Capítulo 8

Sistemas de Tuberías

En el capítulo anterior se analizaron las causas por las cuales los fluidos, compresibles o incompresibles, que fluyen a través de un conducto, pierden energía irreversiblemente debido a la fricción y otras restricciones al flujo. Se estudiaron metodos para determinar la cantidad de energía que se pierde en tuberías, válvulas y accesorios.

En este capítulo el objetivo principal consiste en determinar el caudal capaz de ocasionar cierta pérdida de energía por fricción o viseversa, es decir definido cuánto caudal se quiere hacer fluir calcular la energía que éste alcanza a desperdiciar por fricción. Un caudal ocasiona una pérdida correspondiente y viseversa, o sea una pérdida es ocasionada por un caudal correspondiente.

Se consideran tres sistemas de tuberías:
a) en serie
b) en paralelo
c) ramificado
d) en red

Además de las pérdidas-caudal que se tratará en este capítulo, y en virtud de que hay flujo de fluido desde un punto de energía hasta otro punto de energía, se debe tener presente los temas y principios hidrodinámicos tratados en los capítulos anteriores como la aplicacion de:

a) La ecuación de Bernoully

b) La ecuación de continuidad

c) La ecuación de caudal

8.1 Fundamentos

En el caso del agua (o líquidos cuya viscosidad es muy parecida), existen varias fórmulas que han sido propuestas para el cálculo de las pérdidas de energía por fricción. Además de la ecuación ya conocida de Darcy-Weisbach, se puede citar la de Manning, Scobery, Hassen-Williams, Karman, etc.. Enseguida se presentan algunas de las mencionadas:

Ec. Darcy-Weisbach, que se utilizó en el capitulo anterior, ec.(7.2.1):

$$Hf = f\cdot\left(\frac{L}{D}\right)\cdot\left(\frac{v^2}{2g}\right)$$

Donde: $f = \xi\left(NRe, \frac{\varepsilon}{D}, DiagramaMoody\right)$

(Hf) es la energía que se pierde
(f) es el factor de fricción
(L) es longitud del tubo (incluido la longitudes equivalentes de válvulas y accesorios.
(D) es el diámetro del tubo
(v) es la velocidad de flujo
(g) es la aceleración de la gravedad
(ε/D) es la rugosidad relativa del material

Ec. Hazzen-Williams, que se usará en este capítulo de sistemas de tuberías:

$$v = 0.8494\cdot C\cdot R^{0.63}\cdot S^{0.54} \qquad (8.1.1)$$

Donde: $S = \frac{Hf}{L}$

Donde (S) es la pérdida unitaria (o sea pérdida por unidad de longitud), que gráficamente es la pendiente de la línea piezométrica

(C) es el coeficiente de rozamiento del material del tubo (100, 120, etc.)

Y para una tubería cilíndrica: $R = \frac{D}{4}$ (R) Es el radio hidráulico.

Sustituyendo:

$$v = 0.8494\cdot C\cdot\left(\frac{D}{4}\right)^{0.63}\cdot\left(\frac{Hf}{L}\right)^{0.54}$$

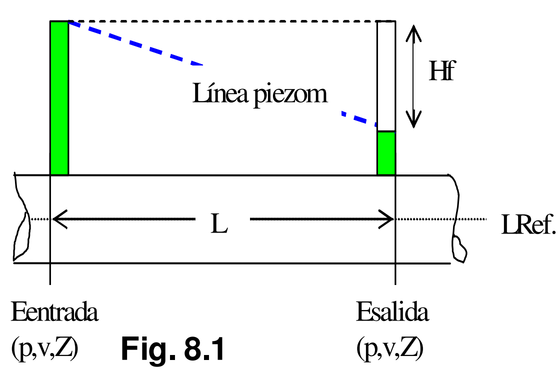


Fig. 8.1

Y para relacionarlo con caudal:

$$Q = v\cdot A = v\left(\pi\cdot\frac{D^2}{4}\right)$$

Sustituyendo:

$$Q = 0.8494\cdot\pi\cdot C\cdot\left(\frac{D^{2.63}}{4^{1.63}}\right)\cdot\left(\frac{Hf}{L}\right)^{0.54}$$

$$Q = 0.278\cdot C\cdot D^{2.63}\cdot\left(\frac{Hf}{L}\right)^{0.54} \qquad (8.1.2)$$

Donde se observa que el caudal (Q) es directamente proporcional a las perdidas lineales (Hf / L), considerando definidos la longitud (L), el diámetro (D) y el material del tubo (factor C).

Con esta ecuación Hazzen-Williams fué capaz de desarrollar un monograma que permite de manera más rápida obtener resultados gráficamente, sin necesidad de cálculos. En cambio la ecuación de Darcy, hace uso del diagrama de Moody, lo cual lo vuelve más lento y por lo tanto menos práctico en tratándose de sistemas de tuberías.

De la misma ec. (8.1.2) se puede despejar otros parámetros de mayor uso, para disponerlos y usarlos directamente:

$$Hf = \left(\frac{Q}{0.278\cdot C\cdot D^{2.63}}\right)^{\frac{1}{0.54}}\cdot L \qquad (8.1.3)$$

Donde, si: $\left(\frac{Q}{0.278\cdot C\cdot D^{2.63}}\right)^{\frac{1}{0.54}} = S$ (8.1.4)

$$Hf = S\cdot L$$

$$L = \left[\frac{0.278\cdot C\cdot D^{2.63}\cdot(Hf)^{0.54}}{Q}\right]^{\frac{1}{0.54}} \qquad (8.1.5)$$

$$D = \left[\frac{Q}{0.278\cdot C\cdot\left(\frac{Hf}{L}\right)^{0.54}}\right]^{\frac{1}{2.63}} \qquad (8.1.6)$$

Observe que la inversa del exponente es: $\frac{1}{0.54} = 1.852$

$$Hf = \left(\frac{L^{0.54}}{0.278 \cdot C \cdot D^{2.63}}\right)^{\frac{1}{0.54}} \cdot Q^{\frac{1}{0.54}}$$

Si se nombra:

$$k = \left(\frac{L^{0.54}}{0.278 \cdot C \cdot D^{2.63}}\right)^{\frac{1}{0.54}} \qquad J = \left(\frac{1}{0.278 \cdot C \cdot D^{2.63}}\right)^{\frac{1}{0.54}}$$

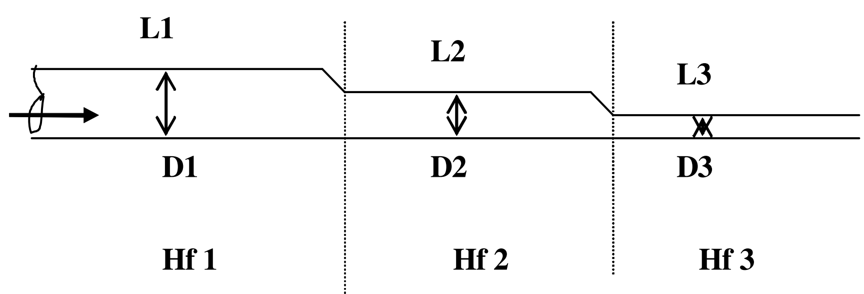
La ec. 8.1.3 se puede escribir así:

$$Hf = k \cdot Q^{1.85} \qquad Hf = J \cdot L \cdot Q^{1.85} \qquad (8.1.7)$$

Esta expresión indica que las pérdidas de energía por fricción dentro de una tubería dependen directamente del valor del caudal que se conduce. Será usada en el método de **Hardy Cross** para el cáculo de pérdidas de energía en redes de tuberías.

8.2 Sistema de tubería en serie

El sistema de tubería esta compuesto de varios tramos de tuberías unidos, de diferentes diámetros. El caudal que pasa en cada tramo es el mismo. pero las pérdidas son diferentes al ser diferentes los diámetros. La pérdida total es la suma de las pérdidas parciales:



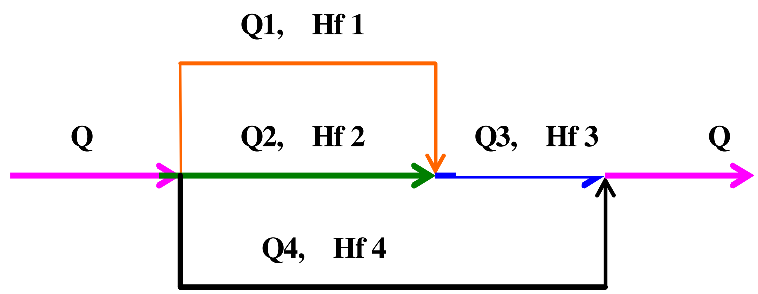
Q1 = Q2 = Q3

? Hf = Hf 1 + Hf 2 + Hf3

Fig. 8.2

8.3 Sistema de tubería en Paralelo

Este sistema de tubería esta constituido por dos o mas tubería, que partiendo de un mismo punto vuelven a unirse en otro punto aguas abajo del primero. El cien por ciento del caudal se distribuye proporcionalmente sobre la base de que las pérdidas deben ser iguales en los tramos paralelos.



$Q = Q1 + Q2 + Q4$

$Hf\,1 = Hf\,2$

$Q1 + Q2 = Q3$

$Hf\,1 + Hf\,3 = Hf\,4$

$Q4 + Q3 = Q$

Fig. 8.3

8.4 Sistema de tubería Ramificada

El sistema ramificado esta constituido por dos o mas tuberías, que partiendo de un mismo punto común se ramifican pero no vuelven a unirse en ningún otro punto . El cier por ciento del caudal se distribuye proporcionalmente llevándose mayor caudal el que menos pérdida provoque.

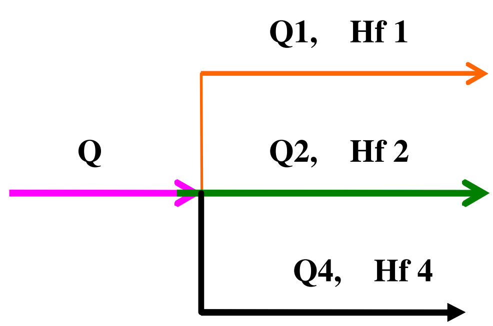


Fig. 8.4

$Q = Q1 + Q2 + Q4$

8.5 Sistema de red. Método de Hardy Cross

El método de Hardy Cross permite determinar de manera iterativa el caudal que fluye a través de los ramales que conforman cada uno de los circuitos de una red de tuberías.

Se fundamenta en los principios que fueron discutidos en flujos paralelos:

a) Ley de la igualdad de pérdidas.- La suma neta de pérdidas de carga en un circuito debe ser igual a cero:

$$HL1 - HL2 = 0 \qquad (8.5.1)$$

HL1= Pérdida de carga en el ramal 1 (que sale del nodo)
HL2= Pérdida de carga en el ramal 2 (que regresa al nodo)

b) Ley de la suma de caudales, o ecuación de continuidad en cada nodo.-La suma neta de caudales que concurren en un nodo deber ser igual a cero

$$QT = Q1 + Q2$$

QT= Caudal que entra al nodo
Q1= Caudal que sale del nodo
Q2= Caudal que sale del nodo

Sabiendo que un circuito es un ciclo que parte de un nodo y regresa al mismo nodo, los flujos y las pérdidas deben considerarse positivos cuando van en el sentido de las manecillas del reloj y en caso contrario, negativos.

Consideraciones:

Las pérdidas de carga en cada ramal se determinan a partir de la siguiente expresión:

$$HL = k \cdot Q^{n}$$

Si se toma, como base de cálculo de las pérdidas, la ecuación de Williams_Hassen, (n =1.85) la expresión queda así (ec. 8.1.6):

$$HL = k \cdot Q^{1.85} \qquad (8.5.2)$$

Si se divide ambos lados de la igualdad entre (Q):

$$\frac{HL}{Q} = k \cdot \frac{Q^{1.85}}{Q} = k \cdot Q^{0.85} \qquad (8.5.3)$$

Los caudales que fluyen en cada ramal se determinan de manera iterativa, en varios intentos.
Primero se suponen los valores (Q) respetando la ley de los caudales en cada nodo.
Después se corrigen con un factor de corrección (Δ) de esta manera:

$$Q = Q + \Delta$$

Desarrollando, para obtener la expresión de (Δ):

$$Q^{1.85} = (Q + \Delta)^{1.85} = Q^{1.85} + 1.85 \cdot Q^{(1.85-1)} \cdot \Delta + ...$$

Despreciándo los demás términos del resultado por ser comparativamente pequeños:

Las pérdidas se escriben así:

$$HL = k\cdot\left(Q^{1.85} + 1.85\cdot Q^{0.85}\cdot\Delta\right)$$

Para ejemplificar, consideremos un circuito de tan solo 2 flujos (Q1, Q2) en dos ramales (L1, L2) con dos pérdidas HL1 y HL2), de la ec. (8.5.1):

$$HL = HL1 - HL2 = k\cdot\left(Q1^{1.85} + 1.85\cdot Q1^{0.85}\cdot\Delta\right) - k\cdot\left(Q2^{1.85} + 1.85\cdot Q2^{0.85}\cdot\Delta\right) = 0$$

Agrupando:

$$k\cdot\left(Q1^{1.85} - Q2^{1.85}\right) - 1.85\cdot k\cdot\left(Q1^{0.85}\cdot - Q2^{0.85}\right)\cdot\Delta = 0$$

Despejando el factor de corrección y sustituyendo las ec. (8.5.2) y (8.5.3):

$$\Delta = \frac{-k\cdot\left(Q1^{1.85} - Q2^{1.85}\right)}{1.85\cdot k\cdot\left(Q1^{0.85} - Q2^{0.85}\right)} = \frac{-(HL1 - HL2)}{1.85\cdot\left(\frac{HL1}{Q1} - \frac{HL2}{Q2}\right)} \qquad (8.5.4)$$

Observe que en el circuito hay una diferencia de caudales positivos y caudales negativos (caudal que va menos caudal que regresa al nodo de partida) .

Generalizando la expresión para un circuito con varios ramales (observe las sumatorias):

$$\Delta = \frac{-\Sigma\cdot k\left(Q1^{1.85} - Q2^{1.85}\right)}{1.85\cdot\Sigma\cdot k\left(Q1^{0.85} - Q2^{.85}\right)} = \frac{-\Sigma HL}{1.85\cdot\Sigma\cdot\left(\frac{HL}{Q}\right)} \qquad (8.5.5)$$

ΣHL= Suma de las pérdidas por fricción en los ramales.
Σ(HL/Q)= Suma de las cocientes (pérdidas entre su caudal correspondiente), de cada ramal.

La S y HL (pérdida por ramal) se calculan las siguientes ecuaciones:

$$HL = S\cdot L$$

$$S = \left(\frac{Q}{0.278\cdot C\cdot D^{2.63}}\right)^{\frac{1}{0.54}} \qquad (8.5.6)$$

$$S = \left(\frac{Q}{0.278\cdot C\cdot D^{2.63}}\right)^{1.852} \qquad (8.5.7)$$

=((F6/1000)/(0.278*100*(D6/100)^2.63))^1.852

Q=Caudal que fluye en el ramal (m^3/seg)
S=Es la pérdida unitaria o pendiente de la línea piezométrica (metro energía)/(metro longitud)
L= Logitud del ramal incluyendo longitud equivalente de los accesorios (m)
C= Factor rugosidad del tubo (dependiendo del material). Adimensional.
D= Diámetro del ramal (m)

También se puede obtener (más rápidamente) el valor de (S) haciendo uso de la gráfica que reporta William-Hassen.

Procedimiento de cálculo método Hardy Cross

SOBRE UN ESQUEMA QUE MUESTRA LOS CIRCUITOS E INDIQUE LAS DEMANDAS DE CAUDALES Y LAS CARACTERISTICAS DE LA TUBERIA:

1.- Identificar cada circuito del sistema: I, II, III, IV, etc.
2.- Identificar cada nodo de cada circuito: A, B, C, D, etc.
3.- Distribuir caudales según el total de las demandas (debe cumplir con la regla de caudales), señalando su sentido de flujo.
4.- Identificar los ramales que conforman cada circuito, iniciando desde cualquier nodo, hasta volver al mismo nodo (los caudales que fluyen en el sentido de las manecillas del reloj, se identifican como positivos y los caudales contrarios son negativos): del ciruitoo I: AB+, BE+, EF-, FA-.
5.- Identificar los ramales comunes entre dos circuitos: BE+=EB-
6.- Registrar los datos disponibles de la tubería (L, D) de cada ramal, en una hoja de cálculo de excel.
7.- Se realizan cálculos para cada ramal de cada circuito:

$$HL = S \cdot L$$

$$S = \left(\frac{Q}{0.278 \cdot C \cdot D^{2.63}} \right)^{1.852}$$

$$\left(\frac{HL}{Q} \right) = .$$

8.- Se suman las pérdidas totales de cada circuito:

$$\Sigma HL = . \qquad \Sigma \left(\frac{HL}{Q} \right) = .$$

9.- Se determina el factor de corrección de caudales para cada circuito:

$$\Delta 1 = \frac{\Sigma HL}{\Sigma \left(\frac{HL}{Q} \right)}$$

10.- Se corrigen caudales según el factor de corrección de cada circuito:

$$Q = Q + (\Delta 1 - \Delta 2) \qquad \Delta 2 = \text{Factor de corrección del Ramal común}$$

11.- Registrar en tabla estos nuevos caudales y repetir los cálculos iterativamente desde el paso 7 y hasta que la suma de pérdidas de carga en los circuitos no sea mayor de 1.0 m.

$$\Sigma HL < 1.0m$$

VERIFICACION:
Concluido el cálculo, se debe vericar que las pérdidas de carga son iguales (ley de las pérdidas de carga), siguiendo dos rutas distintas que inician en un mismo nodo de origen (A) y llegan a un nudo destino (I): RUTA: ABEHI y RUTA: AFGHI.

8.6 Problemas resueltos

Problema 8.1

Determine el caudal que fluye a través de una tubería de hierro fundido (Fo.Fo.) nueva (C=130), de 30 cm de diámetro y que provoca una pérdida de altura piezométrica (pérdida de energía por fricción) de 4.3 m en un tramo de 1500 m de tubería.

Solución:

1. INFORMACION

1.1 Datos:

$C = 130$ Hierro fundido (Fo.Fo.) nueva

$D = 0.3 \cdot m \qquad Hf = 4.3 \cdot m \qquad L = 1500 \cdot m$

1.2 Requerimiento:

Determine el caudal correspondiente.

2. FORMULARIO

2.1 Caudal:

$$Q = 0.278 \cdot C \cdot D^{2.63} \cdot \left(\frac{Hf}{L}\right)^{0.54}$$

3. CALCULOS

3.1 Caudal: $Q = 0.278 \cdot (130) \cdot (0.3)^{2.63} \cdot \left(\frac{4.3}{1500}\right)^{0.54}$ $\boxed{Q = 0.065 \cdot \frac{m^3}{seg}}$

Conversión:

$$Q = 0.065 \cdot \frac{m^3}{seg} \cdot \left(\frac{1000lts}{1m^3}\right) = 65 \cdot \frac{lts}{seg}$$

Problema 8.2

Determine la pérdida de carga que tiene lugar en 1800 m de tubería vieja de fundición, considere C=100, de 60 cm de diámetro, cuando el caudal que circula es de 250 litros cada segundo.

Solución:

1. INFORMACION

1.1 Datos:

$C = 100$ Hierro fundido (Fo.Fo.) nueva

$D = 0.6 \cdot m$ $L = 1800 \cdot m$ $Q = 0.25 \cdot \frac{m^3}{seg}$

1.2 Requerimiento:

Determine la pérdida de energía

2. FORMULARIO

2.1 La Pérdida de energía:

$$Hf = \left(\frac{Q \cdot L^{0.54}}{0.278 \cdot C \cdot D^{2.63}}\right)^{\frac{1}{0.54}}$$

3. CALCULOS

3.1 La Pérdida de energía:

$$Hf = \left[\frac{0.25 \cdot (1800)^{0.54}}{0.278 \cdot (100) \cdot (0.6)^{2.63}}\right]^{\frac{1}{0.54}}$$

$$\boxed{Hf = 3.52m}$$

Problema 8.3

Una tubería usada de acero (C=110) de 30 cm de diámetro transporta 100 litros por segundo de agua. Calcule la pérdida de altura en 1200 m de tubería y compare resultados.

a) Aplique la ecuación de Darcy-Weisbach.

b) Aplique la ecuación de Hazzen-Williams

Solución:

1. INFORMACION

1.1 Datos:

$C = 110$ Acero Usado

$D = 0.3 \cdot m$ $L = 1200 \cdot m$ $Q = 0.100 \cdot \frac{m^3}{seg}$

$f = 0.026$ Tabla ??? para agua (Directo sin usar el diagrama de Moody)

1.2 Requerimiento:

Determinar la pérdida aplicando diferentes fórmulas y compare resultados

2. FORMULARIO

2.1 La Pérdida de energía con la ec. de Darcy-W.:

$$Hf = f \cdot \left(\frac{L}{D}\right) \cdot \left(\frac{v^2}{2g}\right)$$

2.2 La Pérdida de energía con la ec. de Hazzen-W.:

$$Hf = \left(\frac{Q \cdot L^{0.54}}{0.278 \cdot C \cdot D^{2.63}}\right)^{\frac{1}{0.54}} \qquad Hf = \left(\frac{1}{0.278 \cdot C \cdot D^{2.63}}\right)^{1.852} \cdot L \cdot Q^{1.852}$$

$$J = \left(\frac{1}{0.278 \cdot C \cdot D^{2.63}}\right)^{1.852} \qquad Hf = J \cdot L \cdot Q^{1.852}$$

2.3 Velocidad de flujo: $v = \frac{Q}{A}$

2.4 Area de flujo: $A = \pi \cdot \frac{D^2}{4}$

3. CALCULOS

3.1 Area de flujo: $A = \pi \cdot \frac{0.3^2}{4}$ $\quad A = 0.071 \cdot m^2$

3.2 Velocidad de flujo: $v = \frac{0.1}{0.071}$ $\quad v = 1.408 \cdot \frac{m}{seg}$

3.3 La Pérdida de energía con la ec. de Darcy-W.:

$$Hf = 0.026 \cdot \left(\frac{1200}{0.3}\right) \cdot \left(\frac{1.408^2}{2 \times 9.81}\right) \qquad \boxed{Hf = 10.508 \cdot m}$$

3.4 La Pérdida de energía con la ec. de Hazzen-W.:

$C := 110 \quad D := 0.3 \quad Q := 0.1 \quad L := 1200$

$$J := \left(\frac{1}{0.278 \cdot C \cdot D^{2.63}}\right)^{1.852} \qquad J = 0.625$$

$$Hf := J \cdot L \cdot (Q)^{1.852} \qquad Hf = 10.543$$

4. COMENTARIO

La diferencia entre ambos resultados es mínima, de apenas 0.4 %

Problema 8.4

Un sistema nuevo de tubería en serie, de hierro fundido, está constituido por:
Un tramo de 1800 m de tubería de 50 cm de diámetro
Un tramo de 1300 m de tubería de 40 cm de diámetro
Un tramo de 600 m de tubería de 30 cm de diámetro
A partir de este sistema y considerando un caudal de 130 litros por segundo:
a) Si todos los tramos fuesen de 40 cm de diámetro ¿cuál sería la longitud equivalente?.
b) Si toda la tubería fuera 3600 m ¿cuál sería el diámetro equivalente?

Solución:

1. INFORMACION

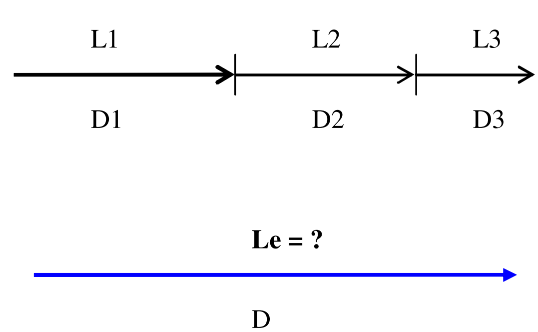


Fig. 8.6

1.1 Datos:

$C = 130$ Hierro Fundido

$L1 = 1800 \cdot m \quad D1 = 0.50 \cdot m$

$L2 = 1300 \cdot m \quad D2 = 0.40 \cdot m$

$L3 = 600 \cdot m \qquad D3 = 0.30 \cdot m$

$$Q = 130 \cdot \frac{lt}{seg} \cdot \left(\frac{1m^3}{1000 \cdot lt}\right) = 0.130 \cdot \frac{m^3}{seg}$$

1.2 Requerimiento:

a) Longitud equivalente b) Diámetro equivalente

2. FORMULARIO

2.1 La Pérdida de energía en cualquier tramo: $Hf = \left(\frac{Q \cdot L^{0.54}}{0.278 \cdot C \cdot D^{2.63}}\right)^{\frac{1}{0.54}}$

2.2 La Pérdida de energía en los tres tramos: $Hf = Hf1 + Hf2 + Hf3$

2.2 Longitud equivalente $L = \left[\frac{0.278 \cdot C \cdot D^{2.63} \cdot (Hf)^{0.54}}{Q}\right]^{\frac{1}{0.54}}$

2.4 Diámetro equivalente: $D = \left[\frac{Q}{0.278 \cdot C \cdot \left(\frac{Hf}{L}\right)^{0.54}}\right]^{\frac{1}{2.56}}$

3. CALCULOS

3.1 La Pérdida de energía en Tramos 1, 2, 3:

$$Hf1 = \left[\frac{0.13 \cdot (1800)^{0.54}}{0.278 \cdot (130) \cdot (0.50)^{2.63}}\right]^{\frac{1}{0.54}} \qquad \boxed{Hf1 = 1.568m}$$

$$Hf2 = \left[\frac{0.13 \cdot (1300)^{0.54}}{0.278 \cdot (130) \cdot (0.40)^{2.63}}\right]^{\frac{1}{0.54}} \qquad \boxed{Hf2 = 3.358m}$$

$$Hf3 = \left[\frac{0.13 \cdot (600)^{0.54}}{0.278 \cdot (130) \cdot (0.30)^{2.63}}\right]^{\frac{1}{0.54}} \qquad \boxed{Hf2 = 6.292m}$$

3.2 La Pérdida de energía en los tres tramos:

$$Hf = 1.568m + 3.358m + 6.292m = 11.218m \qquad \boxed{Hf = 11.218m}$$

3.3 Longitud equivalente:

$$D = 0.40 \cdot m \qquad Hf = 11.218m$$

$$L = \left[\frac{0.278 \cdot (130) \cdot (0.40)^{2.63} \cdot (11.218)^{0.54}}{0.130}\right]^{\frac{1}{0.54}} \qquad \boxed{L = 4343 \cdot m}$$

3.4 Diámetro equivalente:

$$L = 3600 \cdot m$$

$$Hf = 11.218m \qquad D = \left[\frac{0.130}{0.278 \cdot (130) \cdot \left(\frac{11.218}{3600}\right)^{0.54}}\right]^{\frac{1}{2.63}}$$

$$\boxed{D = 0.385 \cdot m}$$

4. COMENTARIO

Se selecciona el diámetro inmediato superior.

Problema 8.5

La fig. muestra un sistema de tres tuberías en paralelo. La altura de presión en A es de 36 m de agua y en E es de 22 m. Suponiendo que toda la tubería está en un mismo plano horizontal y C es igual a 100.
a) ¿Qué caudal circula por cada uno de los ramales y que porcentaje corresponden?
Si se incrementa el caudal total en un 20 por ciento:
b)¿Cuales son los nuevos caudales en los ramales.
c) Cuál es la nueva altura de presión en E ?

Solución:

1. INFORMACION

1.1 Datos: $C = 100$

$$L1 = 3600 \cdot m \qquad D1 = 0.30 \cdot m$$

$$L2 = 1200 \cdot m \qquad D2 = 0.20 \cdot m$$

$$L3 = 2400 \cdot m \qquad D3 = 0.25 \cdot m$$

$$\frac{PA}{\gamma} = 36m \qquad \frac{PE}{\gamma} = 22m$$

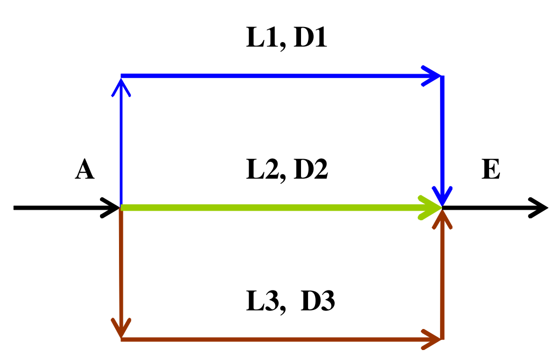


Fig. 8.7

1.2 Requerimiento:

Caudal en cada tramo y el porcentaje correspondiente

2. FORMULARIO

2.1 Caudal en cualquiera de los ramales:

$$Q = 0.278\cdot C\cdot D^{2.63}\cdot\left(\frac{Hf}{L}\right)^{0.54}$$

2.2. Ec. de Bernoully para fluido incompresible a flujo permanente:

$$\left[Z + \frac{(v)^2}{2\cdot g} + \frac{p}{\rho\cdot g}\right]salida - Hf = \left[Z + \frac{(v)^2}{2\cdot g} + \frac{p}{\rho\cdot g}\right]entrada$$

2.3. Caudal total:

$$QT = Q1 + Q2 + Q3$$

2.4. Porcentaje de cada caudal: $\% = \dfrac{Qparcial\cdot(100)}{Qtotal}$

2.5. Perdidas de carga: $Hf = \left(\dfrac{Q\cdot L^{0.54}}{0.278\cdot C\cdot D^{2.63}}\right)^{\frac{1}{0.54}}$

3. CALCULOS

3.1. Perdidas de carga: De la Ec. de Bernoully despejar.

Donde: $Za = Ze$ Están en la misma línea horizontal: se anulan

$va = ve$ Mismo diámetro: se anulan

$$Hf = \left(\frac{p}{\rho\cdot g}\right)entrada - \left(\frac{p}{\rho\cdot g}\right)salida = 36m - 22m$$

$Hf = 14m$ Igual en los tres ramales: Flujos paralelos

3.2 Caudal en los ramales 1, 2, 3:

$$Q1 = 0.278\cdot(100)\cdot(0.3)^{2.63}\cdot\left(\frac{22}{3600}\right)^{0.54} \qquad Q1 = 0.075\cdot\frac{m^3}{seg}$$

$$Q2 = 0.278\cdot(100)\cdot(0.2)^{2.63}\cdot\left(\frac{22}{1200}\right)^{0.54} \qquad Q2 = 0.047\cdot\frac{m^3}{seg}$$

$$Q3 = 0.278\cdot(100)\cdot(0.25)^{2.63}\cdot\left(\frac{22}{2400}\right)^{0.54} \qquad Q3 = 0.058\cdot\frac{m^3}{seg}$$

3.3. Caudal total: $QT = 0.075 + 0.047 + 0.058 \qquad QT = 0.18\cdot\frac{m^3}{seg}$

3.4. Porcentaje de cada caudal:

$$\%1 = \frac{0.075\cdot(100)}{0.18} \qquad \%1 = 41.667 \qquad fracc1 = 0.41667$$

$$\%2 = \frac{0.047\cdot(100)}{0.18} \qquad \%2 = 26.111 \qquad fracc2 = 0.26111$$

$$\%3 = \frac{0.058\cdot(100)}{0.18} \qquad \%3 = 32.222 \qquad fracc3 = 0.32222$$

3.5 Caudales incrementados en un 20% en los ramales 1, 2, 3:

$$Q1 = 0.075\cdot\frac{m^3}{seg}\cdot(1.2) \qquad Q1n = 0.09\cdot\frac{m^3}{seg}$$

$$Q2 = 0.047\cdot\frac{m^3}{seg}\cdot(1.2) \qquad Q2n = 0.056\cdot\frac{m^3}{seg}$$

$$Q3 = 0.058\cdot\frac{m^3}{seg}\cdot(1.2) \qquad Q3n = 0.07\cdot\frac{m^3}{seg}$$

3.6. Pérdidas de carga, con los caudales incrementados:

$$Hf1 = \left[\frac{0.09\cdot(3600)^{0.54}}{0.278\cdot(100)\cdot(0.3)^{2.63}}\right]^{\frac{1}{0.54}} \qquad Hf1 = 31.058\cdot m$$

$$Hf2 = \left[\frac{0.09\cdot(1200)^{0.54}}{0.278\cdot(100)\cdot(0.2)^{2.63}}\right]^{\frac{1}{0.54}} \qquad Hf2 = 74.59\cdot m$$

$$Hf3 = \left[\frac{0.09\cdot(2400)^{0.54}}{0.278\cdot(100)\cdot(0.25)^{2.63}}\right]^{\frac{1}{0.54}} \qquad Hf3 = 50.318\cdot m$$

3.6. Porcentaje (%) incrementados en las nuevas pérdidas de carga:

$$\%Hf1 = \frac{31.058\cdot(100)}{14} \qquad \%Hf1 = 221.843\cdot\%$$

$$\%Hf2 = \frac{74.59\cdot(100)}{14} \qquad \%Hf2 = 532.786\cdot\%$$

$$\%Hf3 = \frac{50.318\cdot(100)}{14} \qquad \%Hf3 = 359.414\cdot\%$$

4. COMENTARIOS

Problema 8.5

Considere un depósito (A) abierto a la atmósfera donde sale un caudal de 0.43 m^3/seg que se distribuye en dos ramales (L1) y (L2). Ver Fig. Determine la potencia que aprovecha la turbina DE, si la altura de presión de salida en (E) es de -3m. Toda la tubería es del mismo material. Considere que el factor de rugosidad C es 120 y los demás datos de la tubería se encuentran en la figura. Dibuje las líneas piezométricas.

Solución:

1. INFORMACION

1.1 Datos:

$C = 120$

$L1 = 1800\cdot m \quad D1 = 0.50\cdot m$

$L2 = 2400\cdot m \quad D2 = 0.60\cdot m$

$L3 = 2400\cdot m \quad D3 = 0.75\cdot m$

$L4 = 2400\cdot m \quad D4 = 0.75\cdot m$

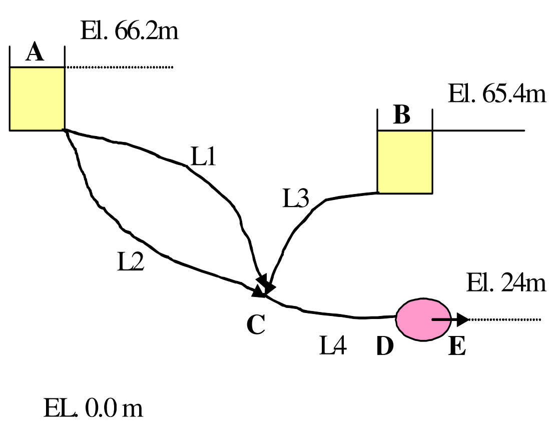


Fig.

$$\frac{PA}{\gamma} = 0 \qquad \frac{PB}{\gamma} = 0 \qquad \frac{PE}{\gamma} = -3m$$

$ZA = 66.2 \cdot m \qquad ZB = 65.4m \qquad ZE = 24m$

1.2 Requerimiento:

Potencia que aprovecha la turbina.

2. FORMULARIO

2.1 Potencia en unidades de HP: $Pot = \frac{(\gamma \cdot QT \cdot H)}{76}$

2.2 Caudal en cualquiera de los ramales:

$$Q = 0.278 \cdot C \cdot D^{2.63} \cdot \left(\frac{Hf}{L}\right)^{0.54}$$

$$Q = \left[\frac{(\% \cdot QTotal)}{100}\right]$$

2.3. Ec. de Bernoully para fluido incompresible a flujo permanente:

$$\left[Z + \frac{(v)^2}{2 \cdot g} + \frac{p}{\rho \cdot g}\right] entrada - Hf = \left[Z + \frac{(v)^2}{2 \cdot g} + \frac{p}{\rho \cdot g}\right] salida$$

2.4. Caudal total que llega a la turbina:

$$QT = Q1 + Q2 + Q3$$

2.5. Porcentaje de cada caudal: $\% = \frac{Qparcial \cdot (100)}{Qtotal}$

2.6. Perdidas de carga $Hf = \left(\frac{Q \cdot L^{0.54}}{0.278 \cdot C \cdot D^{2.63}}\right)^{\frac{1}{0.54}}$

3. CALCULOS

3.1. Caudal condicionado en L1 y en L2:

Condición para flujo paralelo: $Hf1 = Hf2$

Suponga una pérdida de energía en L1 del 10% de la energía disponible en el espejo del recipiente A, o sea la energía de altura: 66.2 m x 0.1 = 6.6= 7.0 m.

$$Q1 = 0.278\cdot(120)\cdot(0.5)^{2.63}\cdot\left(\frac{7.0}{1800}\right)^{0.54} \qquad Q1 = 0.269\cdot\frac{m^3}{seg}$$

$$Q2 = 0.278\cdot(120)\cdot(0.6)^{2.63}\cdot\left(\frac{7.0}{2400}\right)^{0.54} \qquad Q2 = 0.372\cdot\frac{m^3}{seg}$$

$$Q = 0.269 + 0.372 = 0.641\cdot\frac{m^3}{seg}$$

3.2. % equivalente del caudal en L1 y en L2:

$$\%Q1 = \frac{0.269\cdot(100)}{0.641} = 41.966 \qquad \%Q2 = \frac{0.372\cdot(100)}{0.641} = 58.034$$

3.3. Caudal real en L1 y en L2 respetando el % de distribución y el caudal que se distribuye: 0.43 m^3/seg.

$$Q1 = \frac{[41.966\cdot(0.43)]}{100} = 0.18\cdot\frac{m^3}{seg}$$

$$Q2 = \frac{58.034\cdot(0.43)}{100} = 0.25\cdot\frac{m^3}{seg}$$

3.4. Perdidas de carga en L1 y en L2:

$$Hf1 = \left[\frac{0.18\cdot(1800)^{0.54}}{0.278\cdot(120)\cdot(0.5)^{2.63}}\right]^{\frac{1}{0.54}} = 3.323m$$

$$Hf2 = \left[\frac{0.25\cdot(2400)^{0.54}}{0.278\cdot(120)\cdot(0.6)^{2.63}}\right]^{\frac{1}{0.54}} = 3.35m$$

Prácticamente iguales (flujo paralelo), considerar: $Hf1 = 3.35m$

3.5. Energía (columna) disponible en (C): De la Ec. de Bernoully despejar (EC).

$$EA - Hf1 = EC \qquad EA = \left[\frac{PA}{\gamma} + \frac{(vA)^2}{2g} + ZA\right] \qquad PA = 0 \qquad vA = 0$$

$$EC = ZA - Hf1 = 66.2 - 3.35 = 62.65m$$

3.6. Carga (Energía) que se permite perder en L3. De la Ec. de Bernoully despejar (Hf):

$$EB - Hf3 = EC \qquad EB = \left[\frac{PB}{\gamma} + \frac{(vB)^2}{2g} + ZB\right] \qquad PB = 0 \qquad vB = 0$$

$$Hf3 = EC - ZB = 62.65 - 65.4 = -2.75m$$

3.7. Caudal en L3, debido a la pérdida Hf3:

$$Q3 = 0.278\cdot(120)\cdot(0.75)^{2.63}\cdot\left(\frac{2.75}{2400}\right)^{0.54} = 0.404\cdot\frac{m^3}{seg}$$

3.8. Caudal total en L4:

$$Q4 = QT = 0.18 + 0.25 + 0.404 = 0.834\frac{m^3}{seg}$$

3.9. Perdidas de carga en L4, debido a QT:

$$Hf4 = \left[\frac{0.834\cdot(3000)^{0.54}}{0.278\cdot(120)\cdot(0.75)^{2.63}}\right]^{\frac{1}{0.54}} = 13.147m$$

3.10. Energía (columna) disponible en D (entrada a la turbina): De la Ec. de Bernoully despejar (ED).

$$EC - Hf4 = ED$$

$$ED = 62.65 - 13.147 = 49.503$$

3.11. Energía (columna) que aprovecha la turbina. De la Ec. de Bernoully despejar (H).

$$ED - H = EE \qquad EE = \left[\frac{PE}{\gamma} + \frac{(vE)^2}{2g} + ZE\right]$$

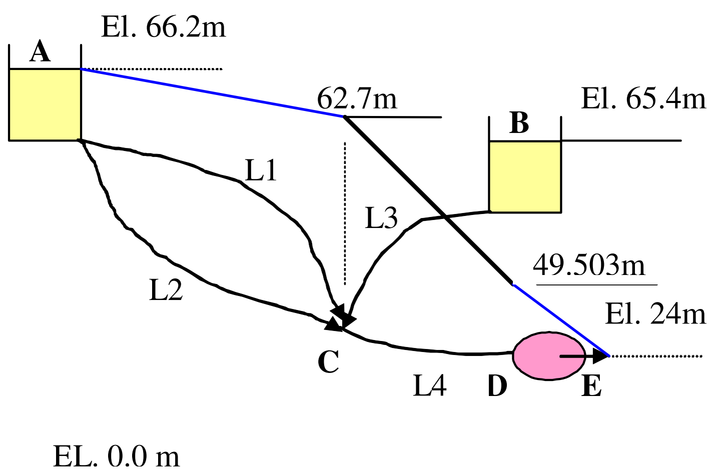
$$EE = -3m + 0 + 24m = 21m$$

$$H = 49.503 - 21 = 28.503m$$

3.12 Potencia en unidades de HP (sin considerar deficiencia mecánica):

$$\text{Pot} = \frac{[1000 \cdot (0.834) \cdot (28.503)]}{76} = 312.783 \text{HP}$$

3.13 Lineas piezométricas:



Problema 8.7

Se desea calcular el diámetro económicamente óptimo de tubería para el servicio que consiste en enviar 0.055 m^3/seg de agua a través de 1200 m de tuberías nuevas de fundición (C=130) hasta un recipiente cuya superficie libre está a 36 m encima del nivel de agua de donde se succiona. Ver Fig. El costo anual de bombeo es de 164 pesos por metro de energía y la depreciación anual de la tubería es el 10 % de su costo inicial. El costo de la tubería puesta en el lugar de la construcción es de 1400 pesos por tonelada. El peso lineal (W) de los diferentes tamaños de tubería son:
Para diámetro de 15 cm: 45 Kg/m; de 20 cm: 71 Kg/m; de 25 cm: 95 Kg/m; de 30 cm: 122 Kg/m; de 40 cm: 186 Kg/m.

Solución:

1. INFORMACION

1.1 Datos:

$C = 130 \qquad L = 1200 \cdot m \qquad Q = 0.055 \cdot \frac{m^3}{seg} \qquad \Delta Z = 36m$

$D1 = 0.15 \cdot m \qquad D2 = 0.20 \cdot m \qquad D3 = 0.25 \cdot m \qquad D4 = 0.30 \cdot m \qquad D5 = 0.40 \cdot m$

$W1 = 45\frac{kg}{m}$ $W2 = 71\frac{kg}{m}$ $W3 = 95\frac{kg}{m}$ $W4 = 122\frac{kg}{m}$ $W5 = 186\frac{kg}{m}$

$CE = 164\cdot\frac{pesos}{m\cdot año}$ $CK = 1.40\cdot\frac{pesos}{kg}$

1.2 Costo anual de energía (CAE) en cinco diferentes diámetros::

2. FORMULARIO

1.1 Costo anual de energía:

$$CAE = CAB + CAD$$

CAD = Costo Anual de Depreciación

1.2 Costo anual de Bombeo

$$CAB = CE\cdot H$$

1.3 Columna o carga de la bomba

$$H = \Delta Z + Hf$$

1.4 Perdidas de carga: $Hf = \left(\frac{Q\cdot L^{0.54}}{0.278\cdot C\cdot D^{2.63}}\right)^{\frac{1}{0.54}}$

1.5 Costo anual de Depreciación de la tubería (10%)

$$CAD = CI\cdot(0.1)$$

1.6 Costo de la inversión:

$$CI = CK\cdot W\cdot L$$

W = Peso lineal
L = Longitud

$1.4\cdot(186)\cdot(1200) = 3.125\times 10^5$

3. CALCULOS

3.1 Costo de la inversión en cada diámetro:

$$CI1 = 1.4\cdot\frac{pesos}{kg}\cdot\left(45\cdot\frac{kg}{m}\right)\cdot(1200\cdot m) = 75600\cdot pesos$$

$$CI2 = 1.4\cdot\frac{pesos}{kg}\cdot\left(71\cdot\frac{kg}{m}\right)\cdot(1200\cdot m) = 119300\cdot pesos$$

$CI3 = 159600\cdot pesos$ $CI4 = 205000\cdot pesos$ $CI5 = 312500\cdot pesos$

3.2 Costo anual de Depreciación de la tubería (10%)

$CAD1 = 75600\cdot(0.1) = 7560\cdot pesos$ $CAD2 = 11930\cdot pesos$

$CAD3 = 15960\cdot pesos$ $CAD4 = 20500\cdot pesos$ $CAD5 = 31250\cdot pesos$

3.3 Perdidas de carga: $$Hf1 = \left[\frac{(0.055)\cdot(1200)^{0.54}}{0.278\cdot(130)\cdot(0.15)^{2.63}}\right]^{\frac{1}{0.54}} = 74.834m$$

$Hf2 = 18.433\cdot m$ $Hf3 = 6.217\cdot m$ $Hf4 = 2.558\cdot m$ $Hf5 = 0.63\cdot m$

3.4 Columna o carga de la bomba $36 + 0.63 = 36.63$

$H1 = 36 + 74.834 = 110.834m$ $H2 = 54.433\cdot m$

$H3 = 42.217\cdot m$ $H4 = 38.558\cdot m$ $H5 = 36.63\cdot m$

3.5 Costo anual de Bombeo $164\cdot(36.63) = 6.007\times 10^3$

$$CAB1 = 164\cdot\frac{pesos}{m\cdot año}\cdot(110.834m) = 18180pesos$$ $CAB2 = 8927\cdot pesos$

$CAB3 = 6924\cdot pesos$ $CAB4 = 6324\cdot pesos$ $CAB5 = 6007\cdot pesos$

3.6 Costo anual de energía: $CAE = CAB + CAD$

$CAE1 = 18180pesos + 7560\cdot pesos = 25740pesos$

$CAE2 = 8927\cdot pesos + 11930\cdot pesos = 20860pesos$

$CAE3 = 6924\cdot pesos + 15960\cdot pesos = 22880pesos$

$CAE4 = 6324\cdot pesos + 20500\cdot pesos = 26820pesos$

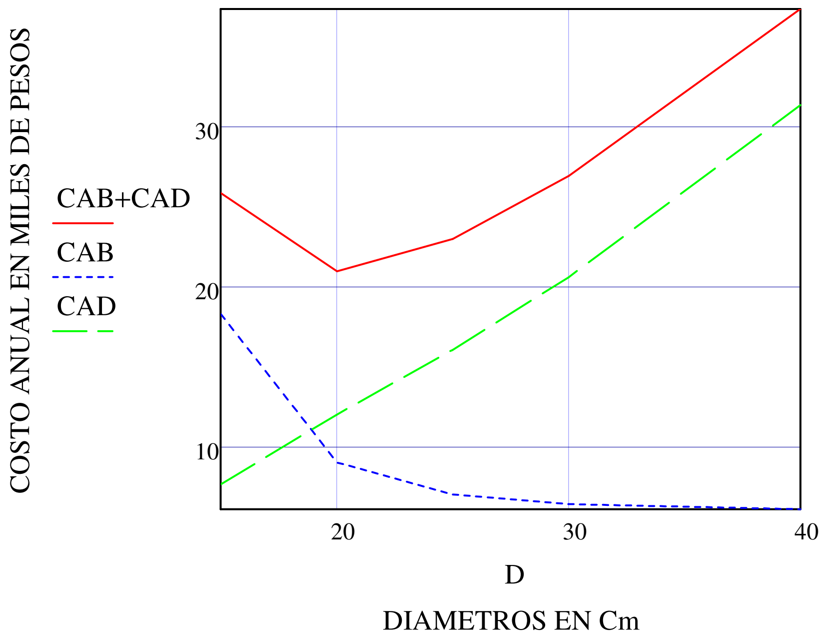
$CAE5 = 6007\cdot pesos + 31250\cdot pesos = 37260pesos$

La tubería óptima es la del diámetro D2 o sea la de 20 cm

GRAFICANDO CON MATHCAD
LOS RESULTADOS OBTENIDOS:

$$D := \begin{pmatrix} 15 \\ 20 \\ 25 \\ 30 \\ 40 \end{pmatrix}$$

$$CAB := \begin{pmatrix} 18.180 \\ 8.927 \\ 6.924 \\ 6.324 \\ 6.007 \end{pmatrix} \qquad CAD := \begin{pmatrix} 7.560 \\ 11.930 \\ 15.960 \\ 20.500 \\ 31.250 \end{pmatrix} \qquad CAE := CAB + CAD$$



DIAMETRO OPTIMO