Chapitre V : Les organes du turboréacteur et leur fonction.

V.1 : Introduction.

Ce chapitre traite exclusivement, l'aspect thermodynamique et énergétique des cinq stations des turboréacteurs. Le coté technologique sera traité dans le cours technologie des turboréacteurs (S6)

Ci-dessous un schéma caractéristique d'un turboréacteur à simple flux :

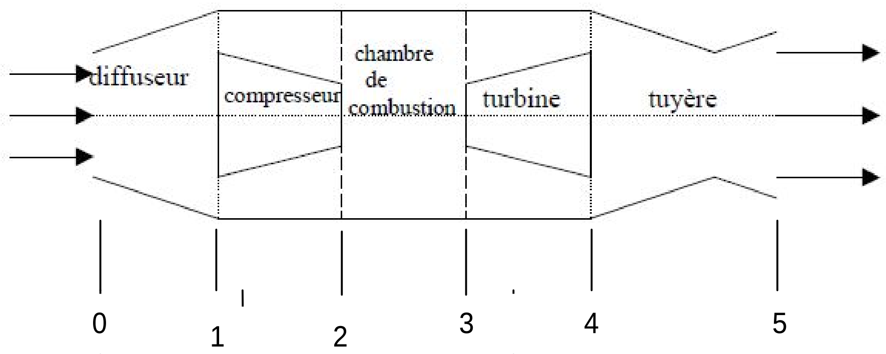
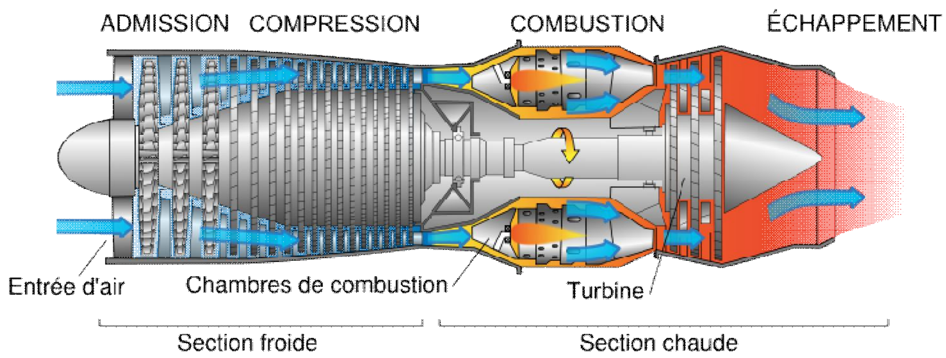


Figure n° 15 : Schéma d'un turboréacteur simple flux représentant les différentes stations



Les principaux organes d'un turboréacteur sont les suivants.

- *L'entrée d'air : 0 ⟶ 1*
- *Le Compresseur basse et haute pression : 1 ⟶ 2*
- *La chambre de combustion : 2 ⟶ 3*
- *La turbine basse et haute pression : 3 ⟶ 4*
- *La tuyère : 4 ⟶ 5*

V.2: L'entrée d'air.

V.2.1 : Définition.

L'entrée d'air est un conduit destiné à capter l'air et à 'amener dans les meilleurs conditions possibles à l'entrée du compresseur.

Elle transforme l'énergie cinétique de l'air capté en énergie potentielle, par ralentissement de l'écoulement. Lorsque l'avion avance, l'air pénètre par ce conduit en fournissant l'air requis au compresseur. Sa conception doit en outre être parfaite au niveau aérodynamique

** pour ne pas affecter les performance de l'avion c'est a dire éviter le phénomène de trainée.*

** de diriger l'air uniformément dans le compresseur, en évitant au maximum les turbulences.*

Figure n° : 16

Entrée d'air et soufflante

V.2.2 : Etude thermodynamique.

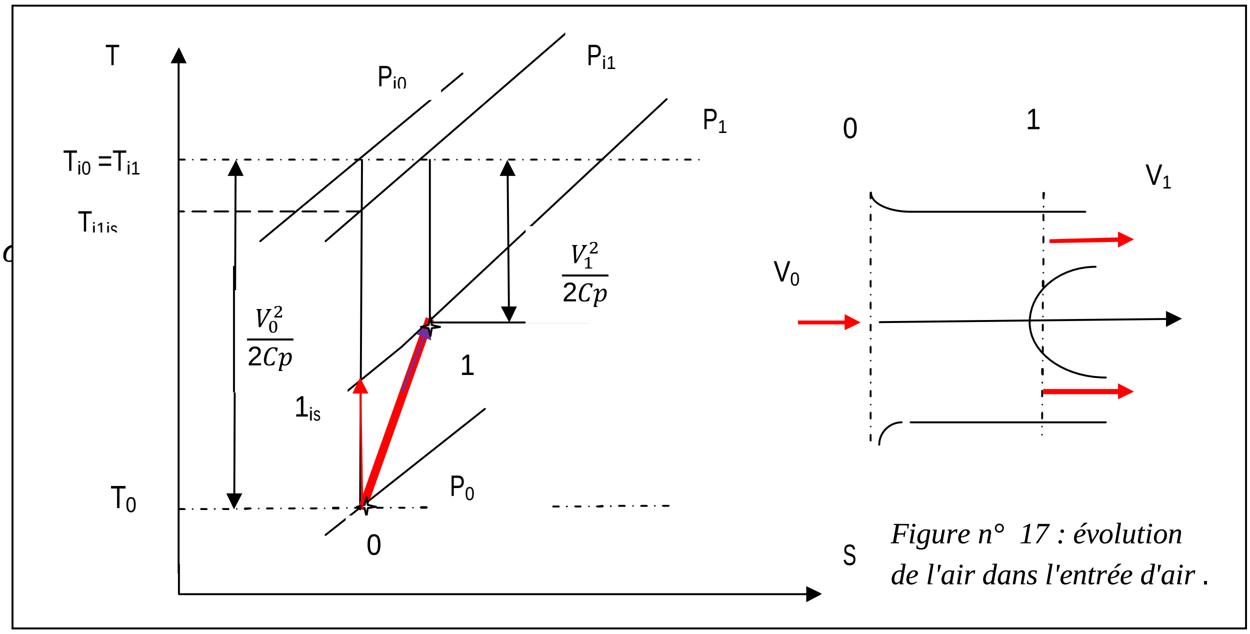


Figure n° 17 : évolution de l'air dans l'entrée d'air .

Le Premier principe de la thermodynamique pour un système ouvert donne :

$$[W_T + Q]_0^1 = \left[\Delta H + \Delta E_C + \Delta E_p\right]_0^1 = (H_1 - H_0) + \frac{1}{2}(V_1^2 - V_0^2) + g(z_1 - z_0) \quad \text{.....(86)}$$

$$\left.\begin{array}{l} W_T = 0 \text{ (pas de travail technique dans le diffuseur).} \\ Q = 0 \text{ (évolution supposée adiabatique).} \\ \Delta E_p = 0 \text{ (pas de dénivellation).} \end{array}\right\} \Longrightarrow$$

$$H_1 - H_0 + \frac{1}{2}(V_1^2 - V_0^2) = 0 \quad \text{.......(87)}$$

ou :

$$\frac{1}{2}(V_1^2 - V_0^2) = H_0 - H_1 \quad \text{......(88)}$$ *conversion de l'énergie cinétique en pression.*

On peut écrire également : $\left(H_1 + \frac{1}{2}.V_1^2\right) - \left(H_0 + \frac{1}{2}.V_0^2\right) = 0$ ....(89)

ou : $H_0 + \frac{1}{2}.V_0^2 = H_1 + \frac{1}{2}.V_1^2 = H + \frac{1}{2}V^2 = cte$ ......(90)

Le terme $H + \frac{1}{2}V^2 = H_i = cte$ ***Enthalpie totale.***

Soit $\boxed{H_{i0} = H_{i1}}$ .....(91) *Conservation de l'enthalpie totale.*

Pour un gaz parfait, $H = C_p.T \Longrightarrow C_{p_a}(T_1 - T_0) + \frac{1}{2}(V_1^2 - V_0^2) = 0$ ....(92)

Ou encore, $C_{p_a}T_0 + \frac{1}{2}.V_0^2 = C_{p_a}T_1 + \frac{1}{2}.V_1^2 = C_p.T + \frac{1}{2}V^2 = C_p.\left(T + \frac{V^2}{2.C_p}\right) = cte$

Or : $V = M.a$ *et* $a = \sqrt{\gamma.r.T}$

$$\Longrightarrow V^2 = M^2.a^2 = M^2.\gamma.r.T \quad \text{........................(93)}$$

$$\text{Et} \quad C_p = \frac{r.\gamma}{\gamma - 1} \quad \text{........................(94)}$$

D'où : $C_p\left(T + \frac{M^2.\gamma.r.T.(\gamma-1)}{2.r.\gamma}\right) = C_p.T\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}.M^2\right) = cte$ ....(95)

Or : $T_i = T\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}.M^2\right) \Longrightarrow C_{p_a}.T_i = cte$ *Ou :* $\boxed{T_i = cte}$ .....(96)

Ou encore :

$$\boxed{T_{i0} = T_{i1} = cte} \quad \text{.......(97)}$$ *Conservation de la température d'impact*

Si de plus, l'évolution est réversible (sans pertes) la 2ème loi de poisson donne :

$$T.P^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = cte \quad ou \quad \frac{T}{P^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = cte \ldots..(98)$$

$$Or : T = \frac{T_i}{1+\frac{\gamma-1}{2}.M^2} \quad \ldots.(99) \qquad et \quad P = \frac{P_i}{\left(1+\frac{\gamma-1}{2}.M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \quad \ldots\ldots(100)$$

En remplaçant (99) et (100) dans (98), on obtient :

$$\frac{T_i}{1+\frac{\gamma-1}{2}.M^2}.\frac{1}{\left[\frac{P_i}{\left(1+\frac{\gamma-1}{2}.M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}\right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = \cancel{\frac{T_i}{1+\frac{\gamma-1}{2}.M^2}}.\frac{1}{P_i^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}.\cancel{\left(1+\frac{\gamma-1}{2}.M^2\right)} = \frac{T_i}{P_i^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = T_i.P_i^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = cte$$

_*Comme* $T_i = cte$ *, cela entraine si l'évolution est* ***réversible*** $P_i = cte$ *…..(101)*

$$Ou : \quad \boxed{P_{io} = P_{i1} = cte} \quad \ldots\ldots\ldots(102)$$ Conservation de la pression totale.

Efficacité d'une entrée d'air.

Dans le cas d'un écoulement isentropique (adiabatique et réversible), la pression totale (ou génératrice) devrait rester constante le long de l'écoulement (c'est-à-dire le long de l'entré d'air)

Malheureusement, l'évolution dans l'entrée d'air se fait avec des frottements (pertes) et la pression totale à la sortie du diffuseur est inferieure à ce quelle serait dans le cas d'une évolution isentropique. La température totale s'est conservée. On définit alors l'efficacité de l'entrée d'air comme étant :

$$\sigma = \frac{pression\ totale\ réelle\ sortie\ diffuseur}{pression\ totale\ théorique\ sortie\ diffuseur} = \frac{P_{t.réelle.1}}{P_{t.th.1is}} = \frac{P_{i1}}{P_{i0}} \quad \ldots\ldots\ldots.(103)$$

$$\frac{T_{i0}}{T_0} = \left(1 + \frac{(\gamma-1)}{2}.M_0^2\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(104)$$

$$Rappelons\ que : P_i = P.\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}.M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad et \quad T_i = T.\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}.M^2\right)$$

$$\rightarrow \quad \frac{T_{io}}{T_o} = 1 + \frac{\gamma-1}{2}.M_0^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(105)$$

Or : $T_{i0} = T_{i1}$ *(entrée d'air 0-*1_{is} *est supposée isentropique).*

$$\Longrightarrow \frac{T_{i1}}{T_0} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2}.M_0^2\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(106)$$

$$Or:\ \eta_{is} = \frac{T_{i1_{is}} - T_0}{T_{i1} - T_0} = \frac{T_0.(\frac{T_{i1_{is}}}{T_0} - 1)}{T_0.(\frac{T_{i1}}{T_0} - 1)} = \frac{\frac{T_{i1_{is}}}{T_0} - 1}{\frac{T_{i1}}{T_0} - 1} \Longrightarrow \frac{T_{i1_{is}}}{T_0} - 1 = \eta_{is}(\frac{T_{i1}}{T_0} - 1)$$

$$\Longrightarrow \frac{T_{i1_{is}}}{T_0} = 1 + \eta_{is}(\frac{T_{i1}}{T_0} - 1) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(107)$$

$$Or:\ \frac{T_i}{T_0} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2}.M_0^2\right) \Longrightarrow \qquad \frac{T_{i1_{is}}}{T_0} = 1 + \eta_{is}\left(\cancel{1} + \frac{\gamma-1}{2}.M_0^2 \cancel{-1}\right)$$

$$\frac{T_{i1_{is}}}{T_0} = 1 + \eta_{is}\left(\frac{\gamma-1}{2}.M_0^2\right). \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(108)$$

$$Evolution\ isentropique: \Longrightarrow \frac{T_{i1_{is}}}{T_0} = \left(\frac{P_{i1}}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1 + \eta_{is}\left(\frac{\gamma-1}{2}.M_0^2\right) \quad \ldots\ldots(109)$$

$$\Longrightarrow \frac{P_{i1}}{P_0} = \left[1 + \eta_{is}\left(\frac{\gamma-1}{2}.M_0^2\right)\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \Longrightarrow P_{i1} = P_0\left[1 + \eta_{is}\left(\frac{\gamma-1}{2}.M_0^2\right)\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \ldots(110)$$

$$On\ a\ également \quad P_{io} = P_0\left[1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}.M_0^2\right)\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad \ldots\ldots\ldots(111)$$

$$\Longrightarrow \boxed{\sigma = \frac{P_{i1}}{P_{i0}} = \frac{\left[1 + \eta_{is}\left(\frac{\gamma-1}{2}.M_0^2\right)\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}{\left[1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}.M_0^2\right)\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}} \ldots\ldots\ldots\ldots(112)$$

Entrée d'air parfaite
$\eta_{is} = 1 \Longrightarrow \sigma = 1$

Entrée d'air type Pitot subsonique $\sigma = 0.98$

***Résumé*.**

***Entrée d'air (ou diffuseur 0→ 1)*.**

* *Grandeurs totales Entrée d'air parfaite (isentropique)*

$$T_{i1_{is}} = T_{i0} = T_0\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}.M_0^2\right). \quad \ldots\ldots\ldots(113)$$

$$P_{i1_{is}} = P_{io} = P_0\left[1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}.M_0^2\right)\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad \ldots\ldots\ldots(114)$$

* *Grandeurs totales Entrée d'air avec pertes*

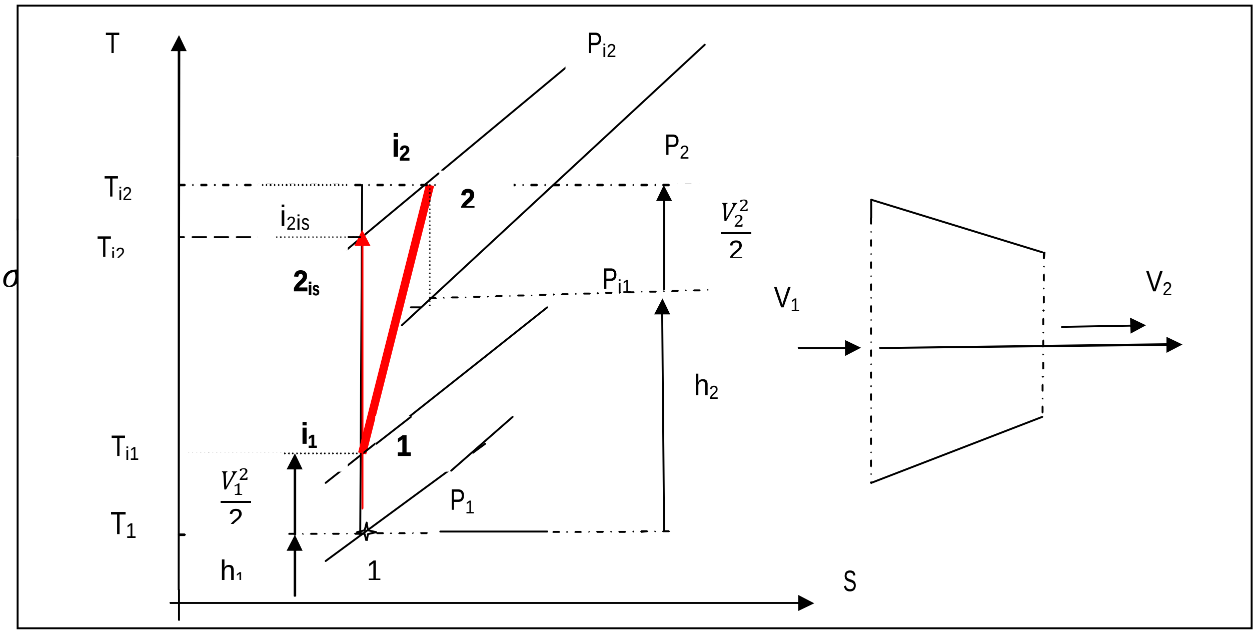
$$T_{i1} = T_0\left[1 + \eta_{is}\left(\frac{\gamma-1}{2}.M_0^2\right)\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(115)$$

$$P_{i1} = P_0\left[1 + \eta_{is}\left(\frac{\gamma-1}{2}.M_0^2\right)\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad \ldots\ldots\ldots(116)$$

V.3 : Le compresseur..

IV.3.1 : Définition et description (voir chapitre II)

IV.3.2 : Etude thermodynamique.



σ =

Figure n° 18 : évolution de l'air dans le compresseur.

$1 \longrightarrow 2_{is}$: Compression mécanique théoriquement isentropique (adiabatique et réversible)
$1 \longrightarrow 2$: Compression réelle.

Expression du travail indiqué de (l'u.d.m) du fluide transvasé.

1er principe de la thermodynamique pour un système ouvert.

$$(W_T + Q)_{1\text{-}2} = \Delta H_{1\text{-}2} + \Delta E_{C1\text{-}2} + \Delta Ep_{\,1\text{-}2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(117)$$

$$(W_T + Q)_{1\text{-}2} = (H_2 - H_1) + ½(V_2^2 - V_1^2) + g\,(z_2 - z_1) \;\ldots\ldots\ldots(118)$$

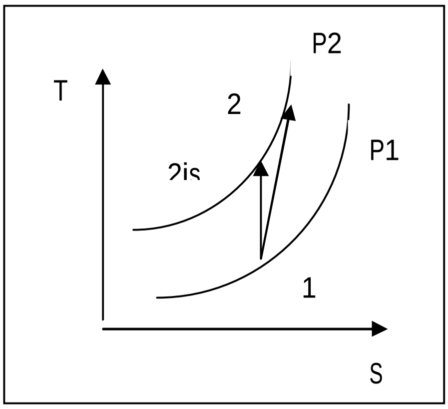
Compression adiabatique $\Longrightarrow Q_{1\text{-}2} = 0$
Pas de dénivellation $\Longrightarrow g\,(z_2 - z_1) = 0$

$$(W_T)_{1\text{-}2} = (H_2 - H_1) + ½(V_2^2 - V_1^2) \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(119)$$

Pour un gaz parfait on a :

$$(W_T)_{1\text{-}2} = C_p\,(T_2 - T_1) + ½\,(V_2^2 - V_1^2) \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(120)$$

$$(W_T)_{1\text{-}2} = C_p\, T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) + \tfrac{1}{2}\,(V_2^2 - V_1^2) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(121)$$



$$Or :\ \eta_{is.c} = \frac{Wt_{.th}}{Wt_{réel}} = \frac{H_{2is} - H_1}{H_2 - H_1} = \frac{C_p(T_{2is} - T_1)}{C_p(T_2 - T_1)}$$

$$= \frac{T_{2is} - T_1}{T_2 - T_1} = \frac{T_1\left(\frac{T_{2is}}{T_1} - 1\right)}{T_1\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)} = \frac{\frac{T_{2is}}{T_1} - 1}{\frac{T_2}{T_1} - 1}$$

$$\Longrightarrow \frac{T_2}{T_1} - 1 = \frac{\frac{T_{2is}}{T_1} - 1}{\eta_{is.c}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(122)$$

Remplaçons (122) dans (121) on obtient :

$$(W_T)_{1\text{-}2} = C_p\, T_1 \left(\frac{\frac{T_{2is}}{T_1} - 1}{\eta_{is.c}}\right) + \tfrac{1}{2}\,(V_2^2 - V_1^2) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(123)$$

$$Or :\ \frac{T_{2is}}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} = \Pi_c^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(124)$$

$$(W_T)_{1\text{-}2} = C_p\, T_1 \left(\frac{\Pi_c^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1}{\eta_{is.c}}\right) + \tfrac{1}{2}\,(V_2^2 - V_1^2) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(125)$$

Gaz parfait : $Cp = \frac{r.\gamma}{\gamma - 1}$ *et* $\frac{P_1}{\rho_1} = r.T_1$ *l'équation (125) s'écrit*

$$(W_T)_{1\text{-}2} = \frac{P_1.\gamma}{\rho_1(\gamma - 1)} \left(\frac{\Pi_c^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1}{\eta_{is.c}}\right) + \tfrac{1}{2}\,(V_2^2 - V_1^2) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(126)$$

Remarque :

Pour une évolution isentropique $\eta_{is.c} = 1$

$$(W_T)_{1\text{-}2} = C_p\, T_1 \left(\Pi_c^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1\right) + \tfrac{1}{2}\,(V_2^2 - V_1^2) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(127)$$

$$\Longrightarrow\ (W_T)_{1\text{-}2} = \frac{P_1.\gamma}{\rho_1(\gamma - 1)} \left(\Pi_c^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1\right) + \tfrac{1}{2}\,(V_2^2 - V_1^2) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(128)$$

En grandeurs totales on peut écrire :

$$W_T = (H_2 + \tfrac{1}{2} V_2^2) - (H_1 + \tfrac{1}{2}V_1^2)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(129))$$

En posant : $H_i = H + \tfrac{1}{2} V^2$ *(Enthalpie totale), On obtient :*

$$(W_T)_{1\text{-}2} = H_{i2} - H_{i1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (130)$$

Variation d'Enthalpie totale entre sortie et entrée compresseur.

Gaz parfait $\Longrightarrow$

$$(W_T)_{1\text{-}2} = C_p\,(T_2 - T_1) + \tfrac{1}{2}\,(V_2^2 - V_1^2)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(131)$$

$$(W_T)_{1\text{-}2} = (C_p\, T_2 + \tfrac{1}{2}\, V_2^2) - (C_p\, T_1 + \tfrac{1}{2}\, V_1^2)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(132)$$

$$(W_T)_{1\text{-}2} = C_p[\underbrace{(T_2 + \frac{1}{2.Cp}.V_2^2)}_{\text{Ti2}} - (\underbrace{T_1 + \frac{1}{2.Cp}.V_1^2)}_{\text{Ti1}}\ ]\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(133)$$

$$(W_T)_{1\text{-}2} = Cp\,(T_{i2} - T_{i1})\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(134)$$

$$(W_T)_{1\text{-}2} = C_p\, T_{i1}\left(\frac{T_{i2}}{T_{i1}} - 1\right)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(135)$$

Or : $$\eta_{is.c} = \frac{T_{i2is} - T_{i1}}{T_{i2} - T_{i1}} = \frac{T_{i1}\left(\frac{T_{i2is}}{T_{i1}} - 1\right)}{T_{i1}\left(\frac{T_{i2}}{T_{i1}} - 1\right)} = \frac{\frac{T_{i2is}}{T_{i1}} - 1}{\frac{T_{i2}}{T_{i1}} - 1}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(136)$$

$$\Longrightarrow \frac{T_{i2}}{T_{i1}} - 1 = \frac{\frac{T_{i2is}}{T_{i1}} - 1}{\eta_{is.c}}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(137)$$

$$(W_T)_{1\text{-}2} = C_p\, T_{i1}\left(\frac{\frac{T_{i2is}}{T_{i1}} - 1}{\eta_{is.c}}\right)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(138)$$

$$\frac{T_{i2is}}{T_{i1}} = \left(\frac{P_{i2}}{P_{i1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Longrightarrow (W_T)_{1\text{-}2} = C_p\, T_{i1}\left(\frac{\left(\frac{P_{i2}}{P_{i1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\eta_{is.c}}\right) = C_p\, T_{i1}\left[\frac{\Pi_{ic}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\eta_{is.c}}\right]\ldots\ldots(139)$$

Gaz parfait : $Cp = \frac{r.\gamma}{\gamma-1}$ *et* $\frac{P_{i1}}{\rho_{i1}} = r.T_{i1}$ *l'équation (139) s'écrit*

$$(W_T)_{1\text{-}2} = \frac{P_{i1}.\gamma}{\rho_{i1}(\gamma-1)}\left(\frac{\left(\frac{P_{i2}}{P_{i1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\eta_{is.c}}\right) = \frac{P_{i1}.\gamma}{\rho_{i1}(\gamma-1)}\left(\frac{\Pi_{ic}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\eta_{is.c}}\right)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(140)$$

Pour une transformation isentropique, $\eta_{is.c} = 1$ *d'ou, on peut écrire :*

$$(W_T)_{1\text{-}2is} = H_{i2is} - H_{i1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(141)$$

$$(W_T)_{1\text{-}2is} = C_p\,(T_{i2is} - T_{i1})\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(142)$$

$$(W_T)_{1\text{-}2is} = C_p\,T_{i1}\left[\left(\frac{P_{i2}}{P_{i1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right] = C_p\,T_{i1}\left[\Pi_{ic}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right]\ldots\ldots\ldots(143)$$

$$(W_T)_{1\text{-}2is} = \frac{P_{i1}\cdot\gamma}{\rho_{i1}\,(\gamma-1)}\left(\left(\frac{P_{i2}}{P_{i1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right) = \frac{P_{i1}\cdot\gamma}{\rho_{i1}(\gamma-1)}\left(\Pi_{ic}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)\ldots\ldots\ldots(144)$$

Récapitulatif.

Compression réelle

En grandeurs statiques et vitesses

$$(W_T)_{1\text{-}2} = (H_2 - H_1) + \tfrac{1}{2}(V_2^2 - V_1^2)$$

Pour un gaz parfait on a :

$$(W_T)_{1\text{-}2} = C_p\,(T_2 - T_1) + \tfrac{1}{2}\,(V_2^2 - V_1^2)$$

$$(W_T)_{1\text{-}2} = C_p\,T_1\left(\frac{\Pi_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\eta_{is.c}}\right) + \tfrac{1}{2}\,(V_2^2 - V_1^2)$$

$$(W_T)_{1\text{-}2} = \frac{P_1\cdot\gamma}{\rho_1(\gamma-1)}\left(\frac{\Pi_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\eta_{is.c}}\right) + \tfrac{1}{2}\,(V_2^2 - V_1^2)$$

En grandeurs totales :

$$(W_T)_{1\text{-}2} = H_{i2} - H_{i1}$$

Pour un gaz parfait on a :

$$(W_T)_{1\text{-}2} = Cp\,(T_{i2} - T_{i1})$$

$$(W_T)_{1\text{-}2} = C_p\,T_{i1}\left(\frac{\left(\frac{P_{i2}}{P_{i1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\eta_{is.c}}\right) = C_p\,T_{i1}\left[\frac{\Pi_{ic}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\eta_{is.c}}\right]$$

$$(W_T)_{1\text{-}2} = \frac{P_{i1}\cdot\gamma}{\rho_{i1}(\gamma-1)}\left(\frac{\left(\frac{P_{i2}}{P_{i1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\eta_{is.c}}\right) = \frac{P_{i1}\cdot\gamma}{\rho_{i1}(\gamma-1)}\left(\frac{\Pi_{ic}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\eta_{is.c}}\right)$$

Compression isentropique.

En grandeurs statiques et vitesses.

$$(W_T)_{1\text{-}2is} = (H_{2is} - H_1) + ½(V_2^2 - V_1^2)$$

Pour un gaz parfait on a :

$$(W_T)_{1\text{-}2is} = C_p\,(T_{2is} - T_1) + ½\,(V_2^2 - V_1^2)$$

$$(W_T)_{1\text{-}2is} = C_p\,T_1\left(\Pi_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right) + ½\,(V_2^2 - V_1^2)$$

$$(W_T)_{1\text{-}2is} = \frac{P_1.\gamma}{\rho_1(\gamma-1)}\left(\Pi_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right) + ½\,(V_2^2 - V_1^2)$$

En grandeurs totales

$$(W_T)_{1\text{-}2is} = H_{i2is} - H_{i1}$$

Pour un Gaz parfait.

$$(W_T)_{1\text{-}2is} = Cp\,(T_{i2is} - T_{i1})$$

$$(W_T)_{1\text{-}2is} = C_p\,T_{i1}\left[\left(\frac{P_{i2}}{P_{i1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right] = C_p\,T_{i1}\left[\Pi_{ic}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right]$$

$$(W_T)_{1\text{-}2is} = \frac{P_{i1}\,.\gamma}{\rho_{i1}\,(\gamma-1)}\left(\left(\frac{P_{i2}}{P_{i1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right) = \frac{P_{i1}.\gamma}{\rho_{i1}(\gamma-1)}\left(\Pi_{ic}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)$$

Rendements d'un compresseur.

Rendement isentropique.

On pratique, on ne peut pas négliger les frottements internes au compresseur car pour obtenir un même taux de compression $\frac{P_{i2}}{P_{i1}}$ *on retrouve en sortie une température* $T_{i2} > T_{i2is}$

$$\eta_{is.c}=\frac{Wt_{.th}}{Wt_{réel}}=\frac{H_{i2is}-H_{i1}}{H_{i2}-H_{i1}}=\frac{m_a.C_p(T_{i2is}-T_{i1})}{m_a.C_p(T_{i2}-T_{i1})}=\frac{T_{i2is}-T_{i1}}{T_{i2}-T_{i1}}=\frac{T_{i1}\left(\frac{T_{i2is}}{T_{i1}}-1\right)}{T_{i1}\left(\frac{T_{i2}}{T_{i1}}-1\right)}=\frac{\frac{T_{i2is}}{T_{i1}}-1}{\frac{T_{i2}}{T_{i1}}-1}$$

Or : $\frac{T_{i2is}}{T_{i1}}=\left(\frac{P_{i2}}{P_{i1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Longrightarrow \eta_{is.c}=\frac{\left(\frac{P_{i2}}{P_{i1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1}{\frac{T_{i2}}{T_{i1}}-1}$ ……….(145)

En posant : $\Pi_{ic}=\frac{P_{i2}}{P_{i1}}$ *et* $\tau_{ic}=\frac{T_{i2}}{T_{i1}}$ *On obtient :*

$\eta_{is.c} \simeq 0.8 - 0.85$

$$\boxed{\eta_{is.c}=\frac{\Pi_{ic}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1}{\tau_{ic}-1}} \quad …………….(146)$$

Egalement : $\eta_{is.c}=\frac{\left(\frac{P_{i2}}{P_{i1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1}{\frac{T_{i2}}{T_{i1}}-1} \Longrightarrow \frac{T_{i2}}{T_{i1}}-1=\frac{\left(\frac{P_{i2}}{P_{i1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1}{\eta_{is.c}}$

Ou : $\tau_{ic}=\frac{T_{i2}}{T_{i1}}=1+\frac{\Pi_i^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1}{\eta_{is.c}} \Longrightarrow \boxed{T_{i2}=T_{i1}\left(1+\frac{\Pi_{ic}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1}{\eta_{is.c}}\right)}$ ………(147)

Taux de compression $\boldsymbol{\Pi_{ic}}$ ***en fonction du rendement isentropique de compression*** $\boldsymbol{\eta_{isc}}$

$$\eta_{is_c}=\frac{\Pi_{ic}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1}{\tau_{ic}-1} \Longrightarrow \Pi_{ic}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1=\eta_{isc}(\tau_{ic}-1) \Longrightarrow \Pi_{ic}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}=1+\eta_{isc}(\tau_{ic}-1)$$

$$\Longrightarrow \boxed{\Pi_{ic}=\frac{P_{i2}}{P_{i1}}=[1+\eta_{isc}(\tau_{ic}-1)]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \quad ………..(148)$$

Rapport de température $\boldsymbol{\tau_{ic}}$ ***en fonction du rendement isentropique de compression*** $\boldsymbol{\eta_{is_c}}$

$$\eta_{is_c}=\frac{\Pi_{ic}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1}{\tau_{ic}-1} \Longrightarrow \tau_{ic}-1=\frac{\Pi_{ic}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1}{\eta_{isc}}$$

$$\Longrightarrow \boxed{\tau_{ic}=\frac{T_{i2}}{T_{i1}}=1+\frac{\Pi_{ic}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1}{\eta_{isc}}} \quad …………………..(149)$$

Taux de compression Π_{ic} en fonction du rendement polytropique de compression η_{p_c}.

Pour une compression élémentaire, le rendement polytropique de compression est donné par :

$$\eta_{p_c} = \frac{\delta W_{poly}}{\delta W_{réel}} = \frac{\frac{dP}{\rho}}{c_P.dT} \quad \text{.................................(150)}$$

Gaz parfait : $\frac{P}{\rho} = r.T \quad \Rightarrow \rho = \frac{P}{r.T} \quad$ *et* $\quad C_p = \frac{r.\gamma}{\gamma-1}$

$$\eta_{p_c} = \frac{\frac{r.T}{P}.dP}{C_p.dT} = \frac{r}{C_p}.\frac{\frac{dP}{P}}{\frac{dT}{T}} = \frac{r.(\gamma-1)}{r.\gamma}.\frac{\frac{dP}{P}}{\frac{dT}{T}} = \frac{(\gamma-1)}{\gamma}.\frac{\frac{dP}{P}}{\frac{dT}{T}} \quad \text{................(151)}$$

Delà, On peut tirer :

$$\frac{dP}{P} = \frac{\gamma}{\gamma-1}.\eta_{p_c}.\frac{dT}{T} \quad \text{.....................(152)}$$

En intégrant de 1 à 2, on obtient :

$$\int_1^2 \frac{dP}{P} = \frac{\gamma}{\gamma-1}.\eta_{p_c}.\int_1^2 \frac{dT}{T} \quad \text{................(153)}$$

$$\ln\frac{P_{i2}}{P_{i1}} = \frac{\gamma}{\gamma-1}.\eta_{p_c}.\ln\frac{T_{i2}}{T_{i1}} \quad \Rightarrow \quad \ln\frac{P_{i2}}{P_{i1}} = \left(\ln\frac{T_{i2}}{T_{i1}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}.\eta_{p_c}} \quad \text{.........(154)}$$

$$\Rightarrow \frac{P_{i2}}{P_{i1}} = \left(\frac{T_{i2}}{T_{i1}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}.\eta_{p_c}} \quad or \quad \frac{T_{i2}}{T_{i1}} = 1 + \frac{\Delta T_i}{T_{i1}} \quad et \quad \Delta T_i = T_{i2} - T_{i1}$$

D'où finalement :

$$\boxed{\Pi_{ic} = \frac{P_{i2}}{P_{i1}} = \tau_{ic}^{\frac{\gamma}{\gamma-1}.\eta_{p_c}} = \left(1 + \frac{\Delta T_i}{T_{i1}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}.\eta_{p_c}}} \quad \text{...........(155)}$$

Evolution du rendement isentropique de compression en fonction du taux de compression.

D'après l'équation (148), on a :

$$\Pi_{ic} = \frac{P_{i2}}{P_{i1}} = [1 + \eta_{isc}(\tau_{ic} - 1)]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left[1 + \eta_{isc}\left(\frac{T_{i2}}{T_{i1}} - 1\right)\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\Pi_{ic} = \frac{P_{i2}}{P_{i1}} = \left[1 + \eta_{isc}\left(\frac{T_{i2}-T_{i1}}{T_{i1}}\right)\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left[1 + \eta_{isc}\left(\frac{\Delta T_i}{T_{i1}}\right)\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \ldots\ldots\ldots\ldots(155)$$

$$\Pi_{ic}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1 + \eta_{isc}\left(\frac{\Delta T_i}{T_{i1}}\right) \qquad \eta_{isc}\left(\frac{\Delta T_i}{T_{i1}}\right) = \Pi_{ic}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1$$

$$\Longrightarrow \eta_{isc} = \frac{\Pi_{ic}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\frac{\Delta T_i}{T_{i1}}} \ldots\ldots\ldots\ldots(156)$$

Or, la formule (155) donne :

$$\Pi_{ic} = \frac{P_{i2}}{P_{i1}} = \tau_{ic}^{\frac{\gamma}{\gamma-1}.\eta_{pc}} = \left(1 + \frac{\Delta T_i}{T_{i1}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}.\eta_{pc}} \Longrightarrow$$

$$\Pi_{ic}^{\frac{\gamma-1}{\gamma.\eta_{pc}}} = 1 + \frac{\Delta T_i}{T_{i1}} \Longrightarrow \frac{\Delta T_i}{T_{i1}} = \Pi_{ic}^{\frac{\gamma-1}{\gamma.\eta_{pc}}} - 1 \ldots\ldots\ldots\ldots(157)$$

Remplaçons (157) dans (156).

$$\boxed{\eta_{isc} = \frac{\Pi_{ic}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\Pi_{ic}^{\frac{\gamma-1}{\gamma.\eta_{pc}}} - 1}} \ldots\ldots\ldots\ldots(158)$$

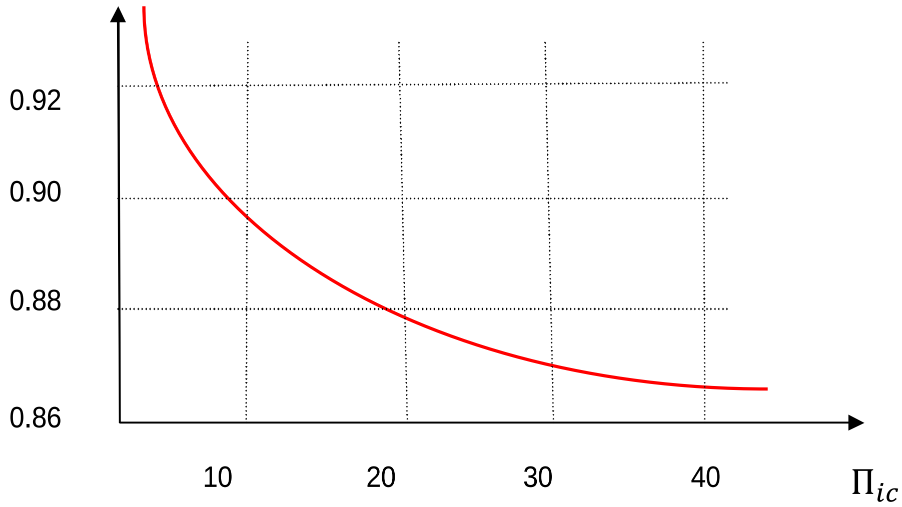


Figure n° 19 : évolution du rendement isentropique de compression en fonction du rendement polytropique de compression.

Compresseurs à étages multiples.

Soient : *Indice 1 : Entrée du compresseur.*
Indice 2 : Sortie du compresseur.

$$\eta_{is.c}=\frac{\Pi_{ic}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1}{\tau_i-1} \quad avec: \quad \Pi_i=\frac{P_{i2}}{P_{i1}} \quad et \quad \tau_i=\frac{T_{i2}}{T_{i1}}$$

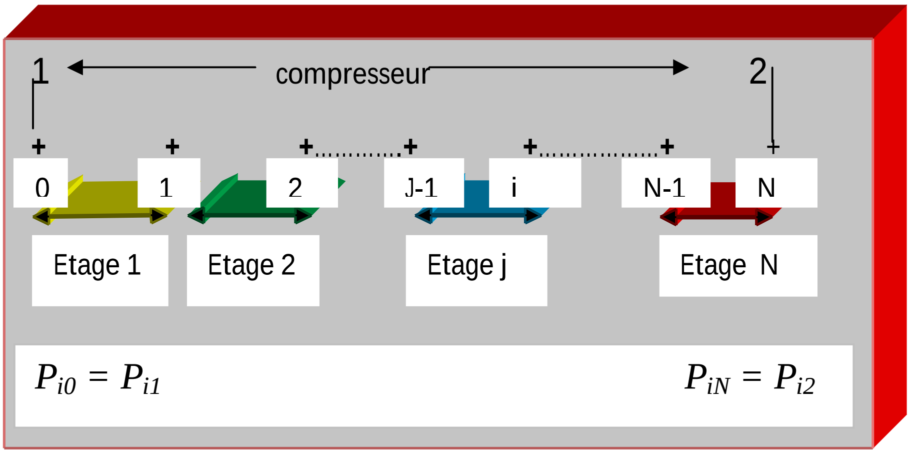
Compresseur à N étages.

η_{sj} *: rendement isentropique de l'étage Sj.*
Π_{sj} *: taux de compression de l'étage Sj*
τ_{sj} *: rapport de température de l'étage Sj*

Pour un étage on a :

$$\eta_{sj}=\frac{\Pi_{sj}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1}{\tau_{sj}-1}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(147)$$

Etage n°1 : 0 →1
Etage n°2 : 1 → 2
……………………..
Etage n°j : j-1 →j
…………………….
Etage n°N : N-1 →N



$$\eta_{isc}=\frac{\Pi_{ic}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1}{\tau_{ic}-1}=\frac{\left(\frac{P_{i2}}{P_{i1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1}{\frac{T_{i2}}{T_{i1}}-1}=\frac{\left(\frac{P_{iN}}{P_{i0}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1}{\frac{T_{iN}}{T_{i0}}-1}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(159)$$

Or , pour l'étage Sj on a :

$$\eta_{sj}=\frac{\Pi_{sj}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1}{\tau_{sj}-1} \Rightarrow \tau_{sj}-1=\frac{\Pi_{sj}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1}{\eta_{sj}} \quad ou: \ \tau_{sj}=1+\frac{\Pi_{sj}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1}{\eta_{sj}}\ldots\ldots(160)$$

Ou encore,

$$\tau_{sj}=\frac{T_{ij}}{T_{i_{j-1}}}=1+\frac{1}{\eta_{sj}}\left\{\left(\frac{Pij}{Pi_{j-1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots(161)$$

Pour le compresseur,

$$\tau_{ic} = \frac{T_{i2}}{T_{i1}} = \frac{T_{iN}}{T_{i0}} = \prod_{j=1}^{N} \frac{T_{ij}}{T_{i_{j-1}}} = \prod_{j=1}^{N}\left\{1 + \frac{1}{\eta_{sj}}\left[\left(\frac{Pij}{Pi_{j-1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right]\right\} \ldots\ldots\ldots(162)$$

On remplace (162) dans (159)

$$\eta_{isc} = \frac{\left(\frac{P_{iN}}{P_{i0}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\frac{T_{iN}}{T_{i0}} - 1} = \frac{\left(\frac{P_{iN}}{P_{i0}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\prod_{j=1}^{N}\left\{1+\frac{1}{\eta_{sj}}\left[\left(\frac{Pij}{Pi_{j-1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right]\right\} - 1} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(163)$$

Pour simplifier, on suppose (pour un étage j) :

$$\frac{Pij}{Pi_{j-1}} = \Pi_{sj} = \Pi_s \quad et \quad \eta_{sj} = \eta_s$$

$$\tau_{ic} = \prod_{j=1}^{N}\left\{1 + \frac{1}{\eta_s}\left[\Pi_s^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right]\right\} = \prod_{j=1}^{N}\tau_s = \tau_s^N \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(164)$$

$$\tau_{ic} = \tau_s^N = \left\{1 + \frac{1}{\eta_s}\left[\Pi_s^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right]\right\}^N \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(165)$$

On a aussi,

$$\Pi_{ic} = \prod_{j=1}^{N}\Pi_{sj} = \prod_{j=1}^{N}\Pi_s = \Pi_s^N \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(166)$$

Ou : $\Pi_s = \Pi_{ic}^{\frac{1}{N}}$ ……………………………………………………(167)

On obtient donc le rendement isentropique de compression (compresseur) :

$$\eta_{isc} = \frac{\left(\frac{P_{iN}}{P_{i0}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\frac{T_{iN}}{T_{i0}} - 1} = \frac{\Pi_{ic}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\tau_i - 1} = \frac{\Pi_{ic}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\left\{1+\frac{1}{\eta_s}\left[\Pi_s^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right]\right\}^N - 1} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(168)$$

En remplaçant Π_s *par* $\Pi_{ic}^{\frac{1}{N}}$ *on obtient :*

$$\eta_{isc} = \frac{\Pi_{ic}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\left\{1+\frac{1}{\eta_s}\left[\Pi_{ic}^{\frac{\gamma-1}{\gamma.N}} - 1\right]\right\}^N - 1} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(169)$$

IV.4: Chambre de combustion

IV.4.1 :Rôle .

Assure le mélange combustible (kérosène) et Oxygène (contenu dans l'air) et permette la transformation la plus complète possible de l'énergie chimique du mélange en énergie calorifique.

Description . Voir cours technologie turboréacteurs

Figure n° *20 : Chambre de combustion photo*

IV.4.2 : Etude thermodynamique.

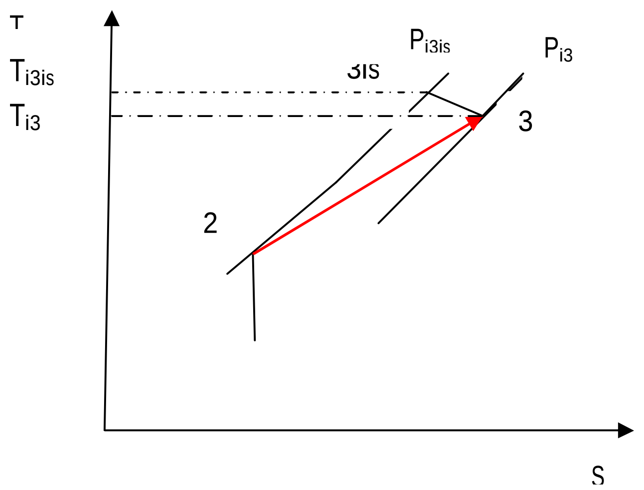


Figure n° 21 : évolution des gaz dans la chambre de combustion

2 → 3_is : Combustion isobare (sans pertes).

La puissance calorifique mise en jeu dans une chambre de combustion et la l'élévation de température qui s'en suit sont données par l'expression suivante :

$$\dot{m}_c \, . \, P_{ci} = (\dot{m}_a + \dot{m}_c)\, H_{i3is} - \dot{m}_a . H_{i2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(170)$$

avec P_{ci} : pouvoir calorifique inférieur en kj/kg

pour un gaz parfait on a :

$$\dot{m}_c . P_{ci} = (\dot{m}_a + \dot{m}_c). C_{p_g} . T_{i3is} - \dot{m}_a . C_{p.a} T_{i2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(171)$$

$$P_{ci} = \frac{(\dot{m}_a+\dot{m}_c)}{m_c} C_{p_g} . T_{i3is} - \frac{m_a}{m_c} . C_{p.a} T_{i2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(172)$$

$$P_{ci} = \left(\frac{m_a}{m_c} + 1\right) C_{p_g} . Ti_{3is} - \frac{m_a}{m_c} . C_{p.a} T_{i2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(173)$$

$$P_{ci} = \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_c}\left[C_{p_g} T_{i3is} - C_{p_a} T_{i2}\right] + C_{p_g} T_{i3is} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(174)$$

$$\frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_c}\left[C_{p_g} T_{i3is} - C_{p_a} T_{i2}\right] = P_{ci} - C_{p_g} T_{i3is} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(175)$$

$$\frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_c} = \frac{P_{ci} - C_{p_g} T_{i3is}}{C_{p_g} T_{i3is} - C_{p_a} T_{i2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(176)$$

$$\text{ou : } \boxed{\frac{\dot{m}_c}{\dot{m}_a} = \frac{C_{p_g} T_{i3is} - C_{p_a} T_{i2}}{P_{ci} - C_{p_g} T_{i3is}} = \frac{T_{i3is} - \frac{C_{Pa}}{C_{pg}} . T_{i2}}{\frac{P_{ci}}{C_{pg}} - T_{i3is}}} \ldots\ldots\ldots(177)$$

Avec : $\frac{\dot{m}_c}{\dot{m}_a} = f$ *(dosage) kg fuel/kg air.*

2 →3 : Combustion avec pertes.

En prenant en compte la perte de charge due aux frottements du fluide, la pression à la sortie de la chambre sera :

$$Pi_2 = P_{3iis} = Pi_3 + \Delta P \qquad Avec : Pi_3 < Pi_2$$

$$\boxed{Pi_3 = Pi_2 - \Delta P = Pi_2 \left(1 - \frac{\Delta P}{P_{i2}}\right)} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(178)$$

Rendement thermique réel de la chambre de combustion.

$$\eta_{tr_b} = \frac{\text{énergie réelle dégagée}}{\text{énergie calorifique}} = \frac{(\dot{m}_a+\dot{m}_c).C_{pg}.T_{i3} - \dot{m}_a.C_{p.a}T_{i2}}{\dot{m}_c.P_{ci}} \quad \ldots\ldots..(179)$$

$$\eta_{tr_b}.P_{ci} = \left(\frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_c}+1\right)C_{p_g}.T_{i3} - \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_c}.C_{p.a}T_{i2} \quad \ldots\ldots(180)$$

$$\eta_{tr_b}.P_{ci} = \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_c}\left[C_{p_g}T_{i3} - C_{p_a}T_{i2}\right] + C_{p_g}T_{i3} \ldots\ldots(181)$$

$$\frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_c}\left[C_{p_g}T_{i3} - C_{p_a}T_{i2}\right] = \eta_{tr_b}.P_{ci} - C_{p_g}T_{i3} \ldots\ldots(182)$$

$$\frac{\dot{m}_c}{\dot{m}_a} = \frac{\left(C_{pg}T_{i3} - C_{pa}T_{i2}\right)}{\eta_{tr_b}.P_{ci} - C_{pg}T_{i3}} = \frac{T_{i3} - \frac{C_{pa}}{C_{pg}}.T_{i2}}{\frac{\eta_{tr_b}.P_{ci}}{C_{pg}} - T_{i3}} = \text{f} \quad \ldots\ldots(183)$$

IV.5: La turbine.

IV.5.1 : Description et rôle (voir chapitre II)

IV.5.2 : Etude thermodynamique.

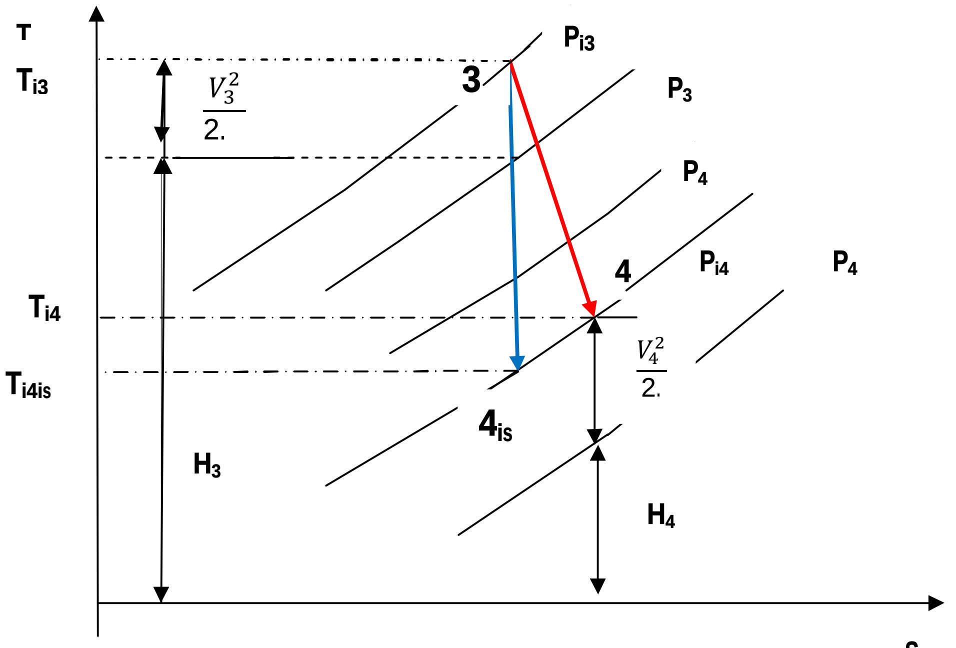


Figure n°22 : évolution du gaz dans la

$3 \longrightarrow 4_{is}$: Détente isentropique (adiabatique et réversible)
$3 \longrightarrow 4$: Détente réelle.

Expression du travail indiqué de (l'u.d.m)(Energie cédée par les gaz à la turbine).

1er principe de la thermodynamique pour un système ouvert.

$$(W_T + Q)_{3\text{-}4} = \Delta H_{3\text{-}4} + \Delta E_{C3\text{-}4} + \Delta Ep_{\,3\text{-}4} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(184)$$

$$(W_T + Q)_{3\text{-}4} = (H_4 - H_3) + ½(V_4^2 - V_3^2) + g\,(z_4 - z_3) \ldots\ldots\ldots(185)$$

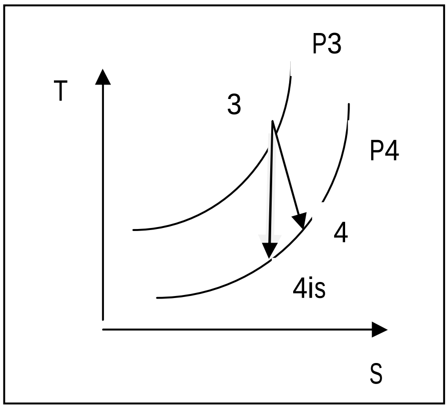
Compression adiabatique $\Longrightarrow Q_{3\text{-}4}=0$
Pas de dénivellation $\Longrightarrow g\,(z_4 - z_3)=0$

$$(W_T)_{3\text{-}4} = (H_4 - H_3) + ½(V_4^2 - V_3^2) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(186)$$

Pour un gaz parfait on a :

$$(W_T)_{3\text{-}4} = C_p\,(T_4 - T_3) + ½\,(V_4^2 - V_3^2) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(187)$$

$$(W_T)_{3\text{-}4} = C_p\,T_3\left(\frac{T_4}{T_3} - 1\right) + ½\,(V_4^2 - V_3^2) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots....(188)$$



$$Or :\ \eta_{is.t} = \frac{H_4 - H_3}{H_{4is} - H_3} = \frac{C_p(T_4 - T_3)}{C_p(T_{4is} - T_3)}$$

$$\eta_{is.t} = \frac{T_4 - T_3}{T_{4is} - T_3} = \frac{T_3\left(\frac{T_4}{T_3} - 1\right)}{T_3\left(\frac{T_{4is}}{T_3} - 1\right)} = \frac{\frac{T_4}{T_3} - 1}{\frac{T_{4is}}{T_3} - 1}$$

$$\Longrightarrow \frac{T_4}{T_3} - 1 = \eta_{is.t}\ \left(\frac{T_{4is}}{T_3} - 1\right) \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(189)$$

Remplaçons (189) dans (188) on obtient :

$$(W_T)_{3\text{-}4} = C_p\,T_3\left(\eta_{is.t}\ \left(\frac{T_{4is}}{T_3} - 1\right)\right) + ½\,(V_4^2 - V_3^2) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(190)$$

$$Or :\ \frac{T_{4is}}{T_3} = \left(\frac{P_4}{P_3}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Pi_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(191)$$

$$(W_T)_{3\text{-}4} = C_p\,T_3\left[\eta_{is.t}\ \left(\Pi_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)\right] + ½\,(V_4^2 - V_3^2) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(192)$$

Gaz parfait : $Cp = \frac{r.\gamma}{\gamma-1}$ *et* $\frac{P_3}{\rho_3} = r.T_3$ *l'équation (192) s'écrit*

$$(W_T)_{3\text{-}4} = \frac{P_3}{\rho_3}\frac{.\gamma}{(\gamma-1)}\left[\eta_{is.t}\left(\Pi_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right)\right] + ½\,(V_4^2 - V_3^2) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(193)$$

Remarque :

Pour une évolution isentropique $\eta_{is.t}=1$

$$(W_T)_{3\text{-}4} = C_p\,T_3\left(\Pi_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right) + ½\,(V_4^2 - V_3^2)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(194)$$

$$\Longrightarrow\quad (W_T)_{3\text{-}4} = \frac{P_3}{\rho_3}\frac{.\gamma}{(\gamma-1)}\left(\Pi_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right) + ½\,(V_4^2 - V_3^2)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(195)$$

En grandeurs totales on peut écrire :

$$W_T = (H_4 + ½\,V_4^2) - (H_3 + ½V_3^2)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(196))$$

En posant : $H_i = H + ½\,V^2$ *(Enthalpie totale), On obtient :*

$$(W_T)_{3\text{-}4} = H_{i4} - H_{i3}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (197)$$

Variation d'Enthalpie totale entre sortie et entrée compresseur.

Gaz parfait $\Longrightarrow$

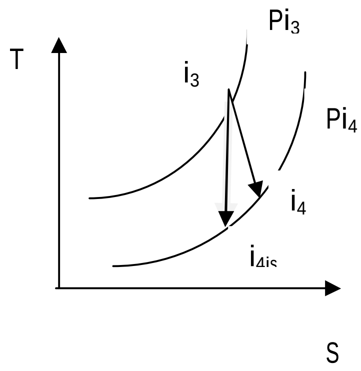
$$(W_T)_{3\text{-}4} = C_p\,(T_4 - T_3) + ½\,(V_4^2 - V_3^2)\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(198)$$

$$(W_T)_{3\text{-}4} = (C_p\,T_4 + ½\,V_4^2) - (C_p\,T_3 + ½\,V_3^2)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(199)$$

$$(W_T)_{3\text{-}4} = C_p[\underbrace{(T_4 + \frac{1}{2.Cp}.V_4^2)}_{\text{Ti4}} - (\underbrace{T_3 + \frac{1}{2.Cp}.V_3^2)}_{\text{Ti3}}\ ]\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(200)$$

$$(W_T)_{3\text{-}4} = Cp\,(T_{i4} - T_{i3})\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(201)$$

$$(W_T)_{3\text{-}4} = C_p\,T_{i3}\left(\frac{T_{i4}}{T_{i3}}-1\right)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(202)$$



Or : $\eta_{is.t} = \frac{H_{i4}-H_{i3}}{H_{i4is}-H_{i3}} = \frac{C_p(T_{i4}-T_{i3})}{C_p(T_{i4is}-T_{i3})}$

$$\eta_{is.t} = \frac{T_{i4}-T_{i3}}{T_{i4is}-T_{i3}} = \frac{T_{i3}\left(\frac{T_{i4}}{T_{i3}}-1\right)}{T_{i3}\left(\frac{T_{i4is}}{T_{i3}}-1\right)} = \frac{\frac{T_{i4}}{T_{i3}}-1}{\frac{T_{i4is}}{T_{i3}}-1}$$

$$\Longrightarrow \quad \frac{T_{i4}}{T_{i3}} - 1 = \eta_{is.t}\left(\frac{T_{i4is}}{T_{i3}} - 1\right) \quad \text{………………(203)}$$

Remplaçons (203) dans (202)

$$(W_T)_{3\text{-}4} = C_p\, T_{i3}\left[\eta_{is.t}\left(\frac{T_{i4is}}{T_{i3}} - 1\right)\right] \text{…………………………………………….(204)}$$

Or, $\frac{T_{i4is}}{T_{i3}} = \left(\frac{P_{i4}}{P_{i3}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Pi_{it}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Longrightarrow$

$$(W_T)_{3\text{-}4} = C_p\, T_{i3}\left[\eta_{is.t}\left(\Pi_{it}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)\right] \text{…………………………..(205)}$$

Gaz parfait : $Cp = \frac{r.\gamma}{\gamma-1}$ *et* $\frac{P_{i3}}{\rho_{i3}} = r.T_{i3}$ *l'équation (205) s'écrit*

$$(W_T)_{3\text{-}4} = \frac{P_{i3}\,.\gamma}{\rho_{i3}(\gamma-1)}\left[\eta_{is.t}\left(\Pi_{it}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)\right] \text{…………………………..(206)}$$

Pour une transformation isentropique, $\eta_{is.t} = 1$ *d'ou, on peut écrire :*

$$(W_T)_{3\text{-}4is} = H_{i4is} - H_{i3}$$

$$(W_T)_{3\text{-}4is} = C_p\,(T_{i4is} - T_{i3}) \text{…………………………………………..(207)}$$

$$(W_T)_{3\text{-}4is} = C_p\, T_{i3}\left[\left(\frac{P_{i4}}{P_{i3}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right] = C_p\, T_{i3}\left[\Pi_{it}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right] \text{……… …….(208)}$$

$$(W_T)_{3\text{-}4is} = \frac{P_{i3}\,.\gamma}{\rho_{i3}(\gamma-1)}\left(\left(\frac{P_{i4}}{P_{i3}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right) = \frac{P_{i3}\,.\gamma}{\rho_{i3}(\gamma-1)}\left(\Pi_{it}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right) \text{………..(209)}$$

Récapitulatif:

Détente réelle.

En grandeurs statiques et vitesses.

$$(W_T)_{3\text{-}4} = (H_4 - H_3) + ½(V_4^2 - V_3^2)$$

Pour un gaz parfait on a :

$$(W_T)_{3\text{-}4} = C_p\,(T_4 - T_3) + ½\,(V_4^2 - V_3^2)$$

$$(W_T)_{3\text{-}4} = C_p\,T_3 \left[\eta_{is.t}\,\left(\Pi_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)\right] + ½\,(V_4^2 - V_3^2)$$

$$(W_T)_{3\text{-}4} = \frac{P_3}{\rho_3}\frac{\cdot\gamma}{(\gamma-1)} \left[\eta_{is.t}\,\left(\Pi_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)\right] + ½\,(V_4^2 - V_3^2)$$

En grandeurs totales on peut écrire **:**

$$(W_T)_{3\text{-}4} = H_{i4} - H_{i3}$$

Pour un gaz parfait:

$$(W_T)_{3\text{-}4} = Cp\,(T_{i4} - T_{i3})$$

$$(W_T)_{3\text{-}4} = C_p\,T_{i3} \left[\eta_{is.t}\,\left(\Pi_{it}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)\right]$$

$$(W_T)_{3\text{-}4} = \frac{P_{i3}\cdot\gamma}{\rho_{i3}(\gamma-1)} \left[\eta_{is.t}\,\left(\Pi_{it}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)\right]$$

Détente isentropique.

En grandeurs statiques et vitesses.

$$(W_T)_{3\text{-}4is} = (H_{4is} - H_3) + ½(V_{4is}^2 - V_3^2)$$

Pour un gaz parfait on a :

$$(W_T)_{3\text{-}4} = C_p\,(T_4 - T_3) + ½\,(V_4^2 - V_3^2)$$
$$(W_T)_{3\text{-}4} = C_p\,T_3\left(\Pi_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right) + ½\,(V_4^2 - V_3^2)$$
$$(W_T)_{3\text{-}4} = \frac{P_3\;\cdot\gamma}{\rho_3\,(\gamma-1)}\left(\Pi_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right) + ½\,(V_4^2 - V_3^2)$$

En grandeurs totales.

$$(W_T)_{3\text{-}4is} = H_{i4is} - H_{i3}$$

Pour un gaz parfait on a :

$$(W_T)_{3\text{-}4is} = C_p\,(T_{i4is} - T_{i3})$$
$$(W_T)_{3\text{-}4is} = C_p\,T_{i3}\left[\left(\frac{P_{i4}}{P_{i3}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right] = C_p\,T_{i3}\left[\Pi_{it}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right]$$
$$(W_T)_{3\text{-}4is} = \frac{P_{i3}\;\cdot\gamma}{\rho_{i3}(\gamma-1)}\left(\left(\frac{P_{i4}}{P_{i3}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right) = \frac{P_{i3}\;\cdot\gamma}{\rho_{i3}(\gamma-1)}\left(\Pi_{it}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)$$

Rendement isentropique.

$$\eta_{is.t} = \frac{Wt_{\cdot réel}}{Wt_{th}} = \frac{H_{i4}-H_{i3}}{H_{i4is}-H_{i3}} = \frac{m_a\cdot C_p(T_{i4}-T_{i3})}{m_a\cdot C_p(T_{i4is}-T_{i3})} = \frac{T_{i4}-T_{i3}}{T_{i4is}-T_{i3}} = \frac{T_{i3}\left(\frac{T_{i4}}{T_{i3}}-1\right)}{T_{i3}\left(\frac{T_{i4is}}{T_{i3}}-1\right)} = \frac{\frac{T_{i4}}{T_{i3}}-1}{\frac{T_{i4is}}{T_{i3}}-1}$$

$$\text{Or : } \frac{T_{i4is}}{T_{i3}} = \left(\frac{P_{i4}}{P_{i3}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Longrightarrow \eta_{is.t} = \frac{\frac{T_{i4}}{T_{i3}} - 1}{\left(\frac{P_{i4}}{P_{i3}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(210)$$

En posant : $\Pi_{i'} = \frac{P_{i4}}{P_{i3}}$ *et* $\tau_{i'} = \frac{T_{i4}}{T_{i3}}$ *On obtient :*

$$\boxed{\eta_{is.t} = \frac{\tau_{it}-1}{\Pi_{it}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(211)$$

Taux de détente d'une transformation réelle.

$$\eta_{is.t} = \frac{\tau_{it}-1}{\Pi_{it}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1} \Rightarrow \Pi_{it}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 = \frac{\tau_{it}-1}{\eta_{is.t}} \Rightarrow \Pi_{it}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1 + \frac{\tau_{it}-1}{\eta_{is.t}}$$

Ce qui donne : $\Pi_{it} = \frac{P_{i4}}{P_{i3}} = \left(1 + \frac{\tau_{it}-1}{\eta_{is.t}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$ ……………………(212)

Taux de détente en fonction du rendement polytropique de détente.

$$\eta_{p_t} = \frac{\delta W_r}{\delta W_p} = \frac{C_p.dT}{\frac{dP}{\rho}} = \frac{C_p.dT}{\frac{r.T}{P}.dP} = \frac{C_p}{r}.\frac{\frac{dT}{T}}{\frac{dP}{P}} \quad \text{………………………………(213)}$$

$$C_p = \frac{r.\gamma}{\gamma-1} \Rightarrow \eta_{p_t} = \frac{\gamma}{\gamma-1}.\frac{\frac{dT}{T}}{\frac{dP}{P}} \quad \text{……………………………………(214)}$$

Delà, on retrouve la relation :

$$\frac{dP}{P} = \frac{\gamma}{\gamma-1}.\frac{\frac{dT}{T}}{\eta_{p_t}} = \frac{\gamma}{\gamma-1}.\frac{1}{\eta_{p_t}}.\frac{dT}{T} \quad \text{…………………………………….(215)}$$

En intégrant de 3 à 4, on obtient :

$$\int_3^4 \frac{dP}{P} = \frac{\gamma}{\gamma-1}.\frac{1}{\eta_{p_t}} \int_3^4 \frac{dT}{T} \quad \text{…………………………………………………(216)}$$

$$\ln\frac{P_{i4}}{P_{i3}} = \frac{\gamma}{\gamma-1}.\frac{1}{\eta_{p_t}} \ln\frac{T_{i4}}{T_{i3}} \quad \text{………………………………………….….(217)}$$

$$\ln\frac{P_{i4}}{P_{i3}} = \left(\ln\frac{T_{i4}}{T_{i3}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}.\frac{1}{\eta_{p_t}}} \quad \text{……………………………………. ……. (218)}$$

$$\frac{P_{i4}}{P_{i3}} = \left(\frac{T_{i4}}{T_{i3}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}.\frac{1}{\eta_{p_t}}} \quad \text{…………………………………………………….…(219)}$$

Ou : $\Pi_{it} = \tau_{it}^{\frac{\gamma}{\gamma-1}.\frac{1}{\eta_{p_t}}} = \left(\frac{\Delta T_i}{T_{i3}} + 1\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}.\frac{1}{\eta_{p_t}}}$ ……………………….(220)

Avec : $\Delta T_i = T_{i4} - T_{i3}$

Evolution du rendement isentropique de détente en fonction du taux de détente..

$$\eta_{is.t} = \frac{\tau_{it}-1}{\Pi_{it}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1} = \frac{\frac{T_{i4}}{T_{i3}}-1}{\Pi_{it}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1} = \frac{\frac{T_{i4}-T_{i3}}{T_{i3}}}{\Pi_{it}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1} = \frac{\frac{\Delta T_i}{T_{i3}}}{\Pi_{it}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1} \quad \ldots\ldots\ldots(221)$$

Or d'après (190), $\Pi_{it} = \left(\frac{\Delta T_i}{T_{i3}}+1\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}\cdot\frac{1}{\eta_{pt}}}$

$$\Longrightarrow \Pi_{it}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}\cdot\eta_{pt}} = \frac{\Delta T_i}{T_{i3}}+1$$

$$\Longrightarrow \frac{\Delta T_i}{T_{i3}} = \Pi_{it}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}\cdot\eta_{pt}} - 1 \quad \ldots\ldots\ldots(222)$$

En remplaçant ( ) dans ( ) on obtient :

$$\boxed{\eta_{is.t} = \frac{\Pi_{it}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}\cdot\eta_{pt}}-1}{\Pi_{it}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1}} \quad \ldots\ldots\ldots(223)$$

IV.6 : La tuyère.

IV.6.1 : Définition.

Le rôle de la tuyère est de poursuivre la détente de la turbine et de transformer l'énergie potentielle en énergie cinétique. Cette transformation procure une poussée (le reste de la poussée provenant du moteur et de la prise d'air). L'arrière-corps est la partie externe de la tuyère.

*Pour les **avions subsoniques,** les tuyères sont **convergentes** ; les flux primaire et secondaire peuvent être séparés, confluents ou mélangés.*

*Pour les **avions supersoniques,** les tuyères sont **convergentes-divergentes.** Les sections du col et de sortie sont réglables de manière à assurer un bon fonctionnement de la tuyère dans tout le domaine de vol (subsonique, supersonique avec et sans réchauffe).*

Figure n° 23 : Tuyère photo

D'après la relation d'HYGONIOT, $\frac{dS}{S} = \frac{dV}{V}(M^2 - 1)$

Avec : S : section de la tuyère.
V : vitesse des gaz.

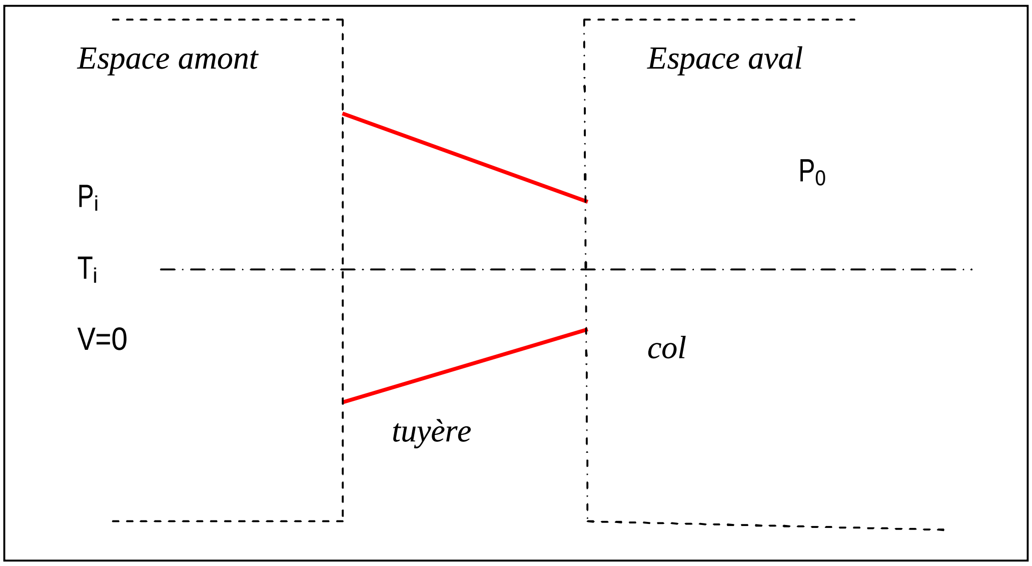
On a :

Pour M <0 — *V ↗ dans un convergent.*
V ↘ dans un divergent.

Pour M >0 — *V ↘ dans un convergent.*
V ↗ dans un divergent.

IV.6.2 Tuyères convergentes.

La plus part des aéronefs n'étaient équipés que des tuyères simplement convergentes (avions civils et avion de transport). Nous nous contentons dans cette étude, que des tuyères convergentes. Les tuyères convergentes- divergentes seront traitées dans le cours de turboréacteurs (master 1).



Pour P_0= cte :

Si $P_i = P_0$ (débit massique nul).

Si $P_i > P_0$, on faisant croitre P_i, la différence $P_i - P_0$ augmente $\Longrightarrow$ la vitesse de sortie augmente jusqu'à la valeur critique $V_c = a_c$ (M=1) à la Sortie de la tuyère.

Ce qui donne d'après la relation : $P_i = P.\left(1+\frac{\gamma-1}{2}.M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$……………..(224)

$$\frac{P_i}{P_0} = r_c = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 1.893 \approx 1.9 \quad (225)$$

On appelle le rapport $\frac{P_i}{P_0} = r_c$ *lorsque M =1, le rapport critique.*

Dans ce cas, on dit que $\boldsymbol{P_0}$ est la pression critique et on la note $\boldsymbol{P_c}$ ($\boldsymbol{P_0 = P_c}$)

$$\boxed{r_c = \frac{P_i}{P_c} \approx 1.9}$$

Fonctionnement pratique.

Dans la pratique, le rapport réel $r_r \neq r_c$

3 cas se présentent:

- $\boldsymbol{r_r = \frac{P_{i5}}{P_5} = \frac{P_{i5}}{P_0} < r_c = \frac{P_{i5}}{P_c} \rightarrow M_5 < 1}$…………………………..(226)

  Pour un rapport $\frac{P_{i5}}{P_0}$ *donné, on peut calculer M_5 à la sortie de la tuyère avec la relation de SAINT VENANT.*

  On a dans ce cas :
  - *Débit masse n'est pas maximal.*
  - *Tuyère n'est pas sonique.*
  - *Ecoulement subsonique.*
  - *Pression statique au col P_5 égale à la pression atmosphérique P_0 ($P_5 = P_0$) détente complète.*

  On dit que la tuyère est adaptée. Rencontré dans les faibles régimes (ralenti sol – ralenti vol).

- $r_r = \frac{P_{i5}}{P_5} = \frac{P_{i5}}{P_0} = r_c = \frac{P_{i5}}{P_c} \rightarrow M_5 = 1$……………………….(227)

On a dans ce cas :

- *Vitesse maximale.*
- *Débit masse maximal.*
- *Poussée maximale.*
- *Tuyère adaptée dans la plus part des cas.*
- *Correspond au régime maximal du moteur.*
  Rencontré pour des régimes proches du régime de décollage.

- $r_r = \frac{P_{i5}}{P_5} > r_c = \frac{P_{i5}}{P_c} \rightarrow M_5 > 1$……………………………….(228)

Ce n'est pas possible avec une tuyère convergente d'après la relation d'HUGONIOT. Nous aurons forcement en section de sortie tuyère :

$$M_5 = 1 \quad avec : \frac{P_{i5}}{P_5} = r_c$$

Tuyère sonique à l'intérieur de laquelle la détente est incomplète.($P_5 > P_0$)

Dans ce cas, la détente n'est pas terminée en sortie tuyère et elle se poursuivra à l'extérieur par une succession d'ondes de détente et de chocs jusqu'à la pression atmosphérique.

En résumé :

$r < r_c$	Tuyère adaptée	$M_5<1$	Tuyère adaptée $P_5 = P_0$
$r = r_c$	Tuyère le plus souvent adaptée	$M_5=1$	
$r > r_c$	Détente incomplète ($P_5 > P_0$)		

IV.6.3 : Etude thermodynamique.

Le Premier principe de la thermodynamique pour un système ouvert donne :

$$[W_T + Q]_4^5 = \left[\Delta H + \Delta E_C + \Delta E_p\right]_4^5 = (H_5 - H_4) + \frac{1}{2}(V_5^2 - V_4^2) + g(z_5 - z_4)$$

$$\left.\begin{array}{l} W_T = 0 \text{ (pas de travail technique dans le diffuseur).} \\ Q=0 \text{ (évolution supposée adiabatique).} \\ \Delta E_p = 0 \text{ (pas de dénivellation).} \end{array}\right\} \Longrightarrow$$

$$H_5 - H_4 + \frac{1}{2}(V_5^2 - V_4^2) = 0 \quad ou$$

$$H_4 - H_5 = \frac{1}{2}(V_5^2 - V_4^2)$$ *Conversion de l'enthalpie en énergie cinétique.*

On peut écrire également : $\left(H_5 + \frac{1}{2}.V_5^2\right) - \left(H_4 + \frac{1}{2}.V_4^2\right) = 0$ *ou :*

$$H_4 + \frac{1}{2}.V_4^2 = H_5 + \frac{1}{2}.V_5^2 = H + \frac{1}{2}V^2 = cte$$

Le terme $H + \frac{1}{2}V^2 = H_i = cte$ *Enthalpie totale.*

Soit $\boxed{H_{i4} = H_{i5}}$ *Conservation de l'enthalpie totale.*

Pour un gaz parfait, $H = Cp.T \Rightarrow C_{p_g}(T_5 - T_4) + \frac{1}{2}(V_5^2 - V_4^2) = 0$

Ou encore, $C_{p_g}T_4 + \frac{1}{2}.V_4^2 = C_{p_g}T_5 + \frac{1}{2}.V_5^2 = C_p\ .T + \frac{1}{2}V^2 = C_p.\left(T + \frac{V^2}{2.C_p}\right) = cte$

Or : $V = M.a$ *et* $a = \sqrt{\gamma.r.T} \Rightarrow V^2 = M^2.a^2 = M^2.\gamma.r.T$

Et $C_p = \frac{r.\gamma}{\gamma - 1}$

D'où : $C_p\left(T + \frac{M^2.\gamma.r.T.(\gamma-1)}{2.r.\gamma}\right) = C_p.T\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}.M^2\right) = cte$

Or : $T_i = T\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}.M^2\right) \Rightarrow C_{p_a}.T_i = cte$ *Ou :* $\boxed{T_i = cte}$

Ou encore :

$\boxed{T_{i4} = T_{i5} = cte}$ *Conservation de la température d'impact*

Si de plus, l'évolution est réversible (sans pertes) la 2ème loi de poisson donne :

$$T.P^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = cte \quad ou \quad \frac{T}{P^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = cte$$

Or : $T = \frac{T_i}{1+\frac{\gamma-1}{2}.M^2}$ *et* $P = \frac{P_i}{\left(1+\frac{\gamma-1}{2}.M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}$

En remplaçant dans la loi de poisson, on obtient :

$$\frac{T_i}{1+\frac{\gamma-1}{2}.M^2}.\frac{1}{\left[\frac{P_i}{\left(1+\frac{\gamma-1}{2}.M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}\right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = \cancel{\frac{T_i}{1+\frac{\gamma-1}{2}.M^2}}.\frac{1}{P_i^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}.\cancel{\left(1+\frac{\gamma-1}{2}.M^2\right)} = \frac{T_i}{P_i^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = T_i.P_i^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = cte$$

Comme T_i = cte , cela entraine si l'évolution est réversible P_i = cte

Ou : $\boxed{P_{i4} = P_{i5} = cte}$ *Conservation de la pression totale*.

Conditions atmosphériques.

Entre 0 et 11000 m (Troposphère)

- *Température T en fonction de l'altitude z.*

$$T(z) = T_{sol} - \frac{k-1}{k.r}.g.z = 15 - 0.0065\, z$$

- *Pression P en fonction de l'altitude z.*

$$P(z) = P_{sol}\left(1 - \frac{\rho_{sol}.g.z}{P_{sol}}\left(\frac{k-1}{k}\right)\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

- *Masse volumique ρ en fonction de z.*

$$\rho(z) = \frac{P(z)}{r.T(z)}$$

Avec : $k = 1.235$ $r = 287$ *j/kg°K*

Fin du chapitre