá pelo menos um ponto de partida nesse segmento.

De maneira análoga, se houver dois zeros adjacentes sobre o eixo real e se o segmento entre eles fizer parte do Lugar Geométrico das Raízes, então haverá pelo menos um ponto de chegada pertencente a esse segmento.

Essa regra se aplica ao caso em que um dos zeros é infinito.

Regra 6: Duas raízes (pólo (zero) duplo ou pólos (zeros) complexos conjugados) deixam ou entram no eixo real com ângulos de $\pm 90^\circ$.

- Se for mais que 2 raízes ângulos $\neq \pm 90^\circ$.

Regra 7: Os ângulos de saída (de chegada) de pólos (zeros) são determinados a partir da condição geral do ângulo. (contribuição).

Importante: A regra 7 só é aplicada se o sistema de malha aberta tiver pólos e/ou zeros complexos.

Regra 8: A intersecção do “Root-Locus” com o eixo imaginário pode ser determinada empregando o critério de “Routh-Hurwitz”.

A Figura 5 apresenta um gráfico do lugar das raízes qualquer, apenas para fins visuais de uma análise sobre uma função transferência em malha fechada.

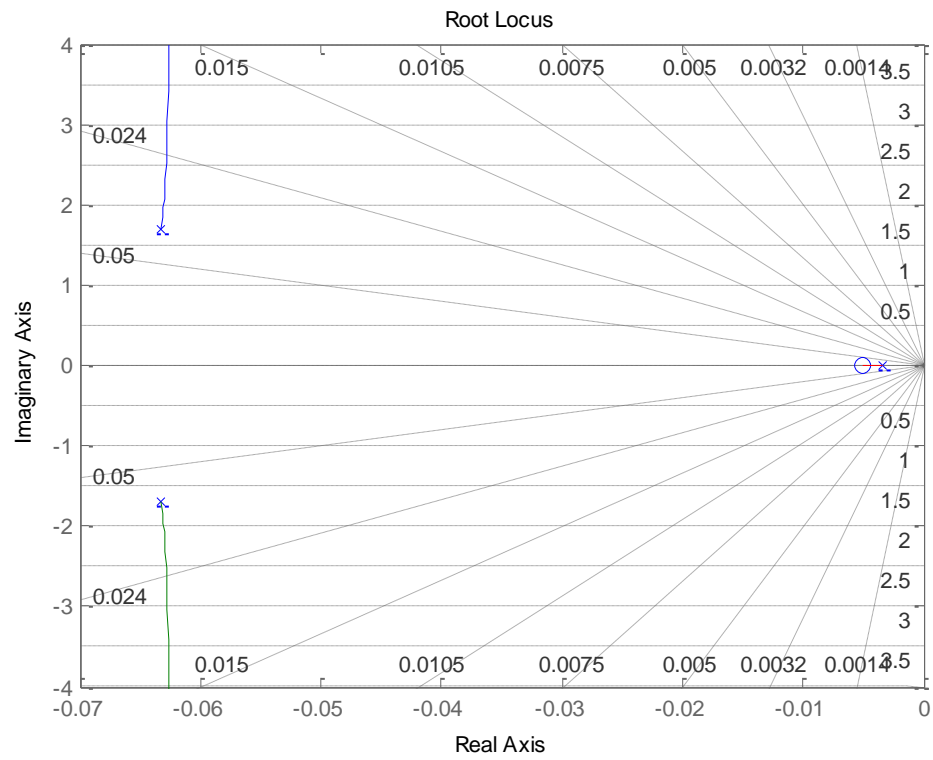


Figura 5 – Gráfico do lugar das raízes de uma F.T. qualquer

3. CONTROLADORES ANALÓGICOS

Segundo OGATA (2003, p. 342), compensação é a modificação da dinâmica de um sistema para satisfazer determinadas especificações.

O uso de controladores torna-se necessário para ajustar a resposta de saída de uma planta e levá-la assim a estabilidade. Os requisitos impostos a um controlador são chamados de especificações de desempenho, tais como tempo de acomodação, máximo valor de ultrapassagem. Essas características serão alteradas conforme necessidade de tal forma que ao aplicar uma entrada do tipo degrau unitário a planta entre em um regime permanente com erro de regime permanente nulo.

A escolha correta das especificações de desempenho aperfeiçoarão a ação do controlador. Um fator importante é determinar o nível de precisão na estabilidade do projeto, se será necessário um alto desempenho no período transitório, ou se deve preocupar-se com o regime permanente, a escolha correta levará ao tipo de controlador mais adequado, reduzindo assim os custos.

Escolheu-se fazer o uso do controle pelo método do lugar das raízes. Esse método é menos dispendioso, pois o objetivo é realizar o deslocamento do lugar das raízes de um sistema em malha fechada de tal forma a atingir a estabilidade de acordo com as especificações de desempenho.

Ao realizar a compensação de um sistema, pode-se iniciar pela adição de um ganho a esse sistema, entretanto, isso pode levá-lo à instabilidade e não corrigir um possível erro de regime permanente, para isso, faz-se necessário a adição de novos componentes para ajustar o sistema aos valores desejados, essa mudança no projeto para atingir a resposta esperada é chamada de compensação e os dispositivos empregados chamados de compensador.

Os compensadores comumente usados no mercado são: compensador por avanço de fase (phase lead), compensador por atraso de fase (phase lag), compensador por atraso-avanço de fase (phase lead-lag) e o controlador Proporcional, Integral, Derivativo (PID) juntamente com seus derivados.

Ao iniciar o projeto de um controlador, muitas vezes não se chega ao resultado esperado nas primeiras tentativas. Para facilitar esse serviço que toma um

tempo considerável, será adotada uma ferramenta de cálculo computacional, como, por exemplo, o software MatLab™ para facilitar os procedimentos da análise.

Ao obter um modelo matemático que se ajuste ao esperado, será proposto um sistema abarcado por componentes eletrônicos em que serão realizadas outras simulações empregando o software Proteus para homologar os resultados alcançados de forma teórica.

Levando em consideração que a planta do sistema apresenta uma função de transferência inalterável e que basicamente ao alterar o ganho para satisfazer a compensação de um sistema não necessariamente implicará em um ajuste, pois, muitas vezes, o ganho apresenta valores que levam o sistema a instabilidade, sendo assim, será necessário perfazer a inserção de pólos e zeros no sistema para se atingir a correta acomodação.

A adição de pólos ao sistema em malha aberta ocasiona o deslocamento do lugar das raízes para a direita, fazendo com que o sistema apresente características de amortecimento mais lentas, ou seja, altera a resposta em regime permanente do sistema. Já a adição de zeros ao sistema apresenta características opostas, ocasionando o deslocamento do lugar das raízes para a esquerda e assim fazendo com que o sistema apresente um tempo de acomodação menor, ou seja, altera a resposta transitória do sistema.

A Figura 6 ilustra a adição de pólos e zeros a um sistema, observe que na adição de zeros o sistema torna-se estável para qualquer valor de ganho.

Será apresentado nas seções subsequentes uma abordagem teórica dos diferentes tipos de controladores. As análises desses controladores serão apresentadas no capítulo 7 baseado no controle da planta que está disposta no capítulo 6.

3.1 CONTROLADOR POR AVANÇO DE FASE (PHASE LEAD)

O compensador por avanço de fase (phase lead) tem a característica de atuar no regime transitório da resposta de saída, levando o lugar das raízes distante do eixo jw e da origem. O método do lugar das raízes é muito útil quando as especificações de desempenho são dadas em grandezas no domínio do tempo, tais

como coeficiente de amortecimento e frequência natural não amortecida. O compensador é colocado no ramo direto como demonstra a Figura 7.

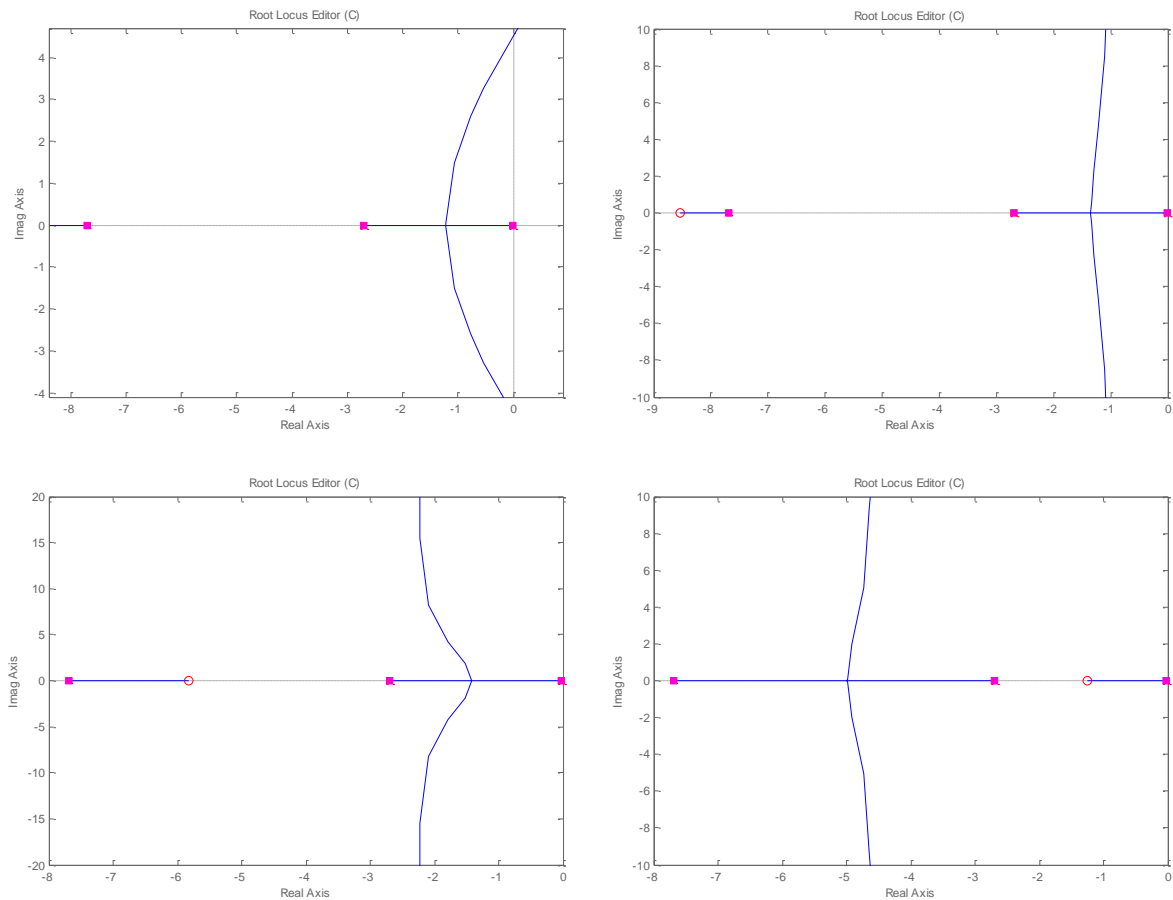


Figura 6 – Gráfico do lugar das raízes de um sistema de três pólos e efeito da adição de um zero ao sistema.

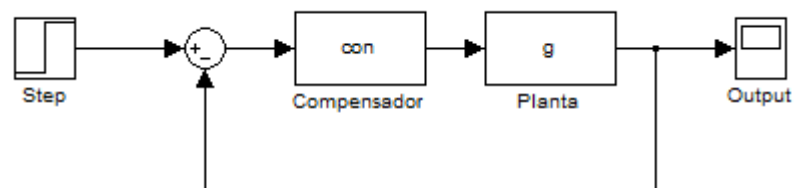


Figura 7 – Sistema de Controle genérico

Um compensador de avanço de fase pode ser modelado de acordo com a equação abaixo:

$$G_c(s) = K_c \alpha \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} \quad (0 < \alpha < 1) \quad [3.1]$$

onde α e T são determinados com base na deficiência angular, K_c é determinado a partir do ganho de malha aberta.

Lembrando que o coeficiente angular deve suprir a necessidade para completar o ângulo em 180° .

3.2 CONTROLADOR POR ATRASO DE FASE (PHASE LAG)

O controlador por atraso de fase (phase lag) tem por característica atuar no regime permanente do sistema, a compensação, nesse caso, consiste essencialmente em aumentar o ganho em malha aberta, sem mudar a característica transitória, ou seja, os pólos dominantes não devem ser alterados significativamente.

Um fator importante para não ocorrer à mudança na localização do lugar das raízes é que o compensador de atraso de fase, necessariamente, deve ter uma contribuição angular menor do que 5° . Isso é feito colocando, pólo e o zero da rede de atraso de fase, próximos da origem do plano s . A equação [7.18] apresenta função transferência que representa uma rede de atraso de fase.

$$G_c(s) = \hat{K}_c \beta \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1} \quad [3.2]$$

Caso o pólo e o zero estejam realmente próximos um do outro, então $s=s_1$, onde s_1 é um dos pólos dominantes em malha fechada, portanto, o módulo do compensador de atraso de fase basear-se-á apenas no ganho:

$$|G_c(s_1)| = \left| \hat{K}_c \frac{s_1 + \frac{1}{T}}{s_1 + \frac{1}{\beta T}} \right| \doteq \hat{K}_c \quad [3.3]$$

onde $\beta > 1$, e também é possível usar um alto valor para β caso seja possível implementar o compensador por atraso de fase fisicamente. Outrora, é notável que ao aumentar o ganho, aumenta-se também a constante de erro, portanto, deve-se fazer uma análise delicada entre tais parâmetros.

Para respeitar a condição de contribuição angular o compensador deve estar entre:

$$-5^\circ < \left\langle \frac{s_1 + \frac{1}{T}}{s_1 + \frac{1}{\beta T}} \right\rangle < 0^\circ \quad [3.4]$$

O efeito de se inserir um pólo e zero em malha fechada perto da origem produz uma reta alongada de pequena amplitude que faz aumentar o tempo de acomodação.

A constante de erro estático pode ser definida como:

$$\begin{aligned}\hat{K}_v &= \lim_{s \rightarrow 0} sG_c(s)G(s) \\ \hat{K}_v &= \lim_{s \rightarrow 0} G_c(s)K_v\end{aligned}\quad [3.5]$$

onde $K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)$

Portanto, tem-se que:

$$\hat{K}_v = \hat{K}_c \beta K_v \quad [3.6]$$

3.3 CONTROLADOR POR ATRASO-AVANÇO DE FASE (PHASE LEAD/LAG)

O controlador por Atraso-avanço de fase (phase lead-lag) atua tanto na resposta transitória quanto em regime permanente simultaneamente. Porém, ao invés de se fazer uso de dois dispositivos separados, convém, economicamente, realizar um único projeto.

Como cada controlador contribui com um zero e um pólo, isso aumenta a ordem do sistema em 2 (duas) unidades., a menos que ocorra o cancelamento de pólo(s) e zero(s) no sistema compensado.

A equação característica do compensador Atraso-avanço de fase é apresentada abaixo:

$$G_c(s) = K_c \frac{\beta (T_1s + 1)(T_2s + 1)}{\gamma \left(\frac{T_1}{\gamma}s + 1\right) (\beta T_2s + 1)} \quad [3.7]$$

onde $\beta > 1$ e $\gamma > 1$.

Existem dois casos a serem analisados.

- a) Caso 1: $\beta \neq \gamma$. Nesse caso o projeto envolve um compensador de avanço de fase e um compensador de atraso de fase.
- b) Caso 2: $\beta = \gamma$. Nesse caso o projeto do compensador de atraso e avanço de fase, torna-se:

$$G_c(s) = K_c \frac{(T_1s + 1)(T_2s + 1)}{\left(\frac{T_1}{\beta}s + 1\right)(\beta T_2s + 1)} \quad [3.8]$$

onde $\beta > 1$.

3.4 CONTROLADOR PROPORCIONAL-INTEGRAL-DERIVATIVO (PID)

O controlador Proporcional Integral Derivativo, comumente conhecido como PID é amplamente usado em vários setores industriais, pela robustez que o mesmo apresenta, em tratar tanto da parte transitória quanto do regime permanente, corrigindo qualquer eventual perturbação sem levar o sistema à instabilidade.

A estrutura PID é formado por 3 (três) partes simples:

$$u(t) = K_P e(t) + K_D \dot{e}(t) + K_I \int e(t) dt \quad [3.9]$$

Onde, realizando a transformada de Laplace e considerando as condições de contorno inicial nula, tem-se:

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_P + K_D s + \frac{K_I}{s} \quad [3.10]$$

Sendo que:

- K_P é a constante de proporção;
- K_D é a constante de derivação;
- e K_I é a constante de integração.

O processo de definição de cada uma dessas constantes é chamado de sintonia do controlador PID. A Figura 8 apresenta o diagrama de blocos de uma estrutura PID.

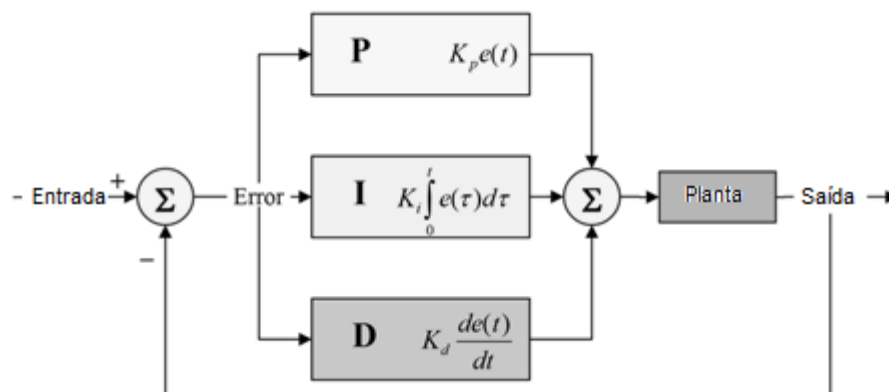


Figura 8 – Diagrama de Blocos de uma estrutura PID

O controlador PID pode ser analisado de forma separada, de acordo com as necessidades do problema, conforme apresentado abaixo:

- Proporcional (P);
- Proporcional e integral (PI);
- Proporcional e derivativo (PD);
- Proporcional integral e derivativo (PID).

3.4.1 Proporcional (P)

Considera-se que as constantes de integração e derivação são iguais a zero. O controle proporcional afeta apenas o ganho do processo, aumentando consequentemente o valor do erro de regime permanente, o que pode levar o sistema a instabilidade, entretanto, a análise e a implementação são simples.

3.4.2 Proporcional e Integral (PI)

Considera-se que as constantes de proporção e derivação são iguais a zero. O controle integral elimina por completo os erros de regime permanente em uma entrada do tipo rampa (Figura 9), pois inclui um zero na origem, ou seja, aumenta-se o tipo do sistema em um.

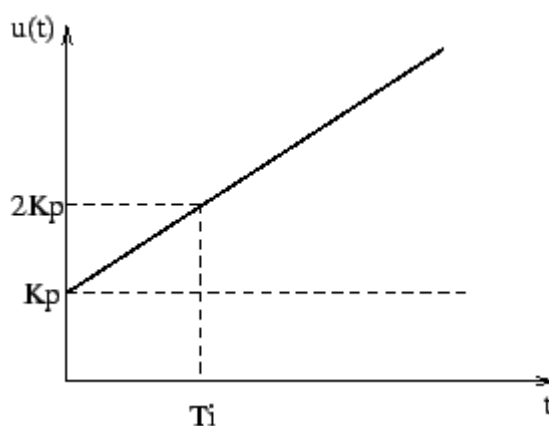


Figura 9 – Atuação do controlador PI em uma entrada do tipo rampa

Comumente é associado o controlador integral ao proporcional, obtendo assim, um controlador PI.

$$G_c(s) = \frac{K \left(s + \frac{1}{T_i} \right)}{s} \quad [3.11]$$

O gráfico da Figura 9 demonstra o efeito da ação integral com a ação proporcional. Neste caso T_i (tempo integral ou reset-time), corresponde ao tempo (especificado em minutos) em que a parcela relativa a parte proporcional da ação de controle é duplicada.

3.4.3 Proporcional e derivativo (PD)

Considera-se que as constantes de proporção e integração são iguais a zero. A parte derivativa age primordialmente sobre o regime transitório do sistema, tornando-o mais estável e acomodando a resposta em um tempo menor.

Comumente é associado o controlador derivativo ao controlador proporcional, formando assim o controlador PD que pode ser representado pela F.T. abaixo.

$$G_c(s) = K_p + K_D s \quad [3.12]$$

O termo derivativo é implementado na forma $K_D s / (\tau_d s + 1)$, com $\tau_d \ll \tau$ processo, gerando um pólo que possa ser desprezado.

3.4.4 Proporcional Integral e Derivativo (PID)

Este controle envolve um compromisso entre os três parâmetros a serem sintonizados. O PID pode apresentar a seguinte forma:

$$\begin{aligned} G_c(s) &= K_p + K_D s + \frac{K_I}{s} \\ &= \frac{K_D s^2 + K_p s + K_I}{s} \\ &= K_D \frac{s^2 + \frac{K_p}{K_D} s + \frac{K_I}{K_D}}{s} \\ &= K \frac{(s + z_1)(s + z_2)}{s} \end{aligned} \quad [3.13]$$

Assim, tem-se que:

$$K = K_D \quad [3.14]$$

$$z_1 + z_2 = \frac{K_P}{K_D} \quad [3.15]$$

$$z_1 z_2 = \frac{K_I}{K_D} \quad [3.16]$$

A Figura 10 apresenta o efeito da ação derivativa considerando K_P e K_I constantes.

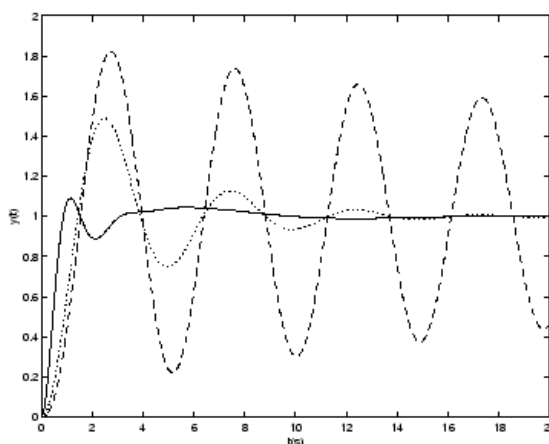


Figura 10 – PID: $T_d=0,1$ (tracejado); $0,4$ (pontilhado), 2 (contínuo)

4 CONTROLADORES DIGITAIS

A complexidade dos sistemas começou a crescer na década de 50, onde até então, os sistemas eram de apenas uma entrada e uma saída. Com o aparecimento de sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas e o advento da informática, surgiram os primeiros estudos referentes à aplicação de computadores para controladores, entretanto, nessa época, não era conveniente o uso de um computador pela dimensão física, consumo e não ser tão confiável.

A área de controle digital começou o seu desenvolvimento em meados do século passado, desempenhando papel considerável a partir da década de 70, quando surgiram os circuitos integrados e os microcomputadores.

O estudo sobre a construção de controladores digitais é um tanto quanto complexo, entretanto, grande parte desses controladores, parte de um estudo inicialmente referente à análise no domínio analógico e posteriormente são discretizados através de métodos existentes, de tal forma, que o sistema digitalizado atenda o mesmo desempenho em relação ao tempo de estabilização e ao máximo valor de ultrapassagem, que esse atinge no domínio analógico.

A abrangência de recursos que os controladores digitais apresentam é sem dúvida um avanço muito grande referente aos controladores analógicos, como, por exemplo, pode-se listar como vantagens, o uso de transdutores para conversão de grandezas; equipamentos de baixo custo e baixo consumo; alteração em algoritmo de forma rápida; armazenamento de dados; interfaces de fácil acesso a usuários não especializados; baixa sensibilidade a variações térmicas e paramétricas dos componentes eletrônicos.

Por outro lado, o uso de controladores digitais também apresenta desvantagens, tais como, análises complexas do controlador e da implementação; sistemas analógicos estáveis podem perder a estabilidade ao serem discretizados; erros de software; sensível a sobre ou sub-tensão de entrada.

A figura 11 apresenta um controlador digital aplicado a uma planta.

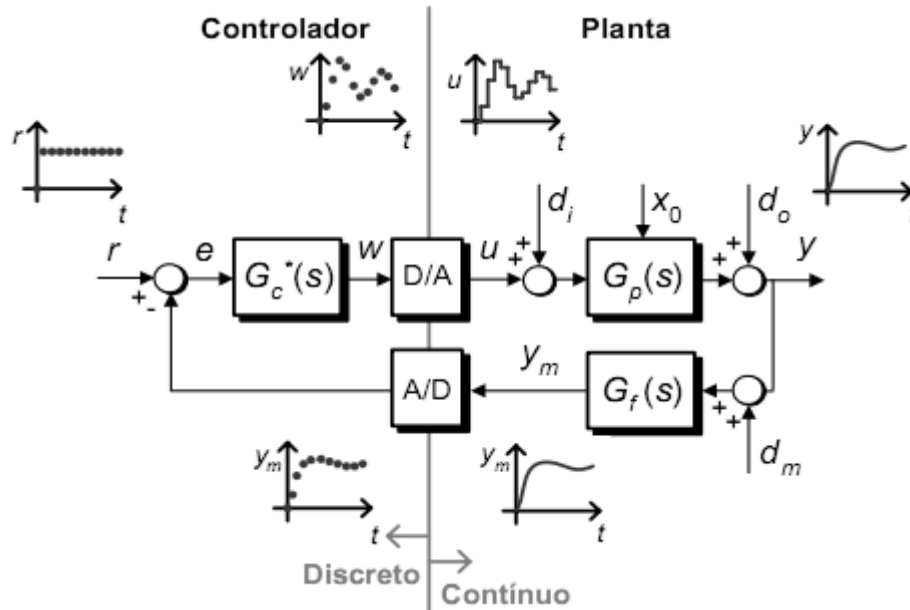


Figura 11 – Conversão entre domínio discreto e contínuo

4.1 DISCRETIZAÇÃO DIRETA

A discretização de um sistema analógico pode ser feita de forma direta. Tomando um sinal $e(t)$, onde a transformada de Laplace é definida por $E(s)$, ao usar um conversor A/D, a saída apresentará o sinal amostrado representado por $e^*(t)$, ou $E^*(s)$. A figura 12 apresenta essa relação.

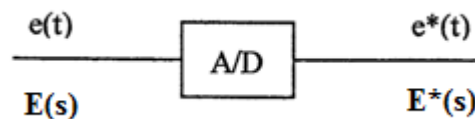


Figura 12 – Relação entre os sinais de entrada/saída de um A/D

Onde $E^*(s)$ pode ser representado da seguinte forma

$$E^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} e(kT)e^{-kTs} \quad [4.1]$$

Onde T é o período de amostragem. Considerando,

$$z = e^{Ts} \quad [4.2]$$

Tem-se que

$$E(z) = \sum_{k=0}^{\infty} e(kT)z^{-k} \quad [4.3]$$

O que corresponde à definição de Transformada Z. Consequentemente, infere-se que por intermédio da Transformada de Laplace se possa discretizar de forma direta uma função de transferência, evitando a complexidade exigida pelo uso da Transformada Z. Em seguida, serão apresentados alguns dos recursos disponíveis para realização de tal discretização.

4.2 MAPEAMENTO ENTRE O PLANO S E Z

O lugar das Raízes, como descrito no capítulo 2, é uma ferramenta muito utilizada para alocar os pólos e zeros e levar o sistema a estabilidade de acordo com as especificações de desempenho, tais como máximo valor de ultrapassagem e também o tempo de estabilização.

Este método apresenta uma característica bastante simples de ser analisada, sendo que no caso de sistemas analógicos, a estabilidade é tida com pólos negativos, ou seja, ocupando a região à esquerda do eixo imaginário.

Outro detalhe importante é levar em consideração que a igualdade $z = e^{Ts}$ expressa uma razão cíclica e, por conseguinte os pontos representados no plano s podem ser repassados ao plano z.

Portanto, existe um mapeamento ponto a ponto entre o plano s e o plano z. Esse mapeamento pode ser representado pela figura 13.

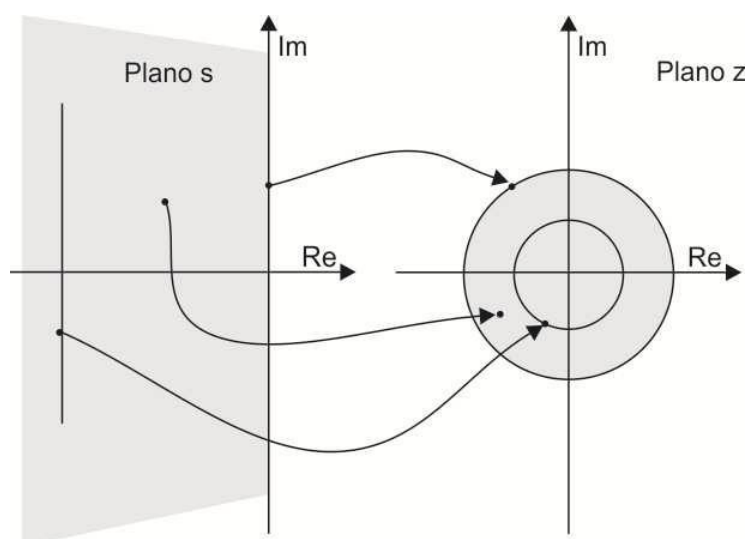


Figura 13 – Mapeamento entre os planos s e z

Sendo assim, o conjunto de regras do lugar das raízes também se aplica ao domínio discreto. Caso um ponto esteja fora da circunferência de raio unitário no plano z, pode-se inferir que o sistema será levado à instabilidade. A figura 14 apresenta a característica de um mesmo sistema representado pelo plano s e pelo plano z, onde é possível verificar a posição dos pólos e também o coeficiente de amortecimento (ξ).

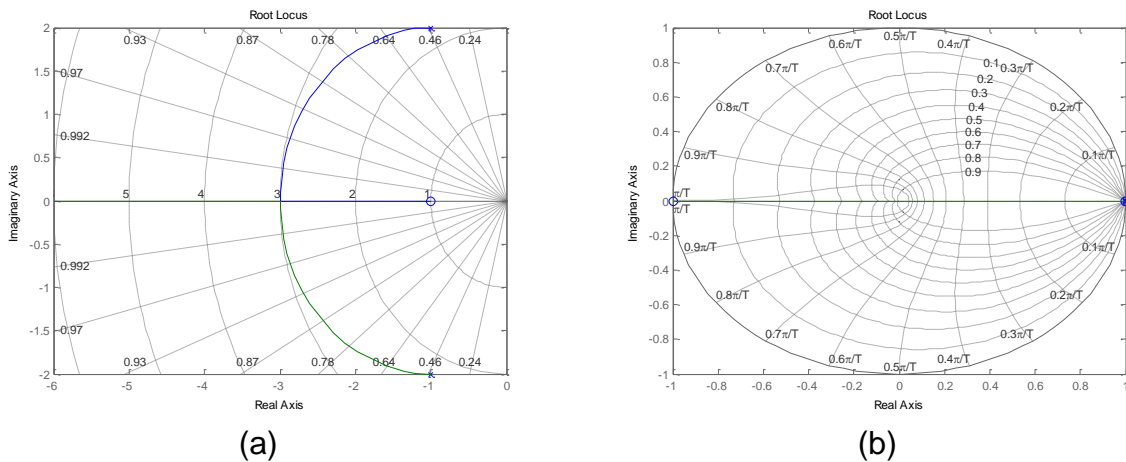


Figura 14 – Representação do L.R. (a) plano s; (b) plano z

4.3 RETENTOR DE ORDEM ZERO – ZOH

Em ambos os sistemas de controle, seja no analógico ou no discreto a representação da função de transferência, contínua ou discreta, é a relação entre o sinal de saída e o sinal de entrada. Entretanto, no caso do sistema de controle digital, deve-se levar em consideração que a transformação do sinal discreto é feita por intermédio de um conversor D/A o que introduz no sistema uma componente a mais, chamada de Retentor de Ordem Zero, comumente conhecida como ZOH (Zero Order Holder) e representada pela função de transferência descrita abaixo:

$$\frac{1 - e^{-Ts}}{s} \quad [4.4]$$

A figura 15 apresenta o diagrama de blocos com a introdução do ZOH.

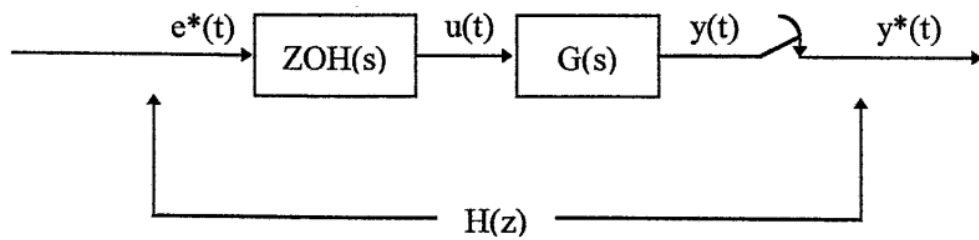


Figura 15 – Representação genérica de sistema discretizado

O efeito que a introdução de um conversor D/A causa no sistema pode ser representado pela Figura 16. O ZOH transforma os impulsos discretos existentes num sinal contínuo que será usado efetivamente pela planta.

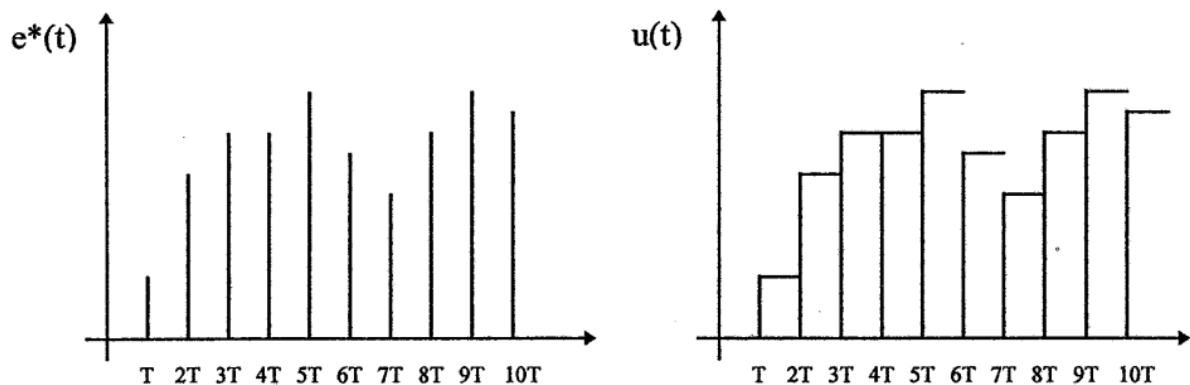


Figura 16 – Efeito da introdução de um ZOH

4.4 DISCRETIZAÇÃO DE CONTROLADORES

Existem diversos métodos de discretização de controladores, o método apresentado acima, ZOH, é um método de discretização direta, quando a entrada é um degrau unitário. Basicamente, tais métodos apresentam formas de substituição de s por um z equivalente. De onde resulta a equivalência $G(z)$ no domínio digital para um $G(s)$ no domínio analógico.

A aplicação de tais métodos é de forma relativamente simples, entretanto exige uma abrangência maior, uma vez que, tais métodos podem levar o sistema que é estável no domínio analógico à instabilidade no domínio digital.

Um parâmetro importante a ser listado quando se trata de discretização de controladores, é o período de amostragem (T), que, segundo Nyquist, a frequência

de amostragem deve ser no mínimo duas vezes a frequência do sistema, por outro lado, para se garantir a estabilidade, em termos de análise de controle, leva-se em consideração, quando possível, dentro das limitações físicas, um valor de dez vezes o valor da frequência do sistema.

A seguir serão listados alguns métodos de discretização de controladores.

4.4.1 Método de Euler

O método de Euler ou *forward difference* corresponde por aproximar o mapeamento entre os planos s e z por expansão de uma série truncada, ou seja:

$$z = e^{sT} \approx 1 + sT \quad [4.5]$$

Portanto, tem-se que:

$$s = \frac{z - 1}{T} \quad [4.6]$$

Logo, pode-se verificar que a transformação de um sistema analógico para um sistema digital a partir do método de Euler representa apenas o deslocamento do eixo imaginário, como pode ser visualizado a partir da figura 17.

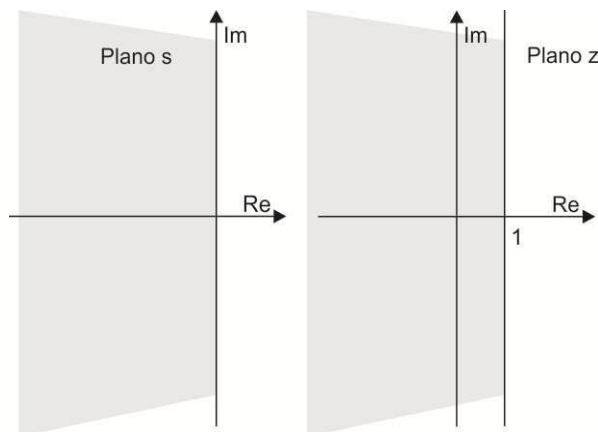


Figura 17 – Mapeamento do plano s e do plano z pelo método de Euler

Fazendo uma comparação com o método de discretização direta, verifica-se que o método de Euler é pouco preciso, o que apesar da simplicidade de transformação, faz com que o método seja pouco utilizado.

4.4.2 Método Diferencial

O método diferencial ou backward difference é muito similar ao método de Euler. Tal método é definido tomando como base a derivada da equação diferença, como representada abaixo:

$$\frac{dx(t)}{dx} \approx \frac{x(t) - x(t-h)}{T} = \frac{1 - z^{-1}}{T} x(t) = \frac{z-1}{zT} x(t) \quad [4.7]$$

Portanto, chega-se a:

$$s = \frac{z-1}{zT} \quad [4.8]$$

Analisando o mapeamento dos pontos no plano s com os do plano z, tem-se que é formado uma circunferência de raio 0,5, centrado no ponto [0 0,5] como demonstrado na figura 18 abaixo.

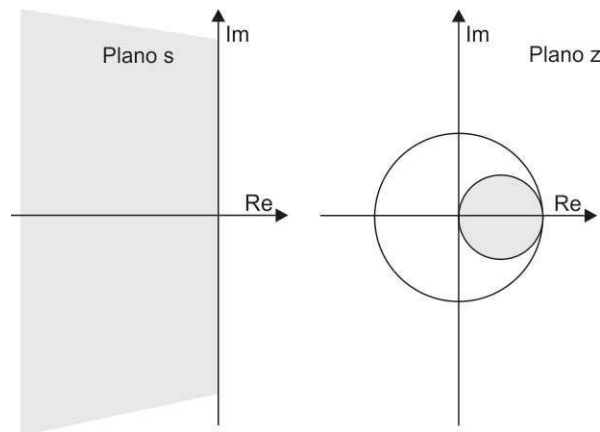


Figura 18 – Mapeamento do plano s e do plano z pelo método diferencial

Entretanto, ao se observar a representação, não se pode chegar à conclusão de que o sistema será estável. Outrora é evidente que esse método apresenta uma maior vantagem do que o método de Euler em relação à estabilidade, pois limita a região de dominância dos pólos, todavia não se pode inferir sobre a eficácia no desempenho de ambos, essa análise deve ser realizada de acordo com cada caso.

4.4.3 Método de Tustin

O método de Tustin é um dos métodos mais aplicados na área de controle digital, onde os resultados são amplamente satisfatórios. Este método baseia-se na

integral representada pelo fator $\frac{1}{s}$. A aplicação de tal método é eficiente, pois tem a propriedade de transformar uma função transferência contínua estável, numa função de transferência discreta estável. O que, por sua vez, torna esse método mais eficiente do que os demonstrados até o presente momento.

O método de Tustin enuncia que o plano z pode obter valores do plano s fazendo a seguinte permuta.

$$s = \frac{2z - 1}{Tz + 1} \quad [4.9]$$

A figura 19 permite evidenciar tal estabilidade, analisando o mapeamento entre o plano s e o plano z.

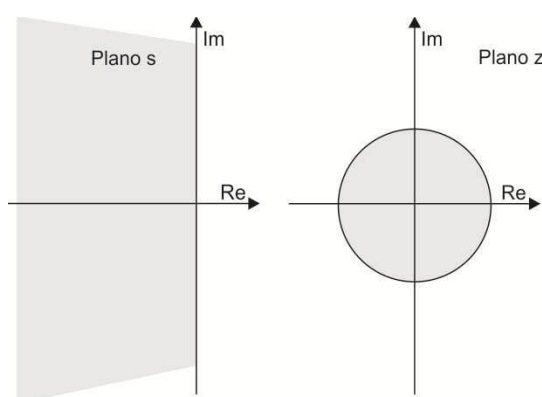


Figura 19 – Mapeamento entre o plano s e o plano z pelo método de Tustin

4.4.4 Método dos Elementos Retentores

O conceito apresentado na seção 4.4, onde foi referido o retentor de ordem zero (ZOH) também é um dos métodos de discretização de controladores. Nesse método um elemento $Q(s)$ é colocado em série com a planta que se pretende discretizar, tendo como objetivo, transformar os impulsos discretos à sua entrada em sinais contínuos à sua saída. A função de transferência discreta obtida a partir de tais sistemas pode ser demonstrada na equação [4.10].

$$H(z) = Z\{Q(s)H(s)\} \quad [4.10]$$

A característica do sistema ZOH é a de impor que, nos instantes de amostragem, o sinal $e(t)$, tenha o mesmo valor que $e^*(t)$.

O elemento retentor mais utilizado é, sem dúvida, o ZOH, representado por um interpolador retangular. Outros retentores diferentes podem ser utilizados, mas não de uma forma generalizada.

5. FERRAMENTAS PARA O CONTROLE DIGITAL

Existem algumas ferramentas que devem ser empregadas a fim de caracterizar o uso do controle digital; tais ferramentas serão apresentadas a seguir.

5.1 EQUAÇÃO ÀS DIFERENÇAS

Uma forma alternativa de representar sistemas lineares invariantes no tempo é através de um sistema de equações diferenciais de coeficientes constantes ligando a entrada e a saída do sistema em questão, tal como

$$\frac{d\sigma}{dt} = \sigma(t) \quad [5.1]$$

Esta representação só é válida para os sistemas inertes, ou seja, os sistemas que estão no seu estado de repouso quando a excitação é aplicada. De algum modo o sistema linear é caracterizado pelos coeficientes b'_i e $\frac{dy(t)}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{y(t+\Delta t) - y(t)}{\Delta t}$, e sobretudo pelas ordens e da equação diferencial. A discretização desta equação é feita sabendo que a derivada de ordem um é dada por

$$\frac{dy(t)}{dt} = \frac{y[nT + T] - y[nT]}{T} \quad [5.2]$$

que pode ser aproximada por

$$T = 1$$

para T suficientemente pequeno (condição de amostragem ideal). Sem prejuízo do resultado podemos considerar

$$\sum_{i=0}^N a_i y[n-i] = \sum_{j=0}^M b_j x[n-j] \quad [5.3]$$

o que simplifica a demonstração para derivadas de ordem superior.

onde os b_j e b'_j são calculados a partir dos b'_i e $a_N \neq 0$ e com $y[n]$. Esta é chamada a equação de diferenças com coeficientes constantes e permite determinar o sinal de saída do sistema

$$y[n] = - \sum_{i=1}^N \frac{a_i}{a_0} y[n-i] + \sum_{j=0}^M \frac{b_j}{a_0} x[n-j] \quad [5.4]$$

a partir das amostras do sinal de entrada e dos seus valores a instantes anteriores, o que torna esta equação de tipo recursivo.

Podemos então notar que a saída a um dado instante é a soma de dois termos: um que é obtido quando $x[n] = 0$, i.e., quando não é aplicado nenhum sinal à entrada e só depende do próprio sinal de saída e do estado inicial do sistema (solução homogênea) e outro que depende da entrada $h[n]$ e é normalmente chamada solução forçada.

5.2 IMPLEMENTAÇÃO DA EQUAÇÃO ÀS DIFERENÇAS NO PIC

O PIC é um microprocessador muito usado para criação de ferramentas, por apresentar características simples, como, linguagem de baixo nível para a criação e alteração de algoritmos, portas que podem atuar como conversores A/D e D/A, geração de PWM (*Pulse Width Modulation*), entre outros.

Ao discretizar o controlador analógico, obtendo assim a função de transferência discreta do controlador digital, deve-se realizar os cálculos necessários para transformar tal função apresentada no domínio z em uma função que possa ser amostrada pelo PIC por intermédio das equações à diferença.

A correta configuração interna do PIC é muito importante para o funcionamento do controlador digital. É importante configurar as interrupções e o timer para determinar o período de amostragem. Configurar o conversor A/D e o D/A (ou PWM), entre outros.

A figura 20 apresenta a transformação do diagrama de blocos para estrutura de implementação.

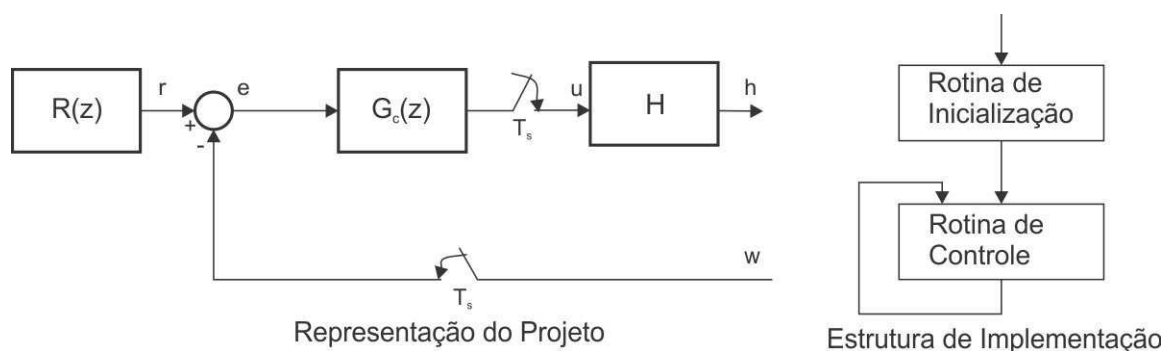


Figura 20 – Estruturas de algoritmo de controle

A rotina é formada da seguinte forma:

- Define-se as variáveis que serão usadas pelo algoritmo de controle e seus valores iniciais.
- Realiza-se a configuração de um contador (timer) para ajuste do intervalo entre as amostras.
- Configuração das interrupções.
- Configuração dos conversores A/D.
- Calibração dos conversores A/D.
- Configuração dos timers utilizados para geração do PWM.
- Realização de um laço infinito.

A rotina de interrupção consiste em:

- Inicialização da conversão A/D.
- Atualização das variáveis.
- Aguardar o tempo necessário para o fim da conversão do A/D (via contagem de tempo ou interrupção).
- Gerar o sinal de referência e calcular o erro.
- Calcular a equação de diferença que implementa a lei de controle
- Atualizar os timers do PWM.
- Retornar ao programa principal.

A figura 21 apresenta a configuração necessária do microprocessador para receber os dados da equação à diferença e ser anexado juntamente ao circuito.

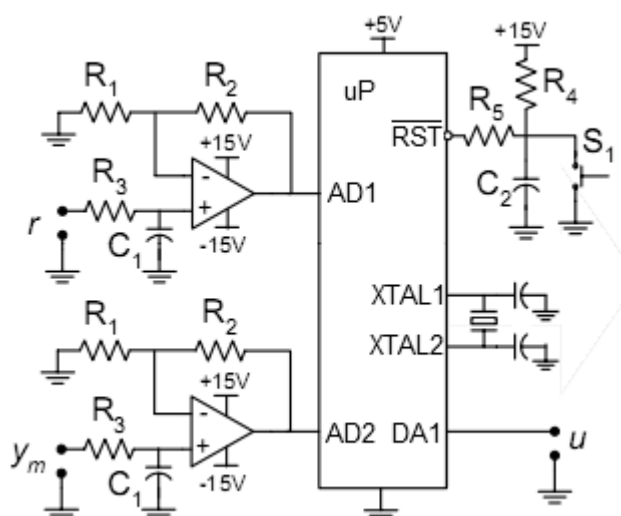


Figura 21 – Configuração do circuito do microprocessador PIC

O exemplo a seguir demonstra os passos necessários para que se possa realizar essa implementação. Considerar a referência constante e igual a 10, com início em rampa de 10 amostras. Considerar ainda o tempo de amostragem como sendo igual a 0,01s.

Dada a função de transferência discreta abaixo:

$$G_c(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{0,4z^2 + 3z + 1}{2z^2 - 2z} \quad [5.5]$$

Inicialmente, deve-se passar a função de transferência discreta para equação à diferença, dividindo o numerador e o denominador pelo termo $2z^2$, tem-se a equação como apresentado abaixo:

$$G_c(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{0,2 + 1,5z^{-1} + 0,5z^{-2}}{1 - z^{-1}} \quad [5.6]$$

Resultando em:

$$u[k] = u[k - 1] + 0,2e[k] + 1,5e[k - 1] + 0,5e[k - 2] \quad [5.7]$$

A equação à diferença pode ser implementada no PIC através do seguinte algoritmo:

Rotina de Interrupção:

```

k = k + 1;
adquire(y[k]);
r[k] = r[k-1] + 1;
if (r[k] > 10)
    r[k] = 10;
end
e[k] = r[k] - y[k];
u[k] = u[k-1] + 0.2*e[k] + 1.5*e[k-1] + 0.5*e[k-2];
calcula(w,u)
atualiza(w)
wait(Ts)

```

Entretanto essa arquitetura necessita de um uso muito grande do microprocessador, não sendo conveniente, pode-se, portanto, usar uma estrutura recursiva para melhorar o desempenho e diminuir o uso de memória, como a apresentada abaixo:

```

adquire(y);
u_lst1 = u; e_lst2 = e_lst1; e_lst1 = e;
r = r + 1;

```

```
if (r > 10)
    r = 10;
end
e = r - y;
u = u_lst1 + 0.2*e + 1.5*e_lst1 + 0.5*e_lst2;
calcula(w,u)
atualiza(w)
return
```

A estrutura do programa principal está disposta abaixo:

```
%Inicializar variáveis para simulação da planta
%Inicializar variáveis para simulação da lei de controle
for ii = 1 : #amostras
    % Equações da lei_de_controle
    for jj = 1 : #pontos_por_amostra
        % Equações da planta
    end
end
% Plotagem e manipulação dos resultados finais
```

6. SISTEMA DE UMA CADEIRA DE RODAS AUTOMATIZADA

Este trabalho tem por objetivo apresentar a análise de desempenho dos controladores baseado em um modelo real pré-definido. O modelo adotado para este trabalho será explicitado nessa seção.

Na sociedade contemporânea, o crescimento populacional teve uma expansão geograficamente considerável, dentro dessa classe o número de indivíduos portadores de deficiência física de algum tipo é notório. Considerando os indivíduos que apresentam algum tipo de deficiência física, apenas no Brasil, esse número é superior a 24 milhões, os que necessitam de uso de aparelho para locomoção (cadeira de rodas) ultrapassam os 6 (seis) milhões (HECK, 2000).

Muitos dos indivíduos que fazem uso da cadeira de rodas, por vezes, tem paralisia dos membros superiores também; pensando nesse caso, foi desenvolvido um modelo de cadeira de rodas baseado por sopro e sucção [2], que será apresentado a seguir.

A cadeira de rodas é controlada por duas variáveis de entrada e duas variáveis de saída, as variáveis de entrada são a velocidade linear (V) e a velocidade angular (Ω), as variáveis de saída correspondem ao movimento da cadeira de rodas, em todos os sentidos de direção e rotação, que é controlado pelas rodas traseiras, onde cada uma das duas rodas usa um motor DC, as dianteiras são de livre movimento.

A função transferência simplificada para o motor DC é apresentada abaixo:

$$H(s) = \frac{\omega(s)}{E(s)} = \frac{K \cdot m}{T \cdot s + 1} \quad [6.1]$$

Onde ω é a velocidade angular, E é a tensão de armadura, K é o ganho, T é a constante de tempo do motor e m a relação entre o eixo do motor e da roda.

A Tabela 1 apresenta os valores para as constantes da função transferência do motor DC.

Tabela 1 – Constantes da F.T. simplificada para um motor DC

Constante	Valor
K	$\frac{24}{\pi}$
M	0,1
T	0,13

Um integrador foi inserido juntamente à função transferência, de modo a eliminar a constante de erro estática, apresentando a seguinte forma:

$$G(s) = \frac{\frac{24}{\pi} \cdot 0,1}{s(0,13 \cdot s + 1)} = \frac{0,7639}{s(0,13 \cdot s + 1)} \quad [6.2]$$

A F.T. será usada como modelo padrão na análise dos controladores da seção 4.

A Figura 22 mostra a resposta da F.T. em malha aberta fechada ao aplicar um degrau com e sem a presença do integrador, possibilitando assim a visualização da correção da constante de erro estático.

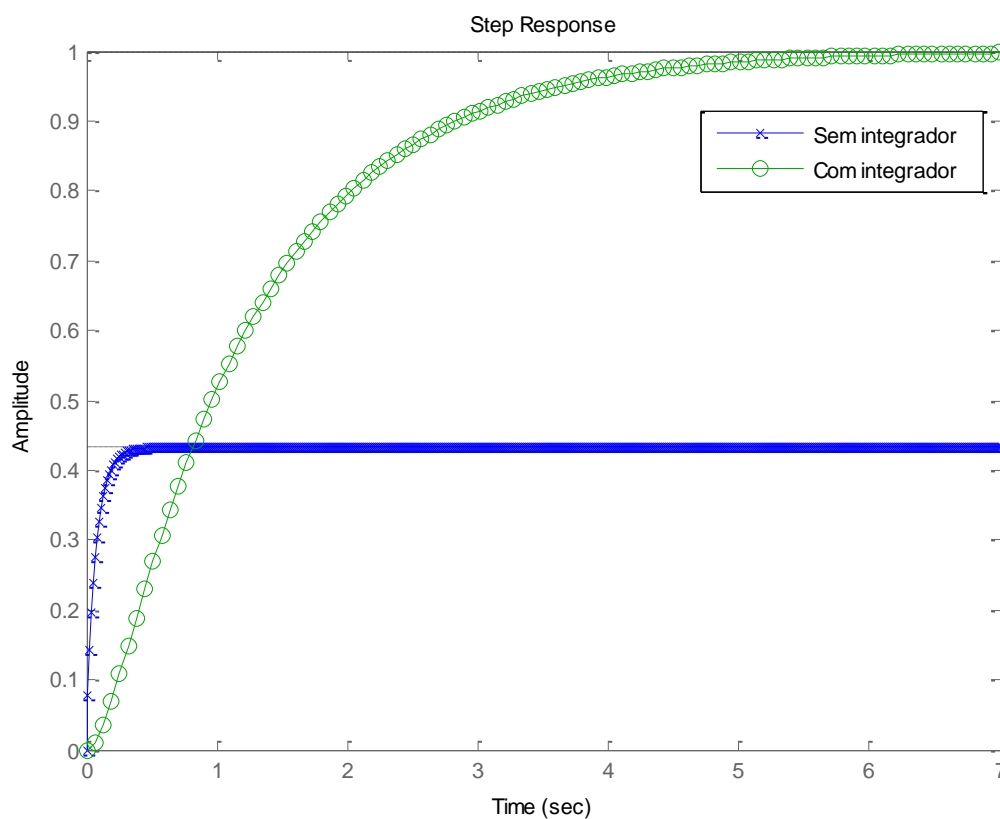


Figura 22 – Gráfico da F.T. em malha fechada do motor DC com e sem a presença de um integrador.

7. ANÁLISE DOS SISTEMAS DE CONTROLE ANALÓGICO PELO MÉTODO DO LUGAR DAS RAÍZES

Diferentes sistemas de compensação podem ser empregados: compensação em série, em paralelo e até mesmo por realimentação. Adotar-se-á a compensação em série para a análise subsequente dos controladores.

7.1 ESPECIFICAÇÃO DE DESEMPENHO

Levando em consideração a planta obtida no capítulo 6, para projetar o controlador, a Tabela 2 apresenta as especificações de desempenho que serão adotadas.

Tabela 2 – Especificações de desempenho para a planta apresentada

Tempo de Amortecimento [s]	0,2
Máximo Valor de Ultrapassagem [%]	5

Dada as especificações de desempenho do projeto pela equação 7.1 é possível determinar o valor do coeficiente de amortecimento:

$$M_{p\%} = e^{-\left(\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)\pi} \quad [7.1]$$

Tirando o logaritmo natural de ambos os lados, ficamos com o seguinte resultado:

$$-2,3026 = -\left(\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)\pi \quad [7.2]$$

Dividindo ambos os lados por π e elevando-os ao quadrado, tem-se:

$$0,5372(1 - \xi^2) = \xi^2 \quad [7.3]$$

Fazendo os ajustes a função e isolando o coeficiente de amortecimento obtemos o valor associado a este sendo igual a 0,9282.

Definido o valor do coeficiente de amortecimento é possível chegar a frequência natural não amortecida por meio da equação do tempo de acomodação [7.1] levando em consideração o critério de 2%.

$$t_s \leq \frac{4}{\omega_n \xi} \quad [7.4]$$

Substituindo os valores de acordo com o desejado para o tempo de acomodação e o valor obtido para o coeficiente de amortecimento, obtém-se o seguinte valor para a frequência natural não amortecida 21,5475.

Por fim, chega-se aos pólos dominantes em malha fechada que atenderão as necessidades do projeto, e podem ser expressos por meio da equação abaixo:

$$s_{1,2} = \sigma \pm j\omega_d \quad [7.5]$$

onde $\sigma = -\xi\omega_n$; e $\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\xi^2}$.

Chegando, portanto, aos seguintes valores:

$$s_{1,2} = -20 \pm j8,0184 \quad [7.6]$$

7.2 AVANÇO DE FASE (PHASE LEAD)

Definidas as especificações de desempenho do projeto, considere a função de transferência do motor da cadeira de rodas:

$$G(s) = \frac{0,7639}{s(0,13s + 1)} \quad [7.7]$$

A função transferência em malha fechada é dada por:

$$G(s) = \frac{0,7639}{0,13s^2 + s + 0,7639} \quad [7.8]$$

Os pólos em malha fechada estão localizados em:

$$\begin{aligned} s_1 &= -0.8601 \\ s_2 &= -6.8322 \end{aligned} \quad [7.9]$$

O próximo passo é desenhar o lugar das raízes e traçado a partir do sistema de malha aberta e verificar se apenas com a alteração do ganho é possível encontrar os pólos de malha fechada, caso não seja possível dever-se-á calcular o valor do desvio angular ϕ , tal ângulo será completado pelo compensador avanço de fase afim de que o novo lugar das raízes passe pela localização dos pólos dominantes de malha fechada.

A Figura 23 apresenta o gráfico do lugar das raízes do sistema não compensado em malha aberta e usando a ferramenta *rtool* do software MatLab™ foi possível variar o ganho e assim pode-se perceber que apenas com essa alteração não é possível atingir os pólos dominantes em malha fechada, visto que o ganho desloca-se apenas no eixo real.

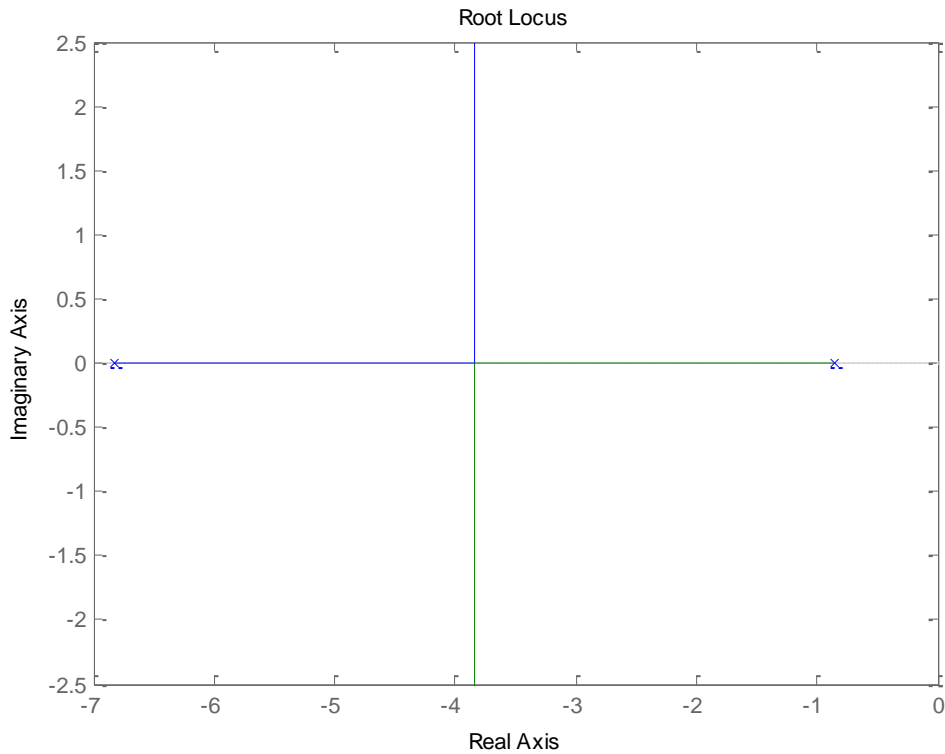


Figura 23 – Gráfico do Lugar das Raízes

Um compensador de avanço de fase pode ser modelado de acordo com a equação abaixo:

$$G_c(s) = K_c \alpha \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} \quad (0 < \alpha < 1) \quad [7.10]$$

onde α e T são determinados com base na deficiência angular, K_c é determinado a partir do ganho de malha aberta.

Lembrando que o coeficiente angular deve suprir a necessidade para completar o ângulo em 180° . A fase da F.T. em malha aberta pode ser calculada a partir da seguinte equação:

$$\left| \frac{0,7639}{s(0,13s + 1)} \right|_{s=-20+j8,0184} = -305,07^\circ \quad [7.11]$$

Portanto, verifica-se que para forçar o compensador de fase a passar pelos pólos dominantes em malha fechada é necessário que o mesmo realize uma contribuição angular de $\phi = 125,07^\circ$. O procedimento para determinar o pólo e o zero para esse compensador consiste em uma gama de possibilidades de escolha, entretanto, o valor procurado aqui será o que apresente maior valor no coeficiente angular, para isso deve-se basear no seguinte: traçar uma reta horizontal a partir do

ponto P, localizado em um dos pólos dominantes em malha fechada, apresentado na Figura 24 pelo segmento PA, após esse procedimento traçar uma reta conectando o ponto P a origem, demonstrado pelo segmento PO, o ângulo formado entre o segmento de reta PO e o eixo real é dado pelo arco cosseno do coeficiente de amortecimento ξ . Traçando a bissetriz do ângulo formado pelos segmentos de retas PA e PO, serão traçados dois novos segmentos PC e PD baseados na metade da contribuição angular, ou seja, $\frac{\phi}{2} = 62,53^\circ$, as intersecções com o eixo real fornecem a localização do pólo e zero do compensador avanço de fase.

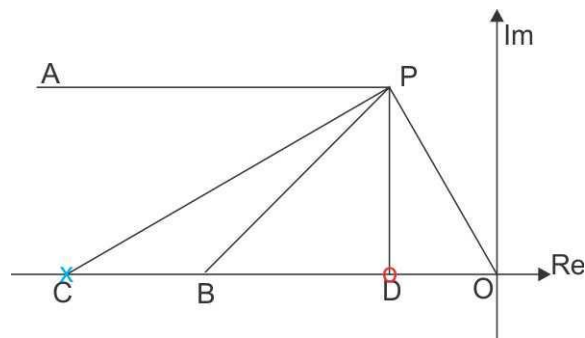


Figura 24 – Determinação do pólo e do zero da rede de avanço de fase

Verifica-se, portanto, usando a regra dos senos que o valor obtido para o pólo C e o zero D são, respectivamente:

Pólo em $s = -47,01$, Zero em $s = -9,88$, ou também em termo dos coeficientes:

$$T = \frac{1}{9,88} = 0,101 \quad , \quad \alpha T = \frac{1}{47,01} = 0,021 \quad [7.12]$$

Obtendo assim a função de transferência de malha aberta do sistema compensado:

$$G_c(s)G(s) = K_c \frac{s + 9,88}{s + 47,01} \frac{0,7639}{s(0,13s + 1)} = \frac{K(s + 9,88)}{s(s + 47,01)(0,13s + 1)} \quad [7.13]$$

onde $K = 0,7639K_c$. O ganho K é determinado a partir do módulo da função de transferência do sistema em malha aberta fazendo s ao valor do pólo dominante em malha fechada e igualando a função a 1, como segue na equação abaixo:

$$\left| \frac{K(s + 9,88)}{s(s + 47,01)(0,13s + 1)} \right|_{s=-20+j8,0184} = 1 \quad [7.14]$$

Tem-se que:

$$K = 89,8 \quad [7.15]$$

Obtendo o valor de K_c igual a:

$$K_c = \frac{K}{0,7639} = 117,54 \quad [7.16]$$

O que resulta na seguinte função de transferência em malha aberta do sistema:

$$G(s) = \frac{89,8(s + 9,88)}{s(s + 47,01)(0,13s + 1)} \quad [7.17]$$

Assim, tem-se o diagrama de blocos apresentado na Figura 25.

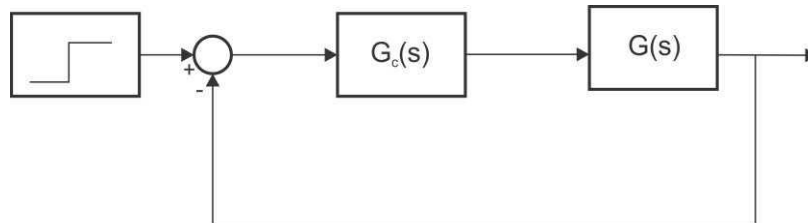


Figura 25 – Diagrama de blocos de um sistema compensado em avanço de fase

Assim tem-se como resultado o deslocamento do lugar das raízes, fazendo com que o sistema atinja as especificações de desempenho. A Figura 26 apresenta o gráfico do lugar das raízes do sistema compensado.

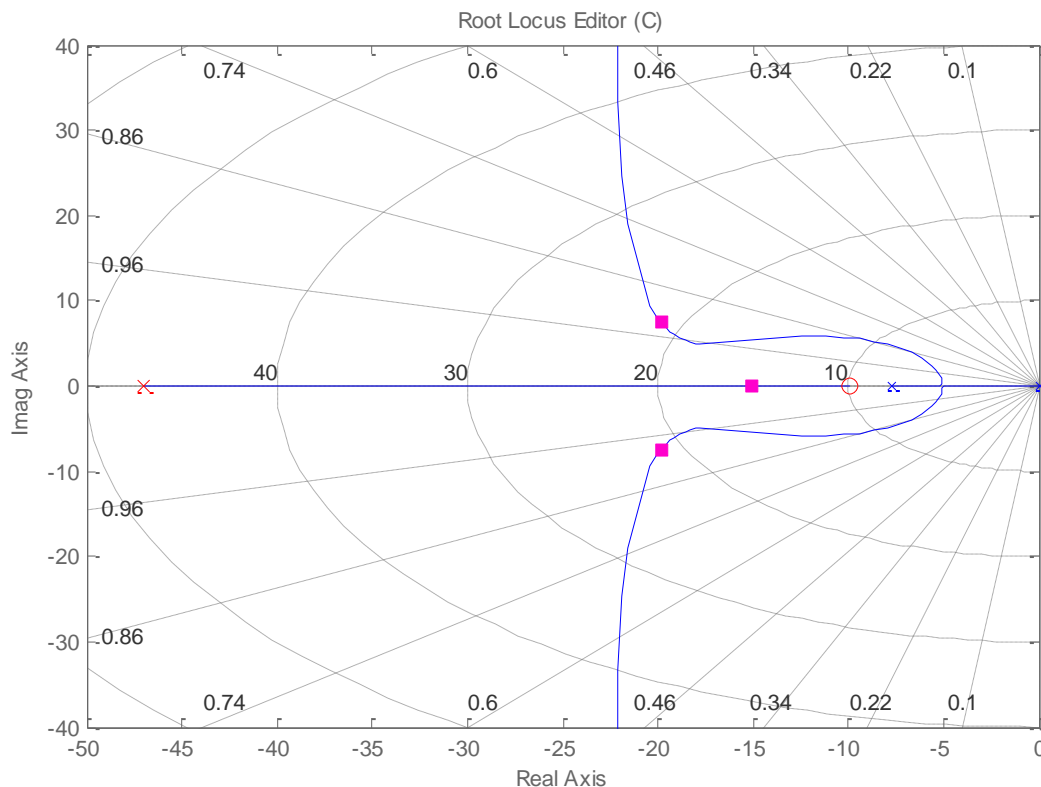


Figura 26 – Gráfico do lugar das raízes do sistema compensado em avanço de fase

A Figura 27 apresenta o gráfico da função de transferência em malha fechada aplicando um degrau a entrada, fazendo uma comparação entre o sistema compensado e o sistema não compensado.

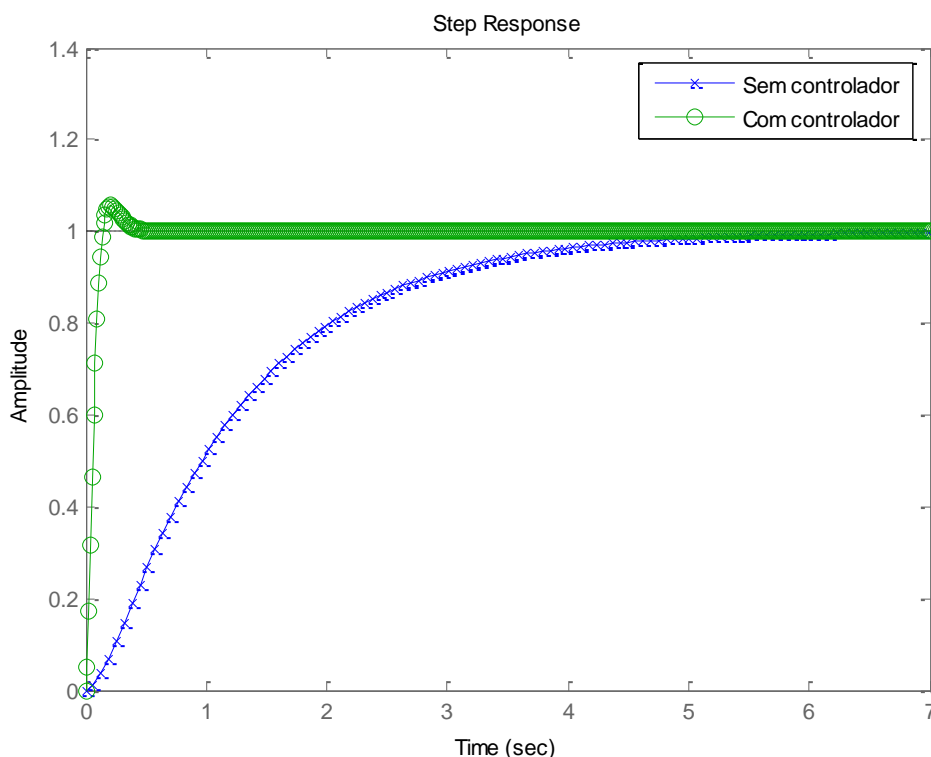


Figura 27 – Gráfico da F.T. em malha fechada do sistema sem compensação e com compensação em avanço de fase.

O sistema obtido a partir do referencial teórico [2] apresenta o seguinte esquema:

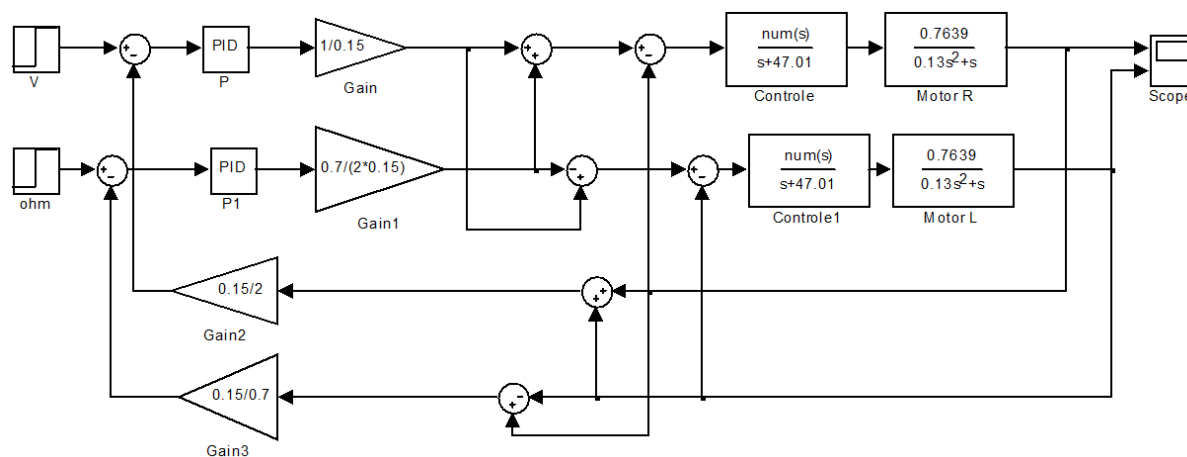


Figura 28 – Sistema do controle da cadeira de rodas

onde V é a velocidade linear e Ω é a velocidade angular.

Portanto, tem-se que ao realizar a análise pelo Simulink, impondo um degrau nas entradas, uma por vez, obtém-se os gráficos a seguir.

Considerando $V = 1$ e $\Omega = 0$, os motores da direita e da esquerda andam em linha reta.

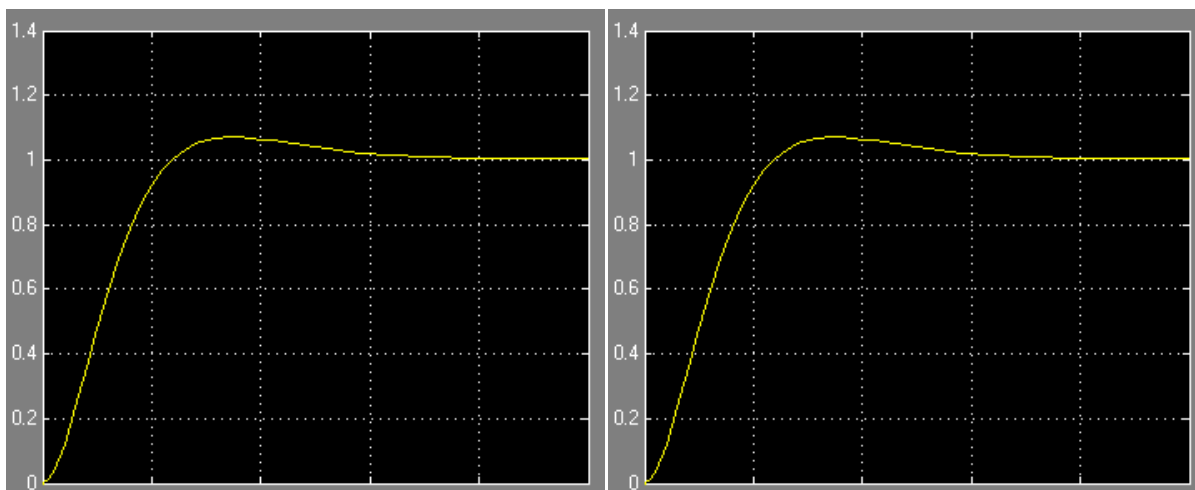


Figura 29 – Curva dos motores R e L considerando $V = 1$ e $\Omega = 0$

Para $V = 0$ e $\Omega = 1$, os motores apresentam curvas opostas fazendo a rotação da cadeira de rodas.

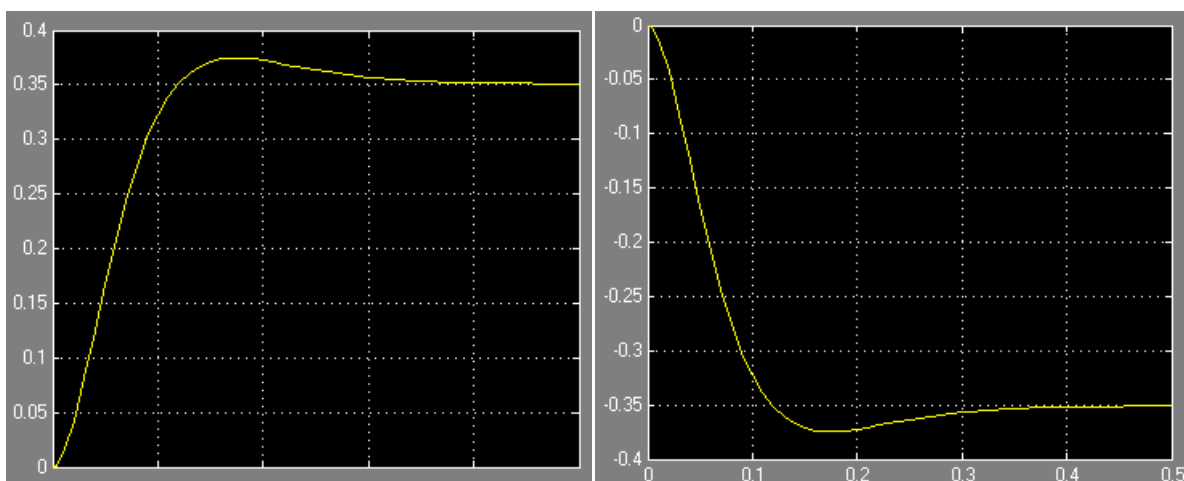


Figura 30 – Curva dos motores R e L considerando $V = 0$ e $\Omega = 1$

7.3 CONTROLADOR POR ATRASO DE FASE (PHASE LAG)

De acordo com a seção 3.3, tem-se que os procedimentos para o desenvolvimento do controlador são:

- Desenhar o gráfico do lugar das raízes. Como a planta estudada aqui será a mesma desenvolvida na seção anterior, o pólo dominante está localizado em:

$$s = -0,86$$

[7.18]

- b) A constante de erro estático de velocidade é $0,76s^{-1}$. Porém, o objetivo é aumentá-la para $76s^{-1}$ sem realizar um deslocamento significativo dos pólos dominantes em malha fechada. Para aumentar em torno de 80 vezes o valor dessa constante, escolhe-se o valor de $\beta = 80$ e posiciona-se o pólo e o zero respectivamente em: $s = -0,0005$ e $s = -0,005$. Portanto, a F.T. da rede de atraso de fase fica apresentada abaixo:

$$G_c(s) = \widehat{K}_c \frac{s + 0,005}{s + 0,0005} \quad [7.19]$$

A contribuição angular da rede de atraso de fase fica dentro da faixa permitida, alterando levemente a posição do pólo dominante em malha fechada. A função transferência em malha aberta do sistema fica:

$$G_c(s)G(s) = \widehat{K}_c \frac{s + 0,005}{s + 0,0005} \frac{0,7639}{(0,13s + 1)} \quad [7.20]$$

$$G_c(s)G(s) = \frac{K(s + 0,005)}{(s + 0,0005)(0,13s + 1)} \quad [7.21]$$

onde $K = 0,7639\widehat{K}_c$.

Tirando o módulo de $G_c(s)G(s)$ e igualando a 1, tem-se que o valor de K é igual a 1,91. Portanto $\widehat{K}_c = 2,5$.

A Figura 31 apresenta a resposta da função transferência ao aplicar uma entrada degrau fazendo uma comparação entre o sistema com e sem a influência do compensador por atraso de fase. Repare que no caso do compensador por atraso de fase, a resposta transitória fica sem tratamento, nesses casos, pode-se fazer uso do compensador por Atraso-avanço de fase, como será visto na próxima seção.

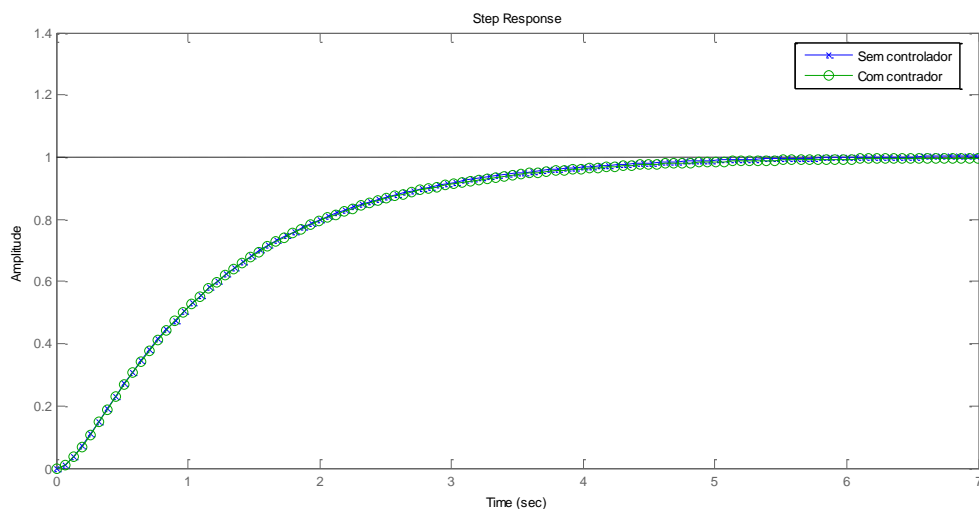


Figura 31 – Gráfico da F.T. em malha fechada com e sem a compensação da rede de atraso de fase

A Figura 32 apresenta o lugar das raízes do sistema compensado.

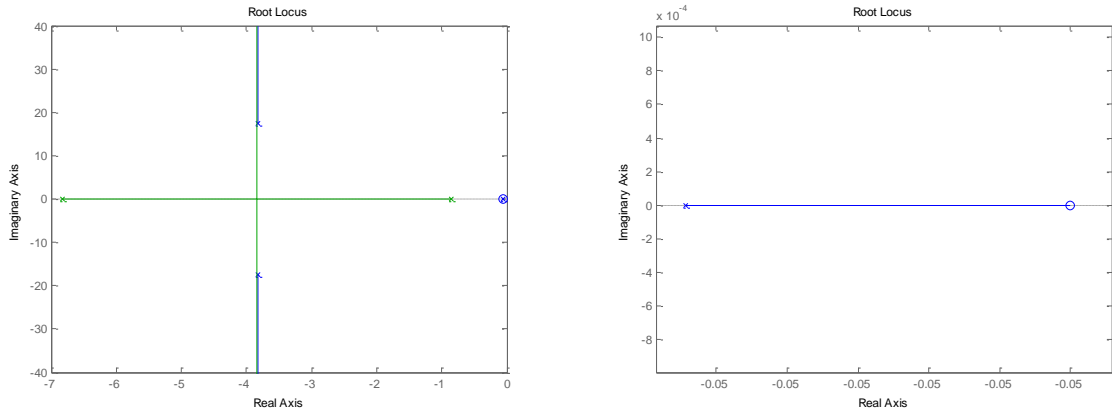


Figura 32 – (a) Gráfico do lugar das raízes com e sem compensação pela rede de atraso de fase; (b) próximo da origem

Pode-se perceber por intermédio da Figura 32 que o lugar das raízes do sistema compensado e sem compensação por atraso de fase fica relativamente próximos, o que demonstra o objetivo do controlador.

7.4 CONTROLADOR POR ATRASO-AVANÇO DE FASE (PHASE LEAD/LAG)

De acordo com a planta definida no capítulo 6, tem-se que os pólos de malha fechada estão localizados em:

$$\begin{aligned} s &= -0,86 \\ s &= -6,83 \end{aligned} \quad [7.22]$$

A constante de erro estático de velocidade é $0,76s^{-1}$. O coeficiente de amortecimento deverá ser igual a 0,92 e a frequência natural não amortecida será de 21,55, aumentando também a constante de erro estático de velocidade para $7s^{-1}$.

Da equação [7.27], considerando $\beta \neq \gamma$, tem-se:

$$G_c(s)G(s) = K_c \left(\frac{s + \frac{1}{T_1}}{s + \frac{\gamma}{T_1}} \right) \left(\frac{s + \frac{1}{T_2}}{s + \frac{1}{\beta T_2}} \right) G(s) \quad [7.23]$$

Das especificações de desempenho, tem-se que os pólos dominantes de malha fechada devem situar-se em:

$$s = -20 \pm j8,0184 \quad [7.24]$$

Como

$$\left| \frac{0,7639}{s(0,13s + 1)} \right|_{s=-20 \pm j8,0184} = -305,07^\circ \quad [7.25]$$

A parte relativa ao avanço de fase deve contribuir com $125,07^\circ$, de modo que o lugar das raízes passe pela localização desejada dos pólos dominantes de malha fechada. Existem várias formas de se definir o pólo e o zero do compensador de avanço de fase, entretanto, nesse caso, foi adotado o zero igual a $s = -7,69$, afim de cancelar o pólo existente. Assim o pólo do compensador deve ser localizado de forma a suprir os $125,07^\circ$. Por meio de cálculo complexo, verifica-se que o pólo deve situar-se em $s = -18,358$. Assim, a parte relativa ao avanço de fase do compensador será:

$$K_c \frac{s + 7,69}{s + 18,358} \quad [7.26]$$

Assim,

$$T_1 = 0,13, \quad \gamma = \frac{18,358}{7,69} = 2,387 \quad [7.27]$$

O valor de K_c é dado com base na condição de módulo:

$$K_c = \left| \frac{s(s + 18,358)}{0,7639} \right|_{s=-20 \pm j8,0184} = 230,87 \quad [7.28]$$

A parte do atraso de fase do compensador pode ser projetada como se segue: primeiramente, determina-se o valor de β para satisfazer o requisito da constante de erro estático de velocidade:

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G_c(s) G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s K_c \frac{\beta}{\gamma} G(s) \quad [7.29]$$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s (230,87) \frac{\beta}{2,378} \frac{0,7639}{s(0,13s + 1)} = 73,88\beta = 7 \quad [7.30]$$

Logo $\beta = 0,0947$

Para definir o valor de T_2 , basta que sejam atendidas as seguintes condições:

$$\left| \frac{s + \frac{1}{T_2}}{s + \frac{1}{0,0947T_2}} \right|_{s=-20 \pm j8,0184} = 1 \quad [7.31]$$

$$-5^\circ < \left| \frac{s + \frac{1}{T_2}}{s + \frac{1}{0,0947T_2}} \right|_{s=-20 \pm j8,0184} < 0^\circ \quad [7.32]$$

Portanto, $T_2 > 0,9037$, Logo $T_2=5$, atende as condições.

Assim, a função transferência do compensador por atraso e avanço de fase projetado é dada por:

$$G_c(s) = 230,87 \left(\frac{s + 7,69}{s + 18,358} \right) \left(\frac{s + 0,2}{s + 2,11} \right) \quad [7.33]$$

Então, tem-se que o sistema compensado em malha aberta apresenta a seguinte função transferência:

$$G_c(s)G(s) = \frac{176,36 (s + 0,2)}{s(s + 18,358)(s + 2,11)} \quad [7.34]$$

A Figura 33 apresenta o gráfico do lugar das raízes. Na Figura 34 pode-se verificar a resposta ao degrau do sistema com e sem a compensação.

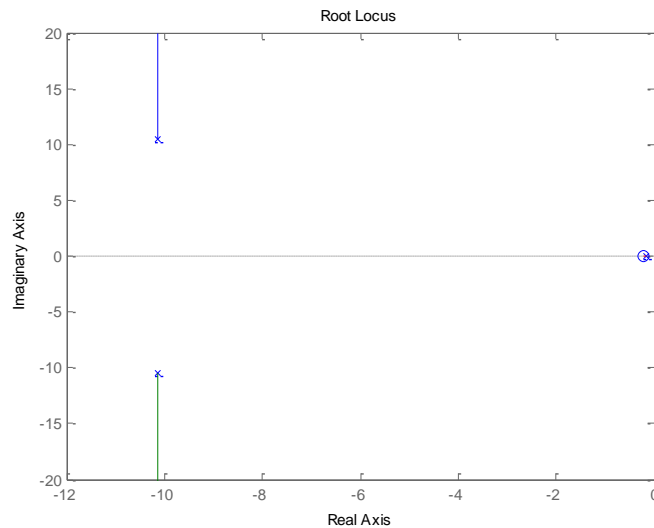


Figura 33 – Gráfico do Lugar das Raízes do sistema compensado por atraso e avanço de fase

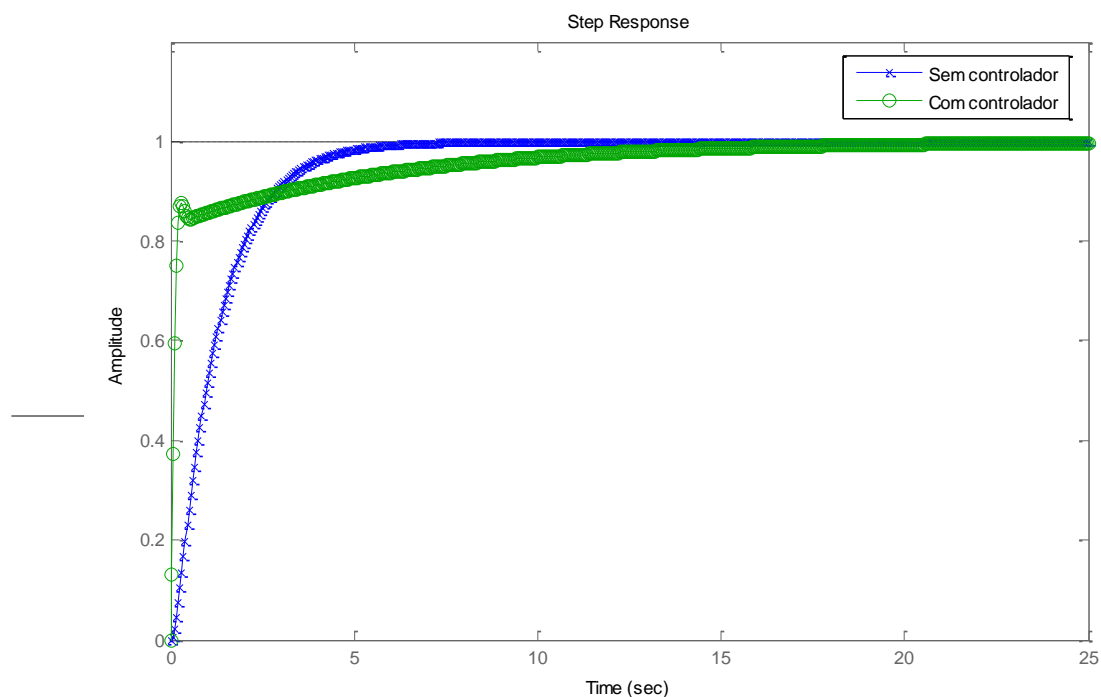


Figura 34 – Resposta ao degrau do sistema com e sem compensação por atraso e avanço de fase

7.5 CONTROLADOR PROPORCIONAL-INTEGRAL-DERIVATIVO (PID)

Será desconsiderado o efeito da ação integral incluído na planta apresentada na seção 6, pois o objetivo é fazer com que o controlador PID ajuste o sistema conforme as especificações apresentadas na Tabela 3.

Tabela 3: Especificações de projeto para controlador PID.

Condição	Especificação
1	Erro em regime nulo para uma entrada degrau
2	Erro em regime para uma entrada rampa < 25% da magnitude da entrada
3	$M_p < 5\%$ para uma entrada degrau
4	$t_a < 0,2s$ para uma entrada degrau (critério de 2%).

A análise será feita usando um controlador do tipo PI, esse critério já atende a especificação 1, pois a parte integral fará com que a resposta apresente erro de regime nulo para uma entrada do tipo degrau.

Para satisfazer a especificação 2, deve-se analisar a constante de velocidade, dada por:

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG_c(s)G(s) \geq \frac{1}{0,25} = 4 \quad [7.35]$$

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v} \rightarrow K_v = \frac{1}{0,25} \quad [7.36]$$

Da especificação 3 e 4, obtém-se os valores de $\xi = 0,9$ e $\omega_n = 17,03$, conforme apresentado os cálculos na seção 7.1.

Considerando o controlador PI, tem-se que:

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_I}{s} = \frac{K_p s + K_I}{s} = K_p \frac{s + \frac{K_I}{K_p}}{s} \quad [7.37]$$

E, portanto, ao tomar a função transferência do sistema em malha fechada, obtém-se o seguinte resultado:

$$T(s) = \frac{0,7639(K_p s + K_I)}{0,13s^2 + (1 + 0,7639K_p)s + 0,7639K_I} \quad [7.38]$$

Tomando que o lugar desejado dos pólos está em:

$$\begin{aligned} s_{1,2} &= \xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2} \\ s_{1,2} &= 0,9 \cdot 17,03 \pm j17,03 \cdot \sqrt{1-0,9^2} \\ s_{1,2} &= 15,327 \pm j7,459 \therefore s^2 + 30,65s + 290 \\ \frac{0,13s^2 + (0,76K_p + 1)s + 0,76K_I}{0,13} &= s^2 + 30,65s + 290 \end{aligned} \quad [7.39]$$

$$0,76K_p + 1 = 30,65 \cdot 0,13 \rightarrow K_p = 3,9$$

$$0,76K_I = 290 \cdot 0,13 \rightarrow K_I = 49,6$$

Logo o controlador é dado pelo sistema de controle abaixo:

$$\begin{aligned} G_c(s) &= 3,9 + \frac{49,6}{s} \\ G_c(s) &= 3,9 \frac{s + 12,71}{s} \end{aligned} \quad [7.40]$$

O que resulta na seguinte função de transferência em malha aberta do sistema:

$$G(s) = \frac{2,98(s + 12,71)}{s(0,13s + 1)} \quad [7.41]$$

Assim tem-se como resultado o deslocamento do lugar das raízes, fazendo com que o sistema atinja as especificações de desempenho. A Figura 35 apresenta o gráfico do lugar das raízes do sistema compensado.

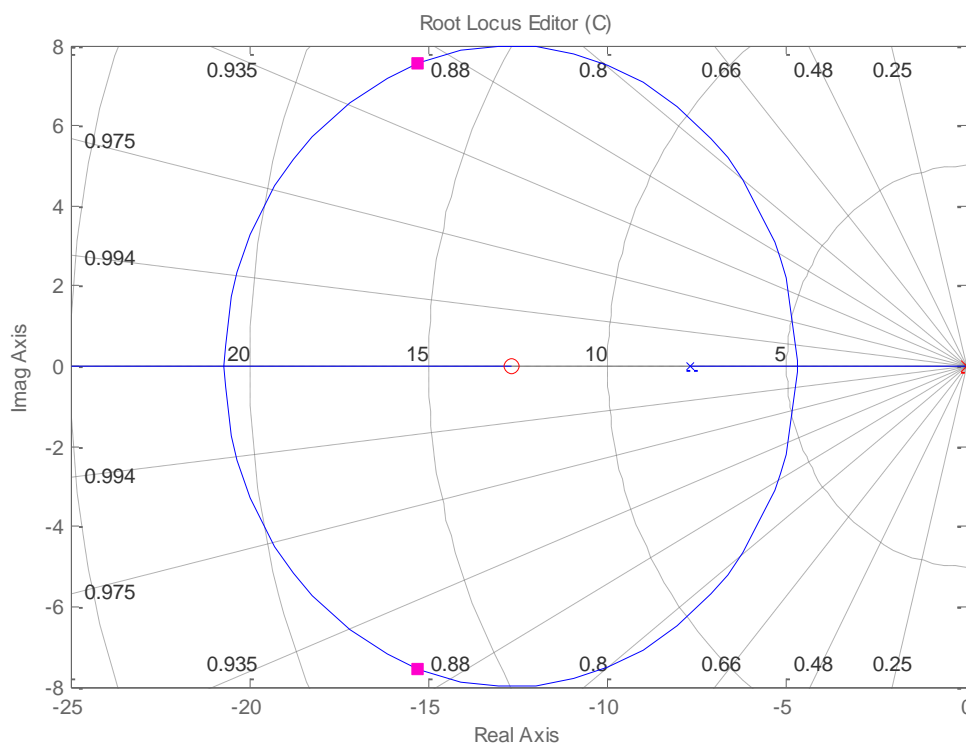


Figura 35 – Gráfico do lugar das raízes do sistema compensado

A Figura 36 apresenta o gráfico da função de transferência em malha fechada aplicando um degrau a entrada, fazendo uma comparação entre o sistema compensado e o sistema não compensado.

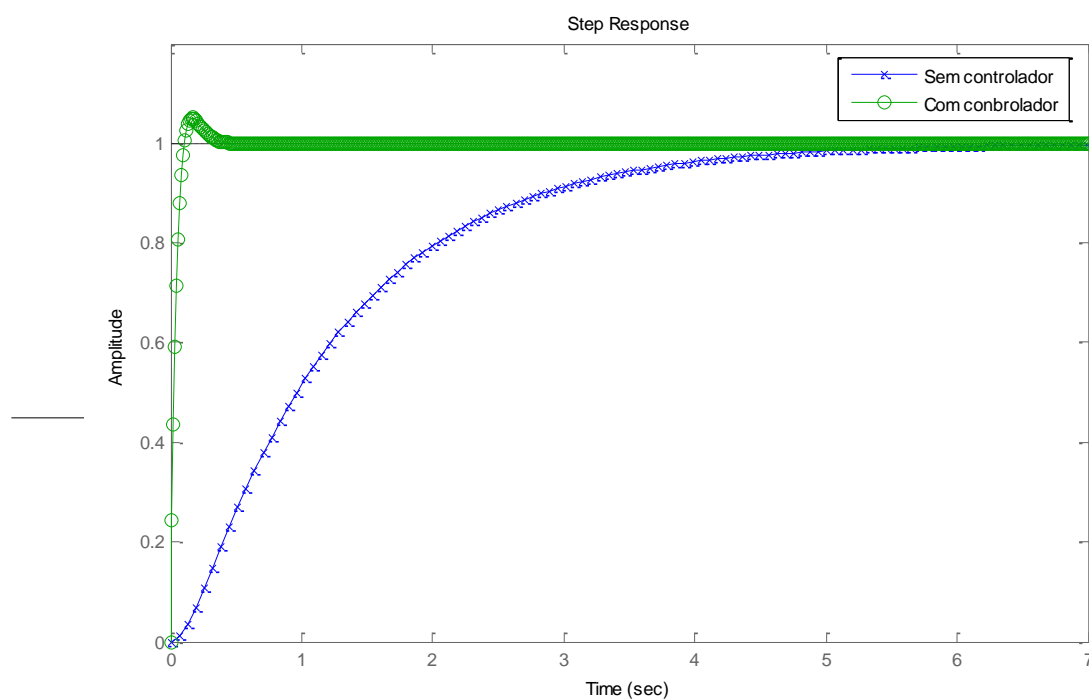


Figura 36 – Gráfico da F.T. em malha fechada do sistema sem compensação e com compensação em avanço de fase

A Figura 37 mostra com maior detalhe o sistema PI compensado.

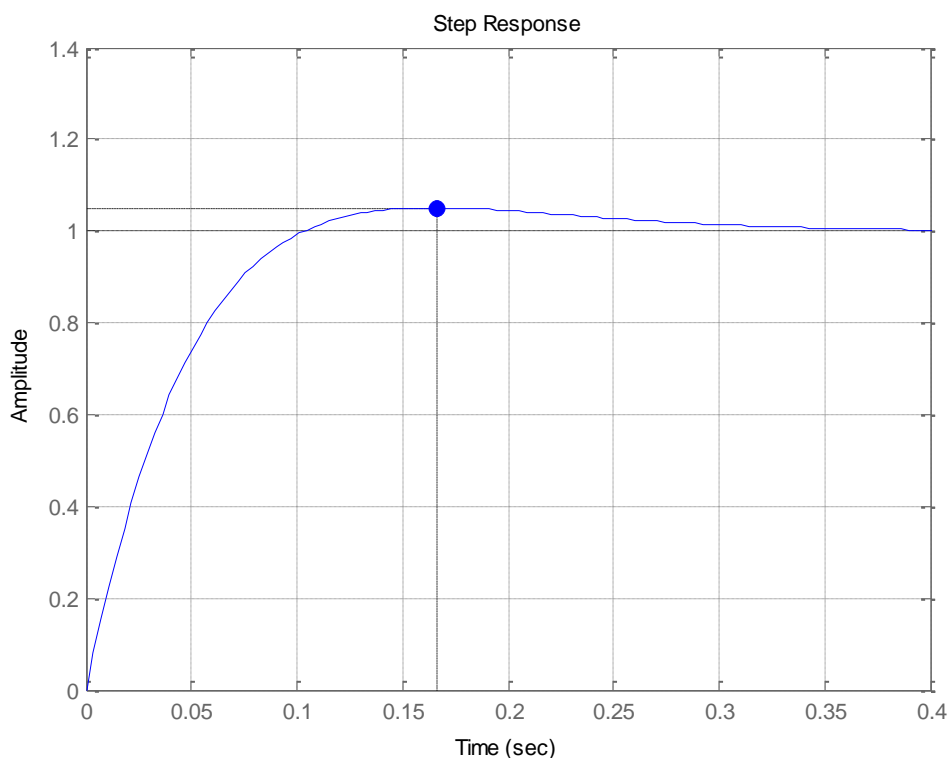


Figura 37 – Controlador PI detalhado

Os resultados também podem ser obtidos a partir do Simulink, figura 38.

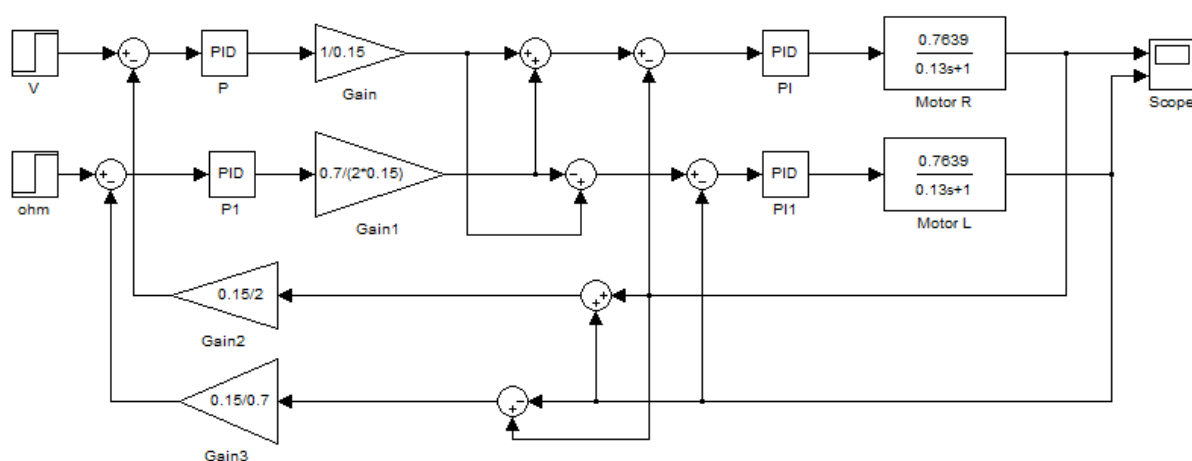


Figura 38 – Sistema completo do controle da cadeira de rodas

Onde V é a velocidade linear e Ω é a velocidade angular, tem-se:

Considerando $V = 1$ e $\Omega = 0$, os motores da direita e da esquerda andam em linha reta.

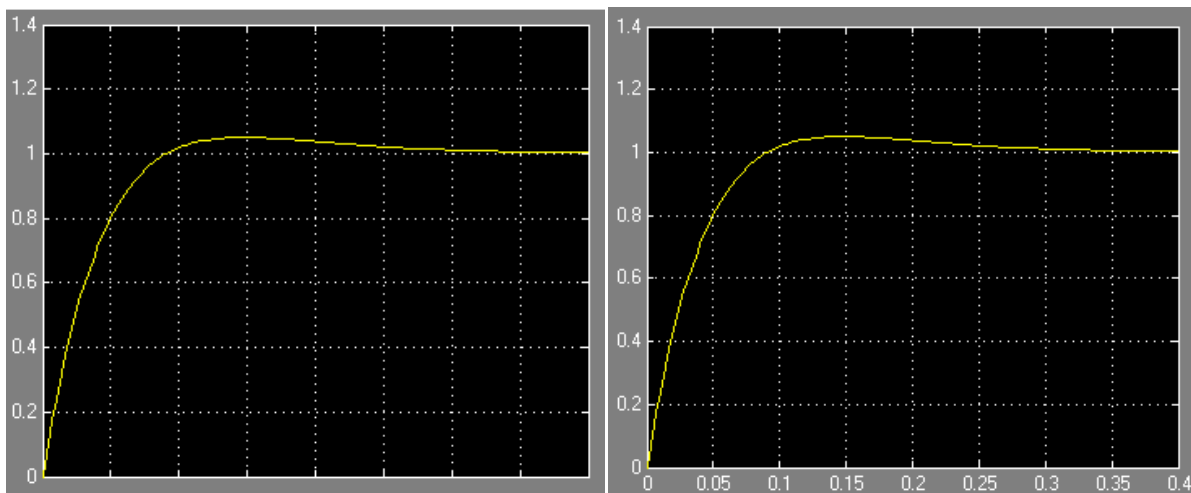


Figura 39 – Curva dos motores R e L considerando $V = 1$ e $\Omega = 0$

Para $V = 0$ e $\Omega = 1$, os motores apresentam curvas opostas fazendo a rotação da cadeira de rodas.

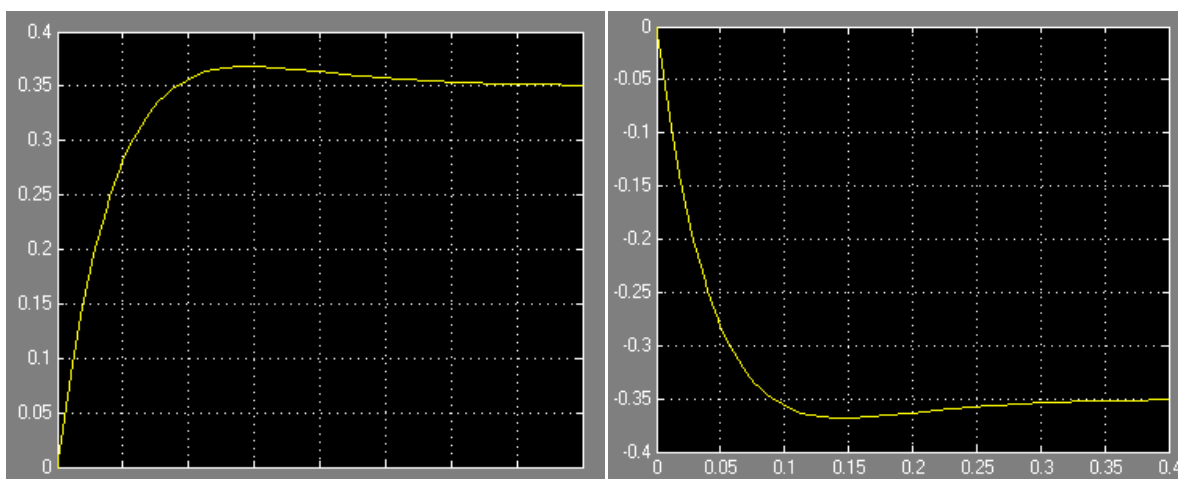


Figura 40 – Curva dos motores R e L considerando $V = 0$ e $\Omega = 1$

Para $V = 0$ e $\Omega = 0$, os motores ficam parados.

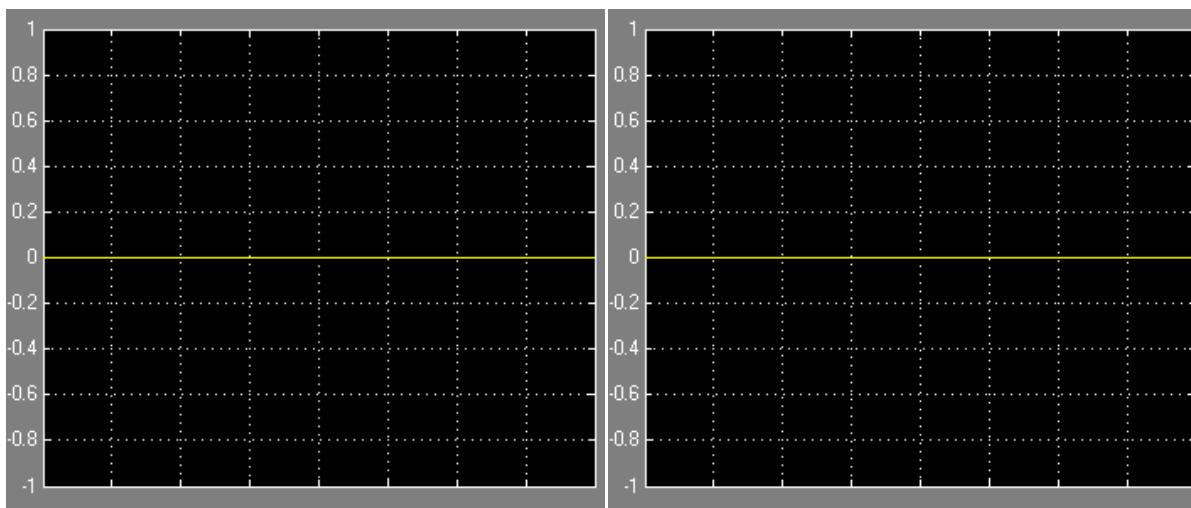


Figura 41 – Curva dos motores R e L considerando $V = 0$ e $\Omega = 0$

O circuito analógico que representa todo o sistema de controle é apresentado no Anexo I; este circuito foi desenvolvido usando o software Proteus. A figura 42 apresenta os resultados exibidos no osciloscópio, quando $V = 1$ e $\Omega = 0$, usando uma fonte de entrada pulsada.

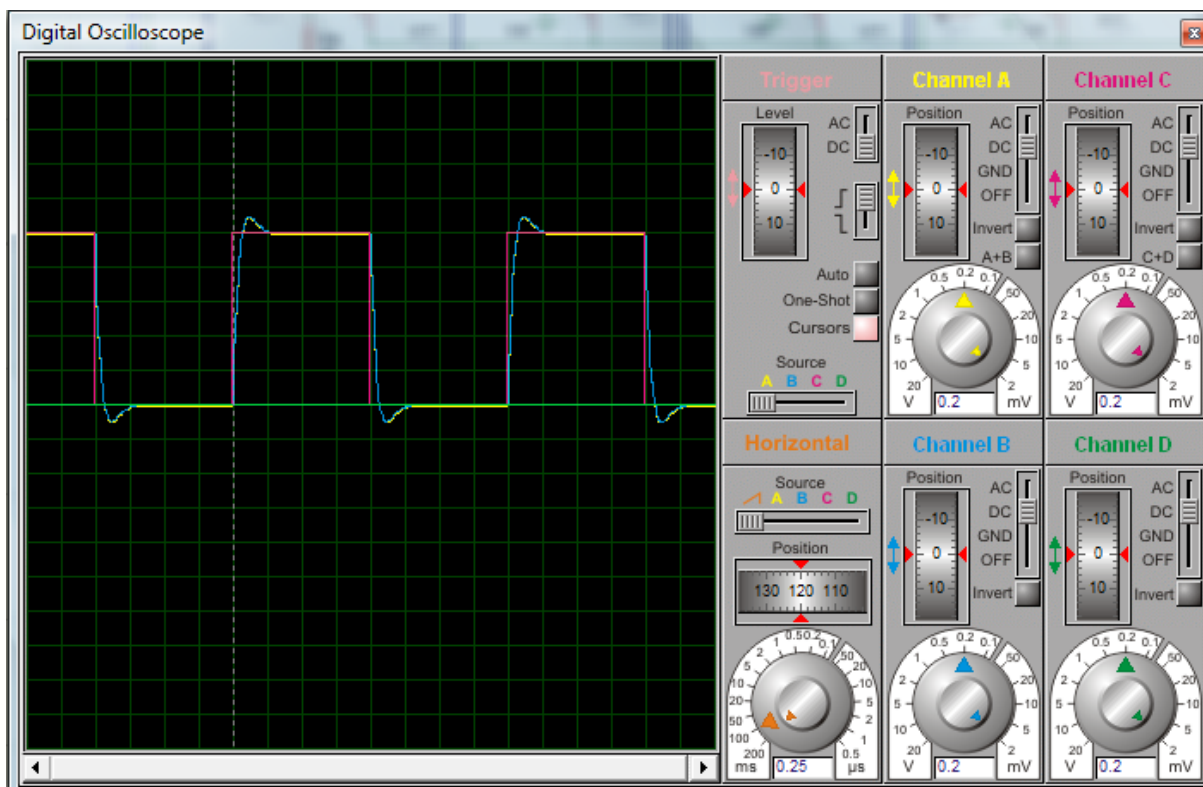


Figura 42 – Sinal de Saída do Osciloscópio para o controlador PI

O Canal A representa a saída do motor R, o canal B representa a saída do motor L, o Canal C representa a entrada V e o canal D representa a entrada Ω .

A Função de Transferência do motor pode ser representada pelo circuito elétrico na figura 43 abaixo:

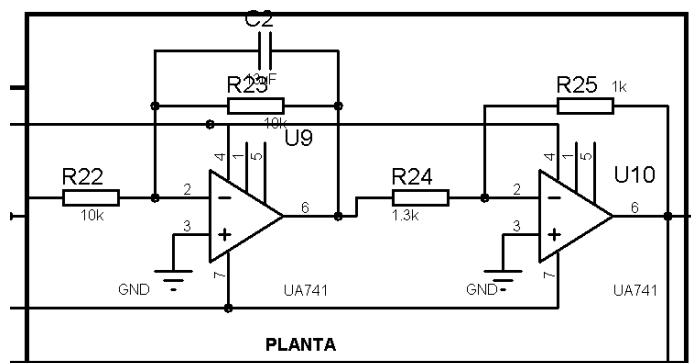


Figura 43 – Função de Transferência do Motor

E o controlador PI apresenta o circuito elétrico representado na figura 44 abaixo:

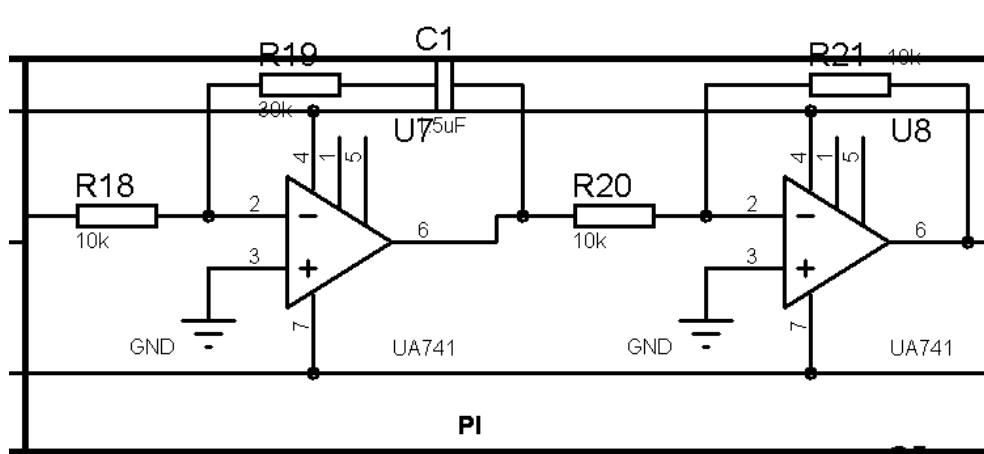


Figura 44 - Controlador PI

7.6 COMPARAÇÕES ENTRE OS CONTROLADORES ANALÓGICOS

Após a demonstração de todos os controladores analógicos aqui abordados é possível realizar uma comparação em relação ao desempenho de cada qual, aplicados à planta determinada no capítulo 6.

Os controladores que apresentaram um bom desempenho foram o controlador avanço de fase (phase lead) e o controlador proporcional integral (PI), estes controladores conseguiram atingir as especificações de desempenho dispostas na seção 7.1. O controlador atraso de fase (phase lag) e o controlador atraso-avanço de fase (phase lead-lag) não atingiram as especificações previamente determinadas, sendo assim excluídos da comparação.

A figura 45 apresenta a comparação entre o controlador de avanço de fase e o controlador PI. É possível perceber a partir da figura 45 que o controlador PI apresenta um desempenho melhor, pois apresenta um tempo de subida e tempo de estabilização mais rápidos do que o controlador avanço de fase.

Outra grande vantagem ao se usar o controlador PI, é que o mesmo apresenta características melhores no que diz respeito à estabilidade em regime permanente.

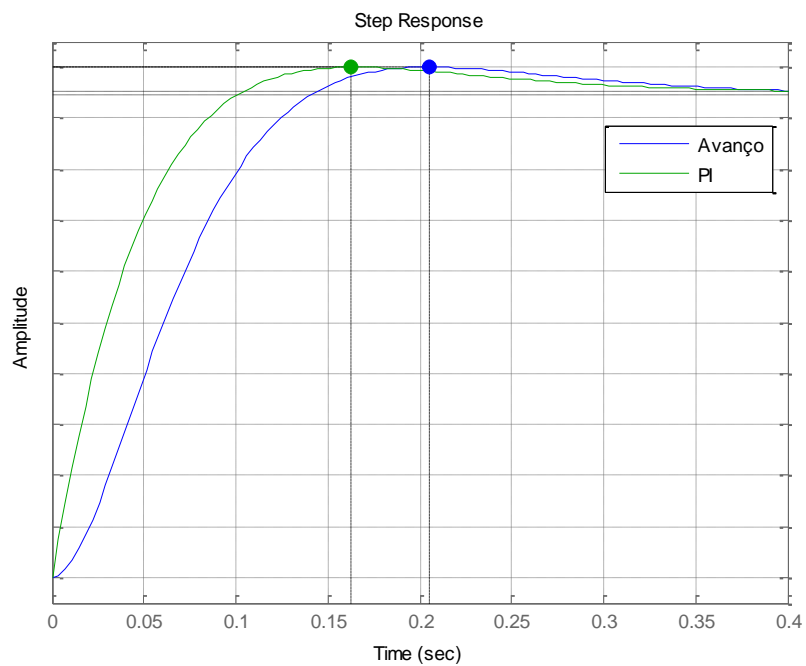


Figura 45 – Comparação entre o controle por avanço de fase e o PI

8. DISCRETIZAÇÃO DOS CONTROLADORES ANALÓGICOS

O desenvolvimento da teoria de Controle fez com que fosse possível o uso de controladores em sistemas mais complexos, o que levou à necessidade de uso computacional. A teoria de Controle Digital é um tanto quanto complexa, a modelagem matemática se faz complicada ao usar recursos matemáticos como a Transformada Z. O processo de discretização de controladores analógicos, descrito no capítulo 4 deste trabalho, torna esse passo mais rápido e fácil, entretanto, o uso desse recurso deve ser analisado de tal forma a não perder a estabilidade atingida pelo controlador analógico.

Para fazer a discretização do controlador analógico PID usou-se o processo de discretização descrito por Tustin, onde foi levada em consideração uma frequência de amostragem superior a 10 (dez) vezes o valor da frequência definida para o controlador.

O processo de discretização do controlador analógico PID por Tustin é demonstrado a seguir.

Dada a função do controlador analógico PI abaixo.

$$G_c(s) = 3,9 + \frac{49,6}{s} \quad [8.1]$$

E, sabendo que da relação de Tustin,

$$s = \frac{2(z-1)}{T(z+1)} \quad [8.2]$$

Substituindo $T = 0,001$, tem-se que o controlador digital PI é dado por

$$\begin{aligned} G_c(z) &= 3,9 + \frac{49,6}{\frac{2(z-1)}{T(z+1)}} \\ G_c(z) &= \frac{3,9 \cdot (z-1) + 24,8 \cdot T \cdot (z+1)}{\frac{z-1}{z+1}} \\ G_c(z) &= \frac{3,9z - 3,9 + 0,0248z + 0,0248}{\frac{z-1}{z+1}} \\ G_c(z) &= \frac{3,9248z - 3,8752}{z-1} \end{aligned} \quad [8.3]$$

O lugar das raízes do controlador digital é dado pela representação da figura 46, abaixo:

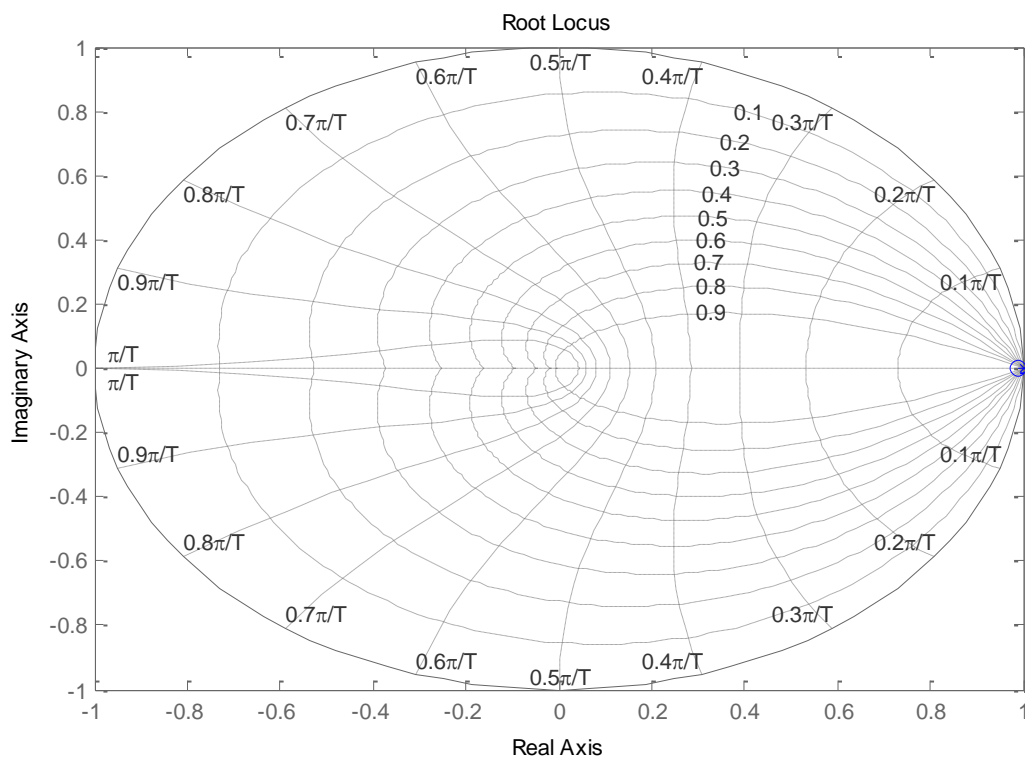


Figura 46 – Lugar das Raízes do controlador PI

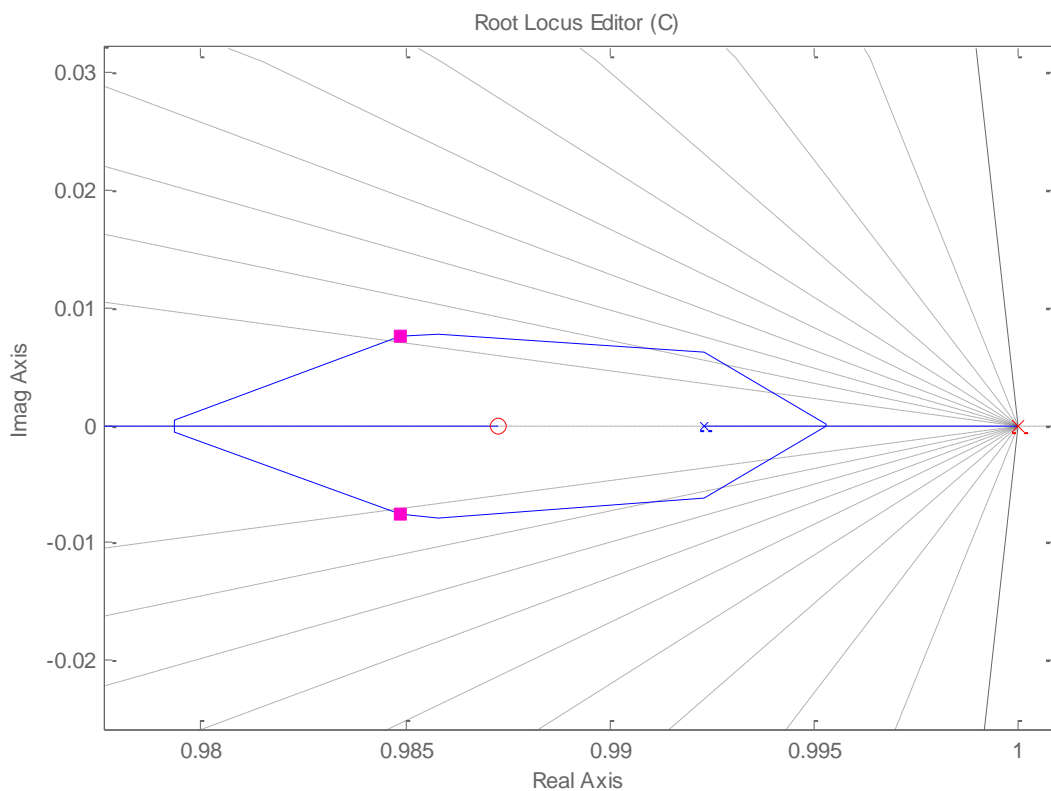


Figura 47 – Zoom do Lugar das Raízes do controlador PI

A partir do gráfico acima, verifica-se que usando o processo de discretização de Tustin o sistema continuou estável.

Para simular o conversor D/A foi inserido um retentor de ordem zero após o controlador digital, como se pode perceber pela figura 48.

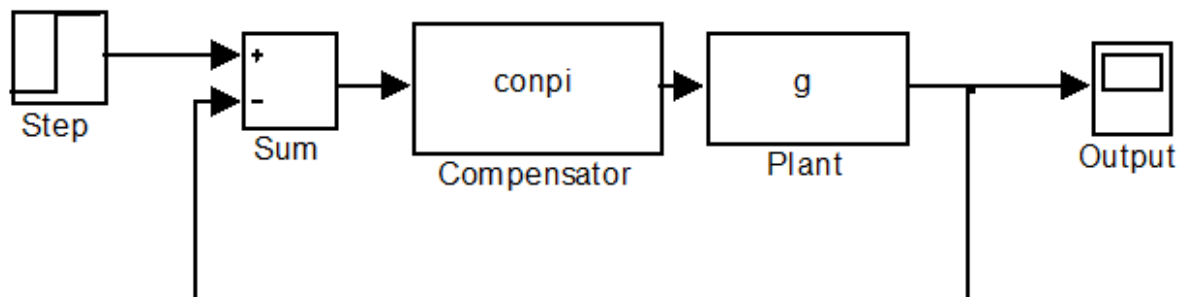


Figura 48 – Diagrama de blocos do controlador PI

A figura 49 apresenta a resposta de saída do sistema quando aplicado um degrau unitário na entrada do sistema.

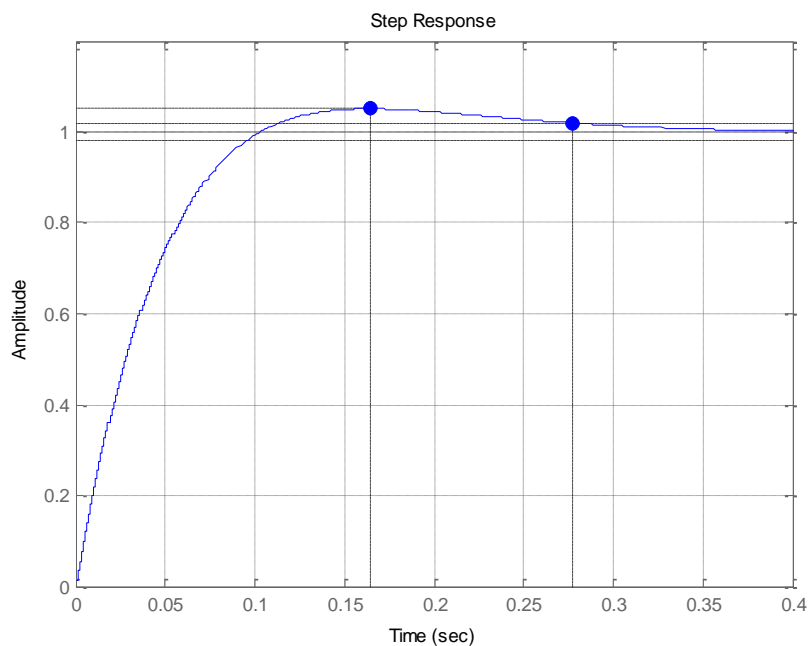


Figura 49 – Resposta ao degrau unitário do sistema de controle digital

É possível perceber a ação do controle pela figura 50, ao dar um zoom na curva do controlador digital.

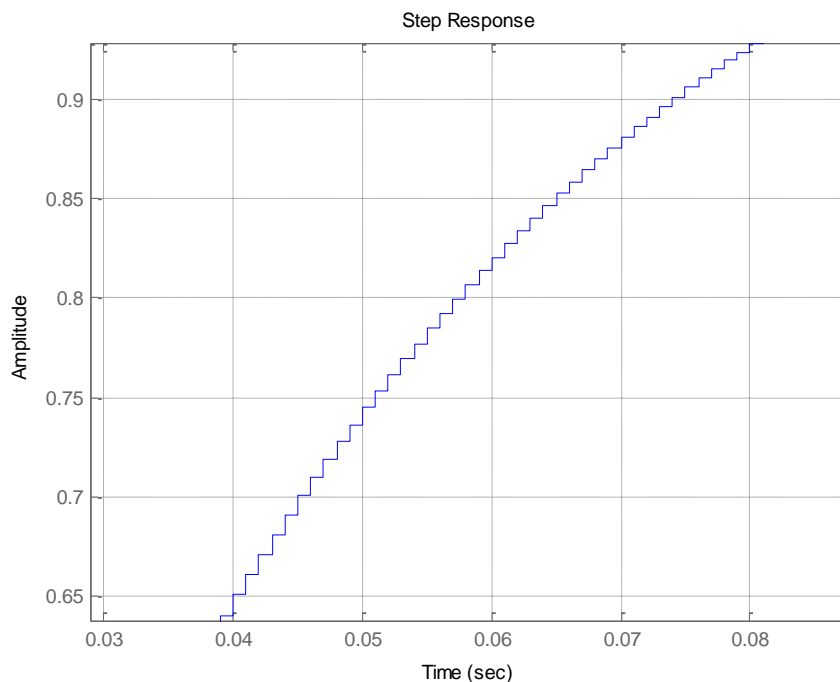


Figura 50 – Curva do controlador digital ao aplicar um degrau unitário
A verificação do processo também é possível através do Simulink, figura 51.

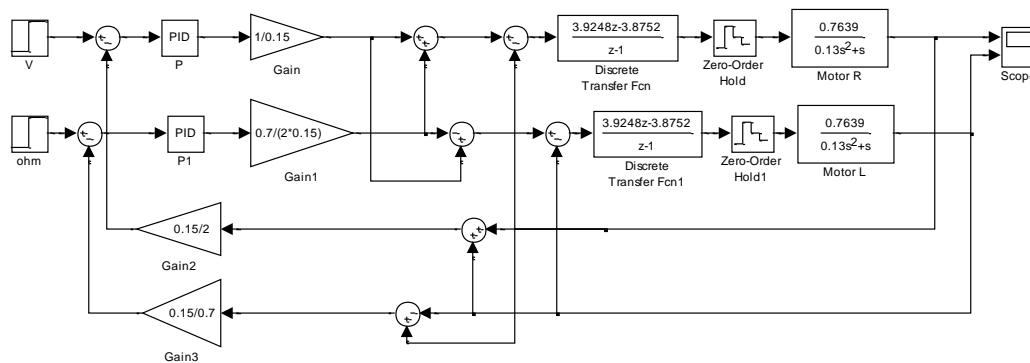


Figura 51 – Sistema completo do controle discreto PI da cadeira de rodas

Onde V é a velocidade linear e Ω é a velocidade angular, tem-se:

Considerando $V = 1$ e $\Omega = 0$, os motores da direita e da esquerda andam em linha reta.

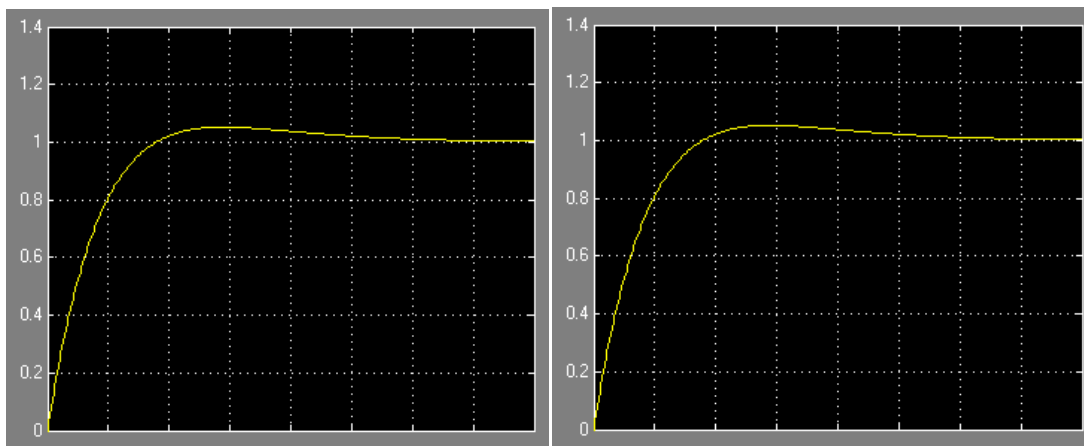


Figura 52 – Curva dos motores R e L considerando $V = 1$ e $\Omega = 0$

Para $V = 0$ e $\Omega = 1$, os motores apresentam curvas opostas fazendo a rotação da cadeia de rodas.

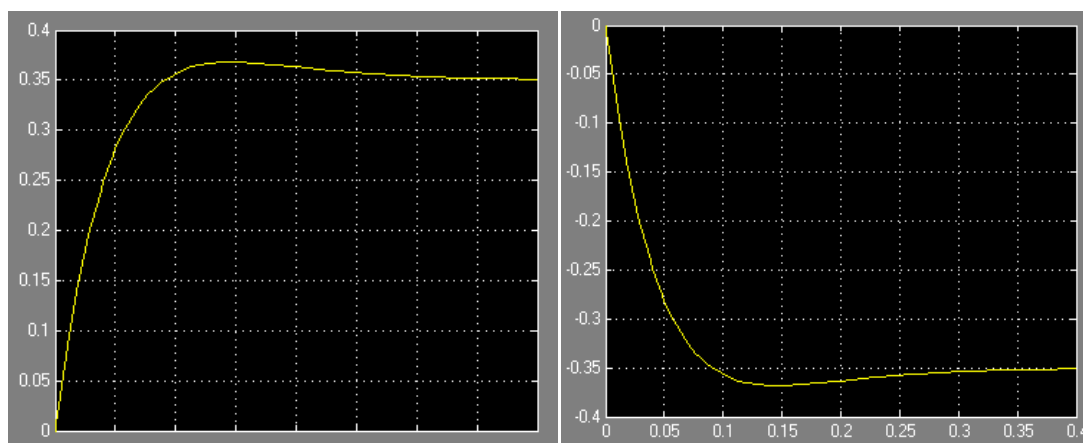


Figura 53 – Curva dos motores R e L considerando $V = 0$ e $\Omega = 1$

Para $V = 0$ e $\Omega = 0$, os motores ficam parados.

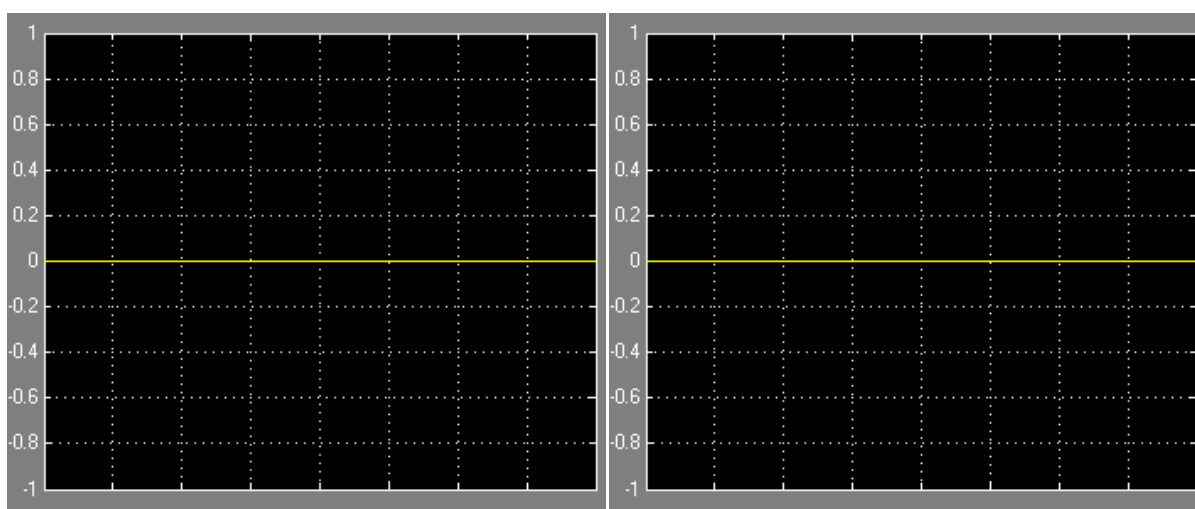


Figura 54 – Curva dos motores R e L considerando $V = 0$ e $\Omega = 0$

A figura 55 apresenta uma ampliação da curva do motor ao aplicar um degrau unitário, percebe-se claramente a ação discretizadora do processo.

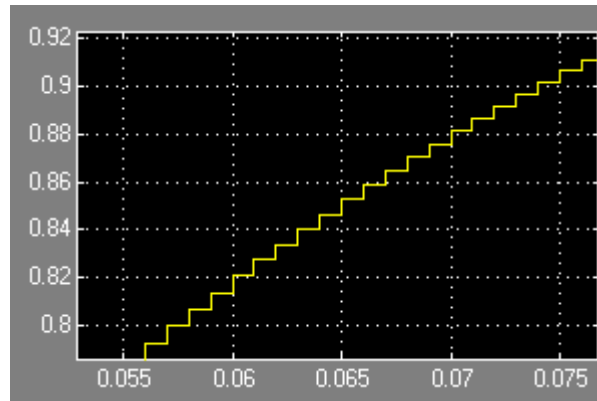


Figura 55 – Curva do controlador digital do sistema

Dado o controlador digital PI, deve-se calcular a equação diferença, descrita no capítulo 5, para poder gerar uma função discreta e inseri-la no microprocessador. Realizando o processo de transformada inversa da função Z, a fim de obter a equação diferença, é necessário realizar os seguintes procedimentos, divide-se o numerador e o denominador por z^{-1} .

$$G_c(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{3,9248z - 3,8752}{z - 1} \Rightarrow \frac{U(z^{-1})}{E(z^{-1})} = \frac{3,9248 - 3,8752z^{-1}}{1 - z^{-1}} \quad [8.4]$$

De tal forma que é possível escrever a equação como se segue.

$$U(z^{-1})(1 - z^{-1}) = E(z^{-1})(3,9248 - 3,8752z^{-1}) \quad [8.5]$$

Sendo assim é possível realizar a passagem para a equação à diferença, apresentada abaixo.

$$u[k] - u[k - 1] = 3,9248 * e[k] - 3,8752 * e[k - 1] \quad [8.6]$$

Colocando o termo $u[k]$ em evidência, tem-se

$$u[k] = u[k - 1] + 3,9248 * e[k] - 3,8752 * e[k - 1] \quad [8.7]$$

Tomamos a referência como tendo o valor unitário para representar o degrau unitário e tendo início em linear a partir da primeira amostra, ou seja, $r[0] = 1$. Assim sendo, sabe-se que se faz necessário adquirir o valor da entrada r e o valor da saída y , onde tais valores são de representação analógica e precisam ser discretizados passando pelo conversor A/D, onde o sinal será processado pela lei de controle previamente definida e usando um conversor D/A enviado o sinal a planta.

O circuito analógico que representa todo o sistema, incluindo o controlador digital representado pelo microprocessador PIC é apresentado no Anexo II. Este circuito foi desenvolvido usando o software Proteus. Foi escolhido o microprocessador da Microship família PIC, PIC18F4550. Este microprocessador apresentou os requisitos necessários para suportar a implementação do controlador digital.

A Função de Transferência do motor pode ser representada pelo circuito apresentado na figura 56 abaixo:

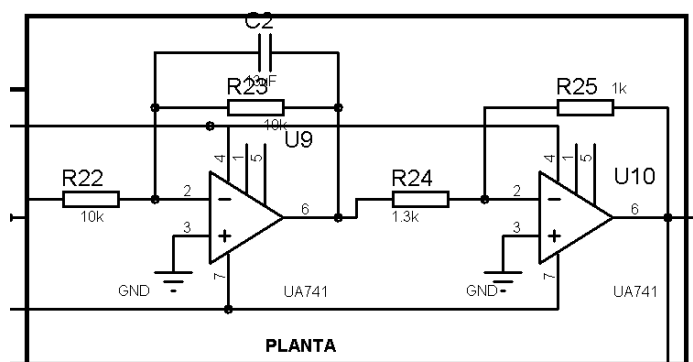


Figura 56 – Função de Transferência do Motor

E o controlador PI apresenta o circuito representado na figura 57 abaixo:

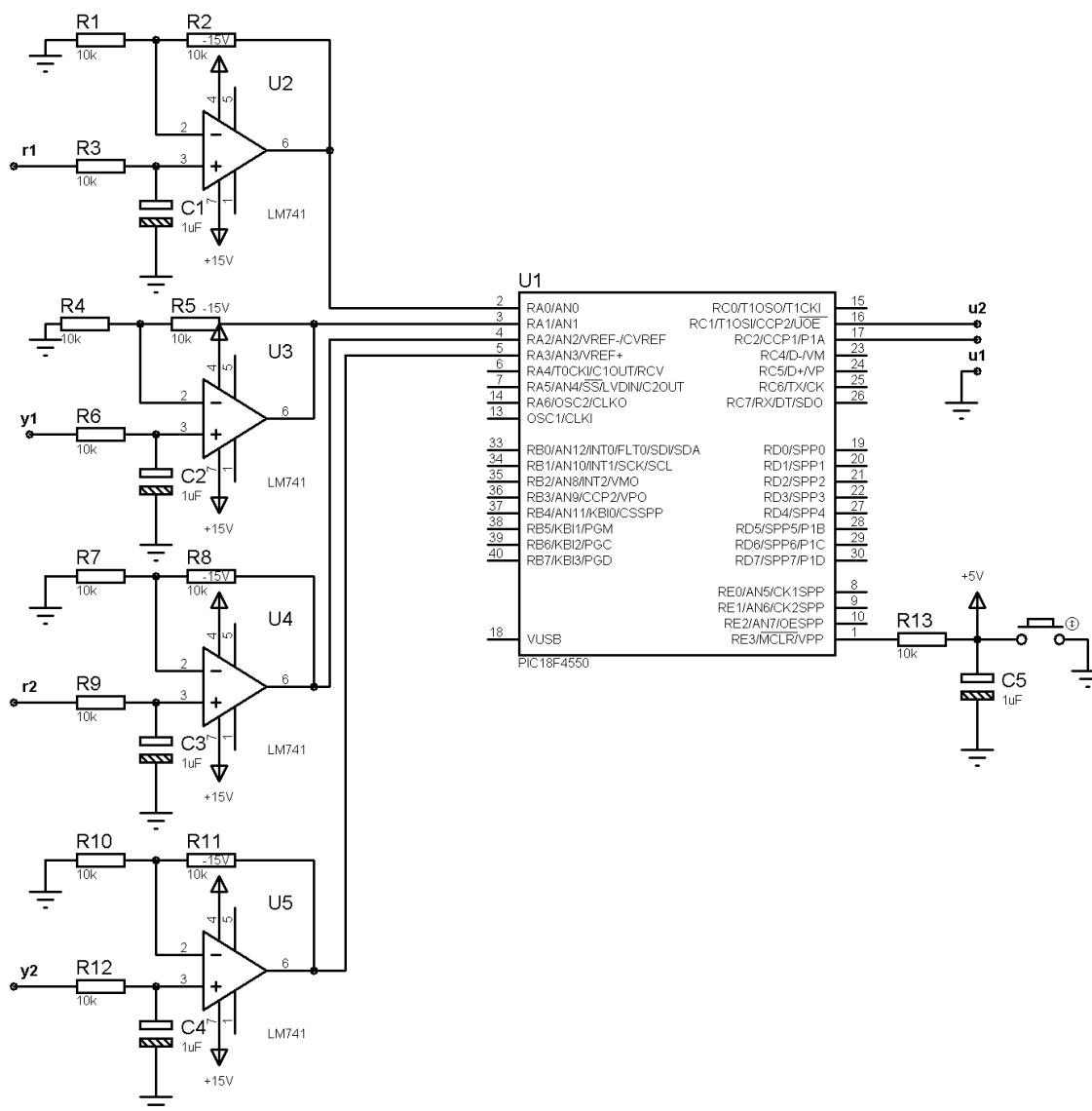


Figura 57 - Controlador PID digital

CONCLUSÃO

O desenvolvimento tecnológico contínuo de distintas formas de atuação em sistemas pode nos levar a considerar a reestruturação das formas de ação em controladores analógicos. O acompanhamento das preferências de consumo aponta para a melhoria das condições inegavelmente apropriadas. Pensando mais em longo prazo, a revolução dos costumes oferece uma interessante oportunidade para verificação das condições financeiras exigidas.

Este trabalho apresentou uma visão comparativa entre o desempenho de controladores analógicos, com o objetivo de mostrar a eficácia em atingir as especificações de desempenho exigidas para realizar o correto controle da planta disposta.

A partir da apresentação de tais controladores, verificou-se que os mais apropriados para fazer o controle do sistema da cadeira de rodas movida a sopro e sucção eram os controladores analógicos de avanço de fase (phase lead) e o controlador proporcional integral (PI).

O controlador PI é amplamente usado no mercado por apresentar características robustas, em que leva na maioria das vezes quando é inserido um distúrbio por algum motivo no sistema, o controlador o leva a estabilidade. É importante saber também que os projetos na área de sistemas de controle foram direcionados aos sistemas lineares com dados amostrados, com a grande vantagem de se trabalhar com controle digital, utilizando novas técnicas e dispositivos eletrônicos disponíveis.

Foi apresentado ainda a discretização de funções de transferência contínuas a partir de métodos previamente calculados, onde cada método contava com um nível de precisão, o mais adequado nesse caso foi usar o método de Tustin que apresentava um melhor nível de precisão, apesar de ser um método relativamente simples, foi possível perceber pelas respostas apresentadas ao aplicar um degrau na entrada do sistema que mesmo passando pelo processo de discretização o sistema continuou estável.

Após a análise do controlador digital e fazendo uso de ferramentas matemáticas foi introduzido o uso do microprocessador para finalizar a discretização do controlador contínuo, onde novamente foi possível observar resultados

satisfatórios através do simulador de circuitos elétrico-eletrônicos Proteus, chegando, portanto, aos resultados esperados na comparação entre controladores analógicos e digitais.

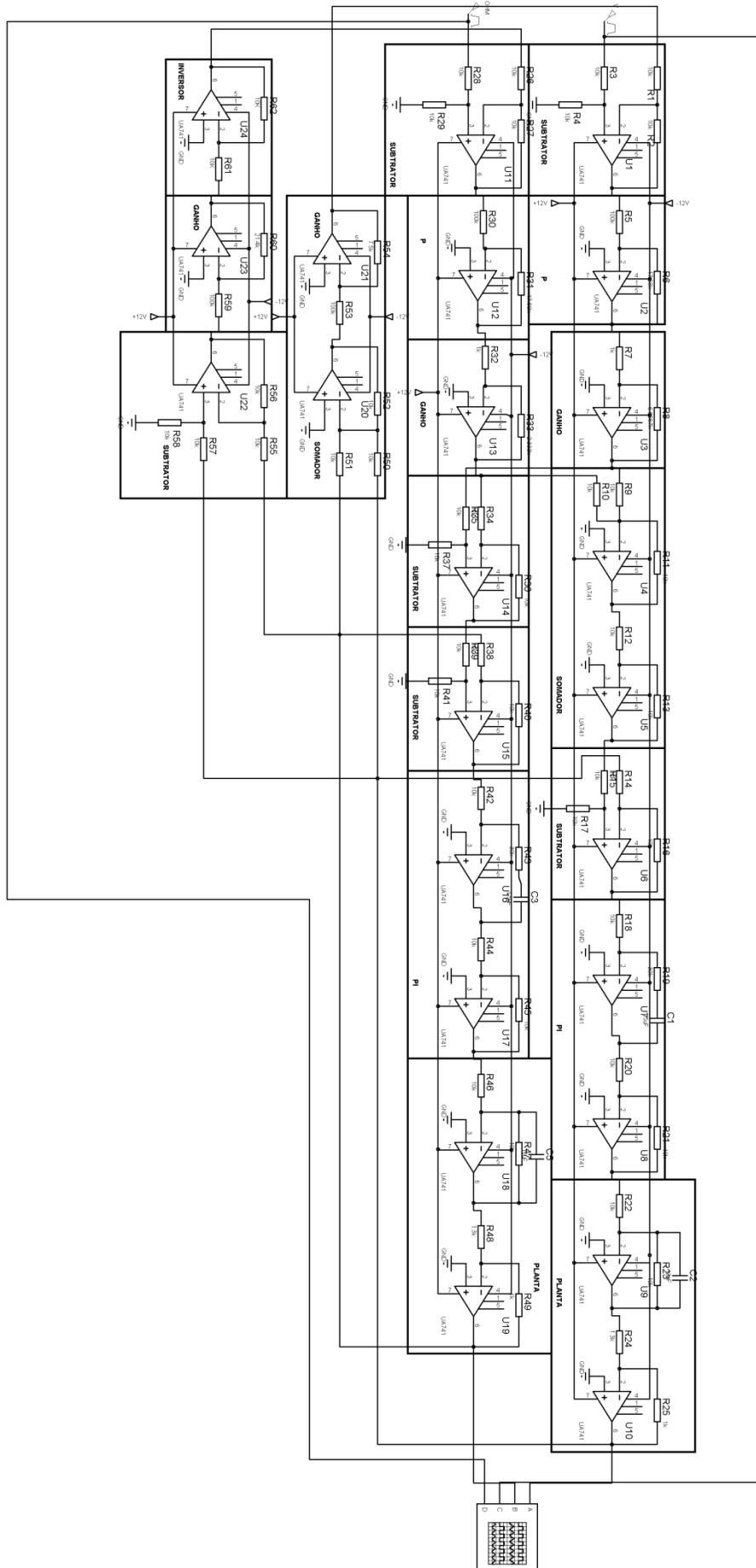
Sendo assim, o estudo de controladores digitais está em constante expansão onde novas ferramentas e teorias surgem com o objetivo de melhorar cada vez mais essa área, os microprocessadores estão cada vez mais desenvolvidos o que permite usar um tempo de amostragem cada vez menor melhorando a resposta do sistema.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] BAZANELLA, A. S. SILVA, J. M. G. Ajustes de Controladores PID. Curso de Extensão, UFRS.
- [2] BORDON, Mário Eduardo (1993). Controlador PID Microprocessado. Dissertação de mestrado, UNICAMP.
- [3] CEIDE, Ricardo Pereira. Controlador PID Digital para posicionamento de servomotor CC, Trabalho de Conclusão de Curso, UNESP, 2006.
- [4] GAINO, Ruberlei. Controlador para cadeira de rodas movida por sopro e sucção. 2004.
- [5] MELO, R. Implementação de Controle Digital PID com microcomputador. Dissertação de mestrado, UNICAMP, 1985.
- [6] MICHELS, Leandro. Material da Disciplina de Controle de Processos Por Computador da Pós Graduação. UFSM, 2010.
- [7] MINORSKY. Directional stability of automatically sterred bodies. Journal of the Americam Society of Naval Engineers, Vol. 34, 1935.
- [8] OGATA, Katsuhiko. Engenharia de Controle Moderno. 4^a Ed. São Paulo : Pearson Prentice Hall, 2003.
- [9] PALHARES, R. M. PID e Lugar das Raízes. Controle de Sistemas Lineares – Aula 10. UFMG.
- [10] SOARES, P. M. O. R. Discretização de controladores contínuos. Dissertação de mestrado, FEUP, 1996.
- [11] Data Sheet (2005), PIC18F4550 – PIN Enhanced Flash Microcontrolers. Microship Technology.

ANEXOS

ANEXO I – CIRCUITO DO SISTEMA USANDO CONTROLADOR ANALÓGICO PI



ANEXO II - CIRCUITO DO SISTEMA USANDO CONTROLADOR DIGITAL PI

