BOLETÍN: "LAS MATEMÁTICAS EN LA ENSEÑANZA MEDIA"

Número 40 año 4 20 de junio de 2006 ISSN 1688-2563

www.matematicaparatodos.com URUGUAY

Montanaro

ARGENTINA

artículo 1

FACULTAD REGIONAL
SAN NICOLÁS

LICENCIATURA EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL – FACULTAD REGIONAL SAN NICOLÁS
INSTITUTO SUPERIOR DEL PROFESORADO N° 3 "E. LAFFERRIERE" VILLA CONSTITUCIÓN

Objetivo de la carrera

- Actualizar sus conocimientos
- Ampliar la formación en Matemática
- Cumplimentar una carrera de grado
- Generar espíritu y predisposición hacia la investigación
- Mejorar la calidad de los docentes en la metodología de la materia

Perfil del Licenciado en Enseñanza de la Matemática

Las actividades de aprendizaje propuestas se sitúan en un punto de articulación entre la teoría y la práctica y suministran a los docentes herramientas conceptuales y metodológicas adecuadas para su desempeño profesional.

- Manejará las estructuras básicas de la Matemática distinguiendo la relación entre lo puro y lo aplicado
- Participará en el campo académico de instancias de análisis y actualización curricular
- Tendrá una óptima formación para poder intervenir en planes de investigación y desarrollo
- Promoverá la reflexión sobre los fundamentos e historia de la Matemática

Título: La UTN expedirá el título de **Licenciado en Enseñanza de la Matemática**

Plan de Estudios

Área de Gestión Universitaria	**carga horaria**
Epistemología	36 horas
Institución y Gestión	36 horas
Área de Integración	**carga horaria**
Ciencia, Tecnología y Sociedad	36 horas
Metodología de la Investigación	72 horas
Área Didáctico práctica	**carga horaria**
Currículo	90 horas
Didáctica I	80 horas
Didáctica II y Práctica Docente	100 horas
Área Matemática	**carga horaria**
Fundamentos de Geometría	82 horas
Estructuras Algebraicas y aplicaciones	82 horas
Análisis Real	82 horas
Ecuaciones diferenciales y Complementos de análisis	82 horas
Probabilidad y Estadística I	82 horas
Probabilidad y Estadística II	82 horas
Evolución histórica del conocimiento matemático	82 horas
Elaboración de Tesina	200 horas

****Directora de la Carrera:** Prof. Esp. María Elena Maza

****Esta carrera está destinada a:** Profesores de Matemática

****Días, horario y lugar de cursado**:

I.S.PROFESORADO Nº3 "Eduardo Lafferriere"
General López 1331. Villa Constitución
Sábados de 8 a 13 y ocasionalmente viernes de 18 a 22

****Duración**: 2 años

**** Requisitos de Inscripción**

- Poseer título de Profesor otorgado por instituciones de Nivel Superior no Universitario reconocidas, públicas o Privadas, con planes de estudios de cuatro o más años de duración.
- Poseer título universitario intermedio de las carreras de grado de la Universidad Tecnológica Nacional, u otra con una duración no inferior a los tres años.

****Informes y Pre-inscripción**:

I.S.P. Nº 3 "Eduardo Lafferriere"
General López 1331. Villa Constitución
Lunes a viernes de 18 a 21 hs. (15 de mayo a 7 de julio)

****Costo de la carrera**: Inscripción única de $ 100 y 25 cuotas de $ 80

email: ispel3@cablenet.com.ar

FACULTAD REGIONAL
SAN NICOLÁS

Licenciatura en enseñanza de la matemática

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL – FACULTAD REGIONAL SAN NICOLÁS
Instituto Superior del Profesorado N° 3 "E. Lafferriere"

FICHA DE PRE-INSCRIPCIÓN 2006

Apellido y nombre:…………………………………………………**Doc Iden**……………………………

Domicilio:………………………………………………**C.P**…………**Localidad**…………………………

Tel:…………………………………… **E-mail**:……………………………………………………………

Título Inicial/Grado:……………………………………………………………………………………

Emitido por:……………………………………………………………………**Año**……………………

Cantidad de años de estudios cursados:……………………………………………………………

Nivel y Modalidad de trabajo actual:………………………………………………………………

Lugar de trabajo:……………………………………………………………………………………

Notas Aclaratorias:

1. La duración de la carrera es de dos años. El costo es: Una matrícula ~~anual~~ inicial de $ 100, y 25 cuotas mensuales de $ 80 (ajustable con el sueldo docente)
2. La presente inscripción se considerará "definitiva" una vez que se corrobore la validez de la documentación adjunta, según se explicita al dorso, y se haga efectivo el pago de la matricula inicial (a realizarse en julio 2006). Tanto la matrícula como las cuotas abonadas, no se reintegran en caso de abandono de la carrera por parte del cursante.

………………………………………
Firma del Postulante

Preinscripción: 15 de Mayo 2005 al 7 de Julio de 2006.
Notificación de admisión: 30 de julio de 2006

Requisitos de admisión:

a) Poseer título de Profesor de Matemática otorgado por instituciones de Nivel Superior no Universitario reconocidas, públicas o Privadas, con planes de estudios de cuatro o más años de duración o poseer título universitario intermedio de las carreras de grado de la Universidad Tecnológica Nacional, u otra con una duración no inferior a los tres años.

***b)** Presentar la siguiente documentación:*

- Ficha de Preinscripción
- Fotocopia legalizada del título
- Fotocopia 1º y 2º página del DNI
- Currículum vitae (sintético)
- 2 Fotos carnet

LA FICHA DE PRE-INSCRIPCIÓN SE PRESENTA POR **TRIPLICADO**

.

Remitir documentación completa a:
Instituto Superior del Profesorado N° 3 "Eduardo Lafferriere"
Gral. López 1331 – CP 2919 – Villa Constitución – Santa Fe
Tel: 03400 473048
E – mail: ispel3@cablenet.com.ar

Ana S.Martínez

URUGUAY

artículo 2

Escuela de Invierno en Didáctica de la Matemática

Estimados y estimadas colegas:

Llegamos a ustedes nuevamente para informarles novedades sobre la primera Escuela de Invierno en Didáctica de la Matemática a realizarse el 11 y 12 de agosto en la ciudad de Salto.

Les presentamos la lista de los conferencistas que han confirmado su participación y les adjuntamos un programa tentativo pues aún está sujeto a modificaciones.

Esperamos contar con su participación para compartir diferentes momentos junto a colegas, estudiantes e invitados extranjeros.

Reciban un cordial saludo,

Prof. Ana S. Martínez — **Coordinadora General**

Mag. Cristina Ochoviet — **Coordinadora Académica**

■ *SOBRE LA ESCUELA DE INVIERNO Y LA PRESENTACIÓN DE TRABAJOS*

El objetivo de este espacio es reunir a docentes, estudiantes, formadores de docentes e investigadores en la enseñanza y aprendizaje de la matemática de todos los departamentos del Uruguay y de los países vecinos para estudiar algunos temas relacionados a la enseñanza y aprendizaje de la matemática.

La actividad estará organizada en base a conferencias plenarias con posterior sesión de discusión y preguntas por parte del público. Atendiendo la especificidad de la didáctica de la matemática en los diferentes niveles educativos, se realizarán en cada instancia dos conferencias en forma simultánea que abordarán problemáticas específicas del nivel primario o del nivel secundario.

Los asistentes podrán participar en calidad de ponentes a través de la modalidad "Póster".
El Póster consiste en una presentación en soporte físico cuya extensión máxima será de 0.90 m por 1.20 m en el que los expositores podrán presentar experiencias de clase, materiales didácticos, experiencias institucionales, resultados de investigaciones o avances de investigaciones en proceso, experiencias de grupos de trabajo o reflexiones teóricas.
La actividad de presentación de Póster, que suele ser muy atractiva por sus posibilidades visuales, permite que los asistentes se acerquen a los expositores abriendo diversos canales de interacción.

Cada Póster será expuesto durante todo el evento. Se establecerá un horario en el que cada expositor presentará su trabajo al público y a un jurado que oportunamente será designado. Este jurado evaluará todos los trabajos para su premiación para lo cual tendrá en cuenta:

- Presentación
- Contenido
- Originalidad
- Aportes

Todos los trabajos a ser expuestos en forma de Póster serán arbitrados. Para ello deberá enviarse un resumen del mismo a **escueladeinvierno@adinet.com.uy** respetando las siguientes especificaciones:

Primer renglón: Título del trabajo
Segundo renglón: Nombre de los autores
Tercer renglón: Correo electrónico de contacto
Cuarto renglón: Nombre de la Institución
Quinto renglón: Nivel Educativo
A continuación un resumen describiendo el tipo de trabajo que se desea presentar, cuya extensión no supere una carilla A4, letra Arial, tamaño 12, espacio simple.

*El plazo para entregar los resúmenes se ha extendido hasta el **15 de julio**.*

■ *AUSPICIOS*

Ya fue concedido el auspicio del Consejo de Educación Técnico Profesional y los siguientes se encuentran en trámite:

Consejo de Educación Primaria

Consejo de Educación Secundaria

Consejo Directivo Central

■ *CONFERENCISTAS CONFIRMADOS A LA FECHA*

Mag. Luis Marzio Imenes (Brasil)
Ingeniero Civil por la USP. Licenciado en Matemática por la FFCL de Moema. Magister en Educación Matemática. Profesor y Asesor en educación primaria, media y superior y asesor en el área de Matemática de la serie Conversa de Professor do TV-Escola, entre otros. Autor de numerosos artículos en revistas especializadas y co-autor de numerosos textos para la enseñanza de la matemática, entre ellos: Matemática (4 vol.), Ed. Scipione, 1996; Matemática - Novo Caminho (4 vol.), Ed. Scipione, 1997; Microdicionário de Matemática, Ed.Scipione, 1997; Cadernos da TV Escola, PCN na escola, Matemática 2, MEC, 1998; Matemática – Novo Tempo (4 vol.), Ed. Scipione, 1998; Matemática Paratodos (4 vol. - 5ª a 8ª série), Ed. Scipione, 2002; Matemática Paratodos (4 vol. - 1ª a 4ª série), Ed. Scipione, 2004.

Mtra. Mónica Pena (Uruguay)
Maestra especializada en Didáctica de la Matemática. Posgrado de Especialización en Currículo y Evaluación de la UCUDAL. Subdirectora de Primaria en el Liceo Francés de Montevideo "Jules Supervielle". Autora de libros de matemática para primaria: "El problema: móvil y medio del aprendizaje" (1996); "El problema: ejercicios para niños de 6 a 8 años" (1999); "El problema: estructuras aditiva y multiplicativa" (2002); "Los nuevos problemas" (2005). Co-autora de los libros "Mati 3", "Mati 4", "Mati 5" y "Mati 6".

Mag. Yacir Testa (Uruguay)
Profesora de Matemática egresada del Instituto de Profesores Artigas. Maestra en Ciencias en Matemática Educativa por el Centro de Investigación Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional de México.
Docente de Didáctica de la especialidad Matemática del Instituto de Profesores Artigas. Profesora de Matemática de los Institutos Normales. Profesora de Matemática de Enseñanza Secundaria.
Ha participado como ponente en eventos nacionales e internacionales. Publicaciones en Actas Latinoamericanas de Matemática Educativa (Argentina y Cuba), Revista Conversación (Uruguay), entre otros.

Prof. Mónica Olave (Uruguay)
Profesora de Matemática egresada del Instituto de Profesores Artigas. Maestra en Ciencias en Matemática Educativa por el Centro de Investigación Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional de México. Egresada del curso de especialización para profesores de Matemática y Didáctica de los IINN.
Docente de Didáctica de la especialidad Matemática del Instituto de Profesores Artigas. Profesora de Matemática de Enseñanza Secundaria.
Ha participado como ponente en eventos nacionales e internacionales. Publicaciones en las Actas Latinoamericanas de Matemática Educativa (Argentina, Cuba), Revista Conversación (Uruguay), en Editorial Santillana (Uruguay), en Ediciones Rocamadur (Uruguay), entre otras.

Prof. Mario Dalcín (Uruguay)
Profesor de Matemática egresado del Instituto de Profesores Artigas. Maestro en Ciencias en Matemática Educativa por el Centro de Investigación Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional de México.
Docente de Geometría I y Didáctica II de la especialidad Matemática del Instituto de Profesores Artigas. Profesor de Matemática en Educación Secundaria.
Ha participado como ponente en instancias nacionales (Cátedra Alicia Goyena, 1999, 2000; Cursos de Verano del IPA, 2002, 2004, 2005, 2006; Jornadas de Actualización para docentes de Enseñanza Media, 2003, 2004, 2005) e internacionales (RELME 15, Buenos Aires, 2001; EDUMAT, Chivilcoy, 2003, 2005; RELME 19, Montevideo, 2005).
Publicaciones a nivel nacional (Adesculturizar, Conversación) e internacional (Revista do Professor de Matemática, Brasil, 1998, 1999, 2000, 2001, 2004); Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (Argentina, 2001; Cuba, 2002); Forum Geometricorum (U.S.A., 2003).

Dra. Patricia Sadovsky (Argentina)
Profesora de Matemática egresada del Instituto Superior de Profesorado Joaquín V. González y doctora en Didáctica de la Matemática de la Universidad de Buenos Aires. Ha sido docente e investigadora del Centro de Formación e Investigación en Enseñanza de las Ciencias de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UBA. Actualmente se desarrolla en el ámbito de la Secretaría de Educación del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires, donde coordina tareas de investigación, capacitación de docentes y desarrollo curricular.

Dra. Carmen Sessa (Argentina)
Su vida profesional se desarrolló hasta el presente en el campo de la Matemática. Obtuvo su doctorado en esa disciplina en la Universidad de Buenos Aires y ha trabajado en docencia universitaria e investigación en matemática pura.
El trabajo en formación y capacitación docente, en currículum de la escuela media, en dirección de maestrandos de distintas universidades de la Argentina, entre otros, completan su panorama profesional.

AVISO IMPORTANTE

Les queremos comunicar que por problemas de salud el Dr. Ubiratan D'Ambrosio no nos podrá acompañar en esta oportunidad dado que el viaje hasta Salto le exigía un desgaste físico que en estos momentos no puede enfrentar. Espera poder estar con nosotros el año próximo en Montevideo.

■ *LUGAR Y FECHA DE REALIZACIÓN*

Colegio y Liceo Crandon-Salto
Agraciada 1145
Salto – Uruguay
11 y 12 de agosto de 2006

■ *COSTOS DE INSCRIPCIÓN Y FORMA DE PAGO*

Hasta el 15 de junio	*$ 520*	*Hasta en dos cuotas*
Después del 15 de junio	*$ 620*	*Hasta en dos cuotas*
*Estudiantes hasta el 15 de junio**	*$ 380*	*Hasta en dos cuotas*
*Estudiantes después 15 de junio**	*$ 520*	*Hasta en dos cuotas*

** El cupo para los estudiantes es limitado por lo cual* ***antes*** *de realizar el depósito correspondiente a la inscripción deberán dirigirse a* ***escueladeinvierno@adinet.com.uy*** *solicitando la autorización. Se considerarán estudiantes aquellos que hayan rendido por lo menos un examen en el año 2005.*

Debido a las numerosas consultas que hemos recibido acerca de las formas de pago, aclaramos que si usted va a pagar en dos cuotas, y desea mantener el precio de $520, la primera debe hacerse efectiva antes del 15 de junio. La segunda cuota deberá abonarse antes del 8 de agosto.

TODOS LOS CUPOS SON LIMITADOS

El pago de la inscripción se realizará a través de la red **ABITAB** de todo el país en la cuenta de la **empresa** número **718**.
Todos los interesados en asistir a la Escuela de Invierno deberán completar y enviar la ficha de pre-inscripción que se adjunta al final de este documento.

■ **ALOJAMIENTO EN LA CIUDAD DE SALTO**

HOTEL AUSPICIANTE: HOTEL LOS CEDROS

Categoria 3 Estrellas: Ubicado en calle Uruguay nro. 637. Tel.(073) 33984/85 - Fax. (073) 34235. Cuenta con 70 habitaciones con baño privado (4 de ellas suites), teléfono con DDI-DDN desde la habitación, TV color con Cable, frigobar, aire acondicionado, calefacción, cofre de seguridad, cafetería, lavandería, sala de convenciones y eventos, garage privado con acceso directo al hotel. Servicio de Internet 24h, desayuno Buffet. hlcedros@adinet.com.uy
www.hotelloscedros.com

Tarifas especiales para asistentes a la Escuela de Invierno

Precios en pesos uruguayos por persona base doble con desayuno buffet, garage e impuesto incluido:

Habitación simple	**$220**
Habitación standard	**$300**
Habitación superior	**$410**
Habitación especial	**$660**
Habitación triple standard	**$220**
Apartamentos 4 o 5 personas standard	**$220**

TERMAS POSADA SIGLO XIX
Daymán, Salto. Telefax: (073) 69955
Precios especiales para asistentes al evento: **10% de descuento** sobre las tarifas de ALTA temporada que son las que corresponden a la fecha del evento por tratarse de período de vacaciones en Argentina.
E-mail: psxix01@adinet.com.uy Web: www.posadasigloxix.com.uy

Tarifario Dólares 2006

Habitaciones Posada	**ALTA**
Single	50
Doble	64
Triple	75
C/cama extra	86
Habitaciones hotel	**ALTA**
Single superior	65
Single	55
Doble superior	76
Doble	70
Triple	83
C/cama extra	95
Bungalows	**ALTA**
Dos personas	86
Tres personas	86
Cuatro personas	86
Cinco personas	100
Seis personas	115
Siete personas	133
Ocho personas	155

APART HOTEL GEMINIS
Termas del Daymán-Salto
Ubicado en las Termas del Daymán. Ofrecen un **15% de descuento** sobre las tarifas de MEDIA a los asistentes al evento. Tel (073) 69816. E-mail: info@geminishotel.com.ar
aparthotelgeminis@hotmail.com web: www.geminishotel.com.ar

Tarifas en dólares con desayuno incluido

Habitación para	MEDIA
1 persona	24
2 personas	34
3 personas	43
4 personas	53
5 personas	60
6 personas	69
7 personas	79
8 personas	89
Comisión 10 % para agencias	

ALOJAMIENTO DE LA IGLESIA METODISTA
La Iglesia dispone de un dormitorio con 7 camas y otro con 8 camas. Queda a cuatro cuadras de la sede del evento y hay que hacer la reserva con tiempo a través del e-mail: escueladeinvierno@adinet.com.uy

El precio por persona es de $100 y si son más de cinco sale $ 90 por persona. Este precio no incluye las sábanas. Pueden llevarse o de lo contrario pagar $50 más por día por ellas.

Por mayor información turística se puede consultar: www.salto.gub.uy

FICHA DE PRE-INSCRIPCIÓN

Enviar por correo electrónico a escueladeinvierno@adinet.com.uy
o por correo postal a José M. Montero 2951, Montevideo, CP 11300

Datos personales
Apellido: ______________________
Nombre: ______________________
CI: ______________________
Domicilio: ______________________
Localidad: ______________________
E-mail: ______________________
Teléfono: (_____) ______________
Fax: (_____) __________________
Departamento: __________________
País: ______________________
Institución: ____________________

Actividad que desarrolla (marque con una X):

Formador de docentes _

Maestro _

Profesor de Matemática _

Investigador _

Otros _ ______________________

Asistirá a las actividades (marque una sola con una X):

Para enseñanza primaria

Para enseñanza secundaria o media

Importante: Para concretar la inscripción definitiva será necesario realizar el pago en la red **ABITAB** (**número de empresa 718**)

PROGRAMA TENTATIVO

Viernes 11 de agosto de 2006

8:30	Acreditaciones en el Colegio y Liceo Crandon-Salto	
9:30 a 10:00	Bienvenida	
10:00 a 12:00	Conferencia: "La conformación de una *comunidad de producción* en un proceso de formación docente: un ejemplo privilegiado para conocer complejidades acerca de la clase de matemática". **Dra. Patricia Sadovsky y Dra. Carmen Sessa (Argentina)**	
12:00 a 14:30	Acreditaciones en el Colegio y Liceo Crandon-Salto	
	Enseñanza secundaria o media	Enseñanza primaria
14:30 a 15:30	Conferencia: *¿Cuál es el significado gráfico que dan los estudiantes al valor numérico de la función derivada segunda? Un estudio en el sistema escolar uruguayo.* ***Mag. Yacir Testa (Uruguay)***	Conferencia: Proporcionalidad: Un tratamiento funcional para ser desarrollado a lo largo de muchos años de escolaridad. **Mag. Luis Marzio Imenes (Brasil)**
15:30 a 16:00	Preguntas del público	Preguntas del público
16:00 a 16:30	Café	Café
16:30 a 17:30	Conferencia: La enseñanza de la demostración en Bachillerato. **Mag. Mario Dalcín (Uruguay)**	Conferencia: Proporcionalidad: Un tratamiento funcional para ser desarrollado a lo largo de muchos años de escolaridad **Mag. Luis Marzio Imenes (Brasil)**
17:30 a 18:00	Preguntas del público	Preguntas del público

Sábado 12 de agosto de 2006

	Enseñanza secundaria o media	Enseñanza primaria
9:00 a 10:00	Conferencia: Conjeturar y demostrar con la ayuda de Sketchpad **Mag. Mario Dalcín (Uruguay)**	Conferencia: Los problemas "abiertos" o de "búsqueda": hacia un método de investigación **Mtra. Mónica Pena (Uruguay)**
10:00 a 10:30	Preguntas del público	Preguntas del público
10:30 a 11:00	Café	Café
11:00 a 12:00	Conferencia: Historia de las ecuaciones de primer y segundo grado. **Mag. Mónica Olave (Uruguay)**	Conferencia: La geometría: actual enfoque francés para la escuela primaria. **Mtra. Mónica Pena (Uruguay)**
12:00 a 12:30	*Preguntas del público*	Preguntas del público
	Almuerzo	Almuerzo
14:30 a 15:30	Conferencia: Álgebra como lenguaje para expresar generalizaciones: de la percepción de padrones a fórmulas. **Mag. Luis Marzio Imenes (Brasil)**	Conferencia: Sistemas de numeración a lo largo de la historia **Mag. Mónica Olave (Uruguay)**
15:30 a 16:00	Preguntas del público	Preguntas del público
16:00 a 16:30	Café	Café
16:30 a 17:30	Conferencia: Álgebra como lenguaje para expresar generalizaciones: de la percepción de padrones a fórmulas. **Mag. Luis Marzio Imenes (Brasil)**	Conferencia: Diferentes definiciones y clasificaciones de cuadriláteros. **Mag. Mario Dalcín (Uruguay)**
17:30 a 18:00	Preguntas del público	Preguntas del público
18:20 a 19:00	Cierre (a confirmar)	Cierre (a confirmar)

Ruben Rodriguez

CUBA

artículo 1

La contribución de la clase de Computación a la introducción y desarrollo de conceptos elementales de Matemática Numérica en el nivel medio.

MsC. Rubén Rodríguez Ramos

Lic. Eric Crespo Hurtado

Dr. C. Tomás Crespo Borges

Con el avance vertiginoso de los medios de computación, la utilización de la misma en diferentes ramas de la ciencia y de la técnica donde de manera general los procesos productivos y tecnológicos no están dados por modelos matemáticos "exactos", en lugar de estos, adquiere cada vez mayor importancia y significación la Matemática Numérica para la introducción de métodos eficientes que posibiliten la aplicación de métodos numéricos para situaciones del trabajo científico, resulta, por tanto, imprescindible a los estudiantes de la Enseñanza General Media tener nociones elementales sobre esta disciplina, que puedan potenciarse a través de diferentes asignaturas, pero en particular por la Computación

Para la introducción de los números irracionales, en muchos textos se emplea, en forma explicita o implícita el concepto de aproximación, un ejemplo es el libro de texto de Matemática para el décimo grado de la enseñanza media de Cuba, que en la página 100, se ilustra mediante una tabla cómo se pueden obtener valores aproximados de potencias de exponente irracional, en este caso se refiere al cálculo $\mathbf{3}^{\sqrt{\mathbf{2}}}$ y al final del epígrafe se plantea " *con estas ideas puedes elaborar un programa de computación que permita calcular aproximaciones decimales a cualquier potencia de exponente irracional Inténtalo*".

Indiscutiblemente la intención del planteamiento es buena y el ejemplo planteado es ilustrativo del problema, pero la programación ya no es contenido de la enseñanza en ese grado y por tanto no es posible utilizar el ejemplo, además de que en la escuela no siempre se aprovecha esta posibilidad de vincular la Matemática y la Computación para consolidar, repasar, ilustrar e incluso desarrollar conceptos de Matemática Numérica sin necesidad de introducir nuevos contenidos ni de Matemática ni de Computación.

Una alternativa de solución es el empleo de tabuladores electrónicos, en particular el EXCEL, con él se pueden introducir y/o sistematizar conceptos tales como:

- Aproximación.
- Error absoluto.
- Solución de ecuaciones por métodos aproximados.

Los siguientes problemas son ilustrativos de lo planteado:

<u>Problema 1</u>

Información:

Para la constante π, cuyo valor aproximado se corresponde con la función PI() suministrada por el EXCEL. Se le han encontrado distintas aproximaciones a lo largo de la historia las Matemáticas, tales como:

$\pi \approx \frac{9}{5} + \frac{3}{\sqrt{5}}$ (Vieta, 1593)

$\pi \approx \sqrt{13\frac{1}{3} - 2\sqrt{3}}$ (Kochansky 1685)

$\pi \approx \frac{13}{50}\sqrt{146}$ (Specht, 1828)

$\pi \approx \frac{1}{2}\left(4 - \sqrt{7} - \sqrt{3} + \sqrt{13} - \sqrt{5}\right)$ (Hagge, 1914)

$\pi \approx \sqrt{21} + \frac{1}{4}\sqrt{5} - 2$ (Hartmann, 1928)

$\pi \approx \frac{63}{25}\frac{17 + 15\sqrt{5}}{7 + 15\sqrt{5}}$ (Ramanujan, 1914)

Tarea:

Haga la tabla en EXCEL que permita calcular las distintas aproximaciones de π, así como el error absoluto respecto al valor calculado por la función suministrada PI() mediante la expresión $\left|PI() - aproximación\right|$ generando una tabla como la siguiente :

Fórmula propuesta por:	Aproximación	Error
Vieta, 1593		
Kochansky, 1685		
…….	………	……..

La primera línea de esta tabla en Excel y sus respectivos resultados se muestra a continuación:

Fórmula propuesta por..	**Aproximación**	**Error**
Vieta 1593	**=9/5+3/(5^(1/2))**	**=ABS(PI()-B2)**
Kochansky 1685		
……	**….**	**….**
Fórmula propuesta por..	**Aproximación**	**Error**
Vieta 1593	**3,141640786**	**4,81329E-05**
Kochansky 1685		
……	**….**	**….**

Evidentemente, mediante este problema, en el que se aplican conceptos matemáticos y computacionales conocidos por los alumnos se repasan, y se ilustran los conceptos de aproximación y error.

Problema 2

Información:

En la antigua Grecia, el gran matemático Arquímedes de Siracusa obtuvo aproximaciones de π mediante el uso de fórmulas de duplicación de los lados de polígonos regulares inscritos y circunscritos a una circunferencia. Para ello se dispone de las siguientes informaciones:

1. Se conoce que el lado de un polígono regular inscrito en una circunferencia se expresa en función del radio mediante la siguiente fórmula:

$$\ln = 2RSen\frac{\pi}{n}$$

2. El perímetro de un polígono regular de n lados se calculan por la fórmula $p = nl$ donde l es la longitud del lado.

3. La fórmula $L_n = \dfrac{2r\ln}{\sqrt{4r^2 - \ln^2}}$ expresa el lado del polígono regular circunscrito de n lados en función del radio del círculo y del lado del polígono regular inscrito del mismo número de lados.

Tarea:

Haga una tabla en EXCEL que dado el radio de la circunferencia y la cantidad de lados de un polígono , permita calcular el semiperímetro de 10 polígonos inscritos y circunscritos a dicha circunferencia obtenidos por duplicidades sucesivas del polígono original, generando la siguiente tabla:

Radio de la circunfe-rencia	**1**	**Número de lados del polígono inicial**	**4**	
Número de lados	**Longitud del lado del polí-gono regular inscrito**	**Semiperímetro del polígono circunscrito**	**Semiperímetro del polígono inscrito**	**Dife-rencia**
=D1	**=2*B1*SENO(PI()/A3)**	**=A3*((2*B1*B3)/(RAIZ(4*B1^2-B3^2)))/2**	**=A3*B3/2**	**=C3-D3**
=2*A3	**=2*B1*SENO(PI()/A4)**	**=A4*((2*B1*B4)/(RAIZ(4*B1^2-B4^2)))/2**	**=A4*B4/2**	**=C4-D4**

Si en la tabla dada se asigna al radio el valor 1 (r = 1) y distintos valores al número de lados, <u>a medida que n aumenta, el semiperímetro del polígono circunscrito se aproxima cada vez más al semiperímeto del polígono inscrito y ambas se aproximan sucesivamente a</u> π, mientras las diferencias forman una sucesión que se acerca a cero como se muestra en el siguiente ejemplo

Radio de la circunferencia	**1**	**Número de lados del polígono inicial**	**4**	
Número de lados	**Longitud del lado del polí-gono regular inscrito**	**Semiperímetro del polí-gono circunscrito**	**Semiperímetro del polígono inscrito**	**Diferencia**
4	**1,414213562**	**4**	**2,828427125**	**1,171572875**
8	**0,765366865**	**3,313708499**	**3,061467459**	**0,25224104**
16	**0,390180644**	**3,182597878**	**3,121445152**	**0,061152726**
32	**0,196034281**	**3,151724907**	**3,136548491**	**0,015176417**
64	**0,098135349**	**3,144118385**	**3,140331157**	**0,003787228**
128	**0,049082457**	**3,14222363**	**3,141277251**	**0,000946379**
256	**0,024543077**	**3,141750369**	**3,141513801**	**0,000236568**
512	**0,012271769**	**3,141632081**	**3,14157294**	**5,91403E-05**
1024	**0,006135914**	**3,14160251**	**3,141587725**	**1,4785E-05**
2048	**0,00306796**	**3,141595118**	**3,141591422**	**3,69624E-06**

En el problema anterior se dan las fórmulas y la tabla modelo; así, para el alumno hay aprendizaje de contenidos de matemática que no recibe explícitamente en la escuela media, pero su tarea es la de interpretar y transcribir y modificar las fórmulas y algoritmos, con las que repasa los contenidos de Computación, aunque el objetivo del ejercicio se orienta hacia el concepto de aproximación sucesiva.

Las sucesiones se utilizan frecuentemente para el cálculo de valores aproximados, tal es el caso de calcular la raíz n-ésima de un número a > o como se plantea en el siguiente problema:

<u>Problema 3</u>

Información:

La raíz n-ésima de un número a > 0, $\sqrt[n]{a}$ se puede calcular aproximadamente mediante la siguiente sucesión:

$$u_n = \begin{cases} u_0 = a \\ u_{k+1} = u_k - \dfrac{u_k^n - a}{n u_k^{n-1}}, \end{cases} \quad \text{k = 1, 2,.,,, n}$$

donde cada término se aproxima más que el anterior al valor deseado, de tal manera que si la diferencia entre dos valores sucesivos es menor que un error prefijado se detiene el algoritmo así:

Algoritmo:

Leer: número: a
índice: n
error: E

Hacer $\mu_0 = a$

Repetir

$$\mu_1 = \mu_0 - \frac{\mu_0^n - a}{n\mu_0^{n-1}}$$

imprimir μ_1

Si $|\mu_1 - \mu_o| \geq E$ **Hacer** $\mu_0 = \mu_1$

Hasta que $|\mu_1 - \mu_o| < E$

Tarea:

a) Compare la fórmula que expresa la sucesión y lo planteado en el algoritmo, identifique particularmente en el algoritmo la expresión: $\mu_{k+1} = \mu_k - \dfrac{\mu_k^n - a}{n\mu_k^{n-1}}$

b) Implemente este algoritmo en una tabla de EXCEL y establezca, además, el error que se comete utilizando esta aproximación y el cálculo directo de $\sqrt[n]{a}$ mediante la correspondiente expresión en EXCEL.

Como puede observarse en el enunciado de este problema se dan muchos detalles, porque su propósito es el de destacar los conceptos de Matemática Numérica, de esta manera la redacción que garantiza que el problema sea accesible a alumnos de la enseñanza media. Para calcular $\sqrt[3]{3}$ una propuesta de tabla es la siguiente:

RAÍZ	NÚMERO	ERROR	CÁLCULO DIRECTO
3	3		=B3^(1/A3)
APROXIMACIONES	=B3-((B3^A3-B3)/(A3*B3^(A3-1)))	=ABS(B4-B3)	
	=B4-((B4^A3-B3)/(A3*B4^(A3-1)))	=ABS(B5-B4)	
	=B5-((B5^A3-B3)/(A3*B5^(A3-1)))	=ABS(B6-B5)	
	=B6-((B6^A3-B3)/(A3*B6^(A3-1)))	=ABS(B7-B6)	
	=B7-((B7^A3-B3)/(A3*B7^(A3-1)))	=ABS(B8-B7)	
	=B8-((B8^A3-B3)/(A3*B8^(A3-1)))	=ABS(B9-B8)	
	=B9-((B9^A3-B3)/(A3*B9^(A3-1)))	=ABS(B10-B9)	
	=B10-((B10^A3-B3)/(A3*B10^(A3-1)))	=ABS(B11-B10)	

Los resultados obtenidos son:

RAÍZ	NÚMERO	ERROR	CÁLCULO DIRECTO
3	3		1,44224957
APROXIMACIONES	2,111111111	0,888888889	
	1,631784139	0,479326972	
	1,463411989	0,16837215	
	1,442554125	0,020857864	
	1,442249635	0,000304491	
	1,44224957	6,42937E-08	
	1,44224957	2,66454E-15	
	1,44224957	2,22045E-16	
	1,44224957	0	

Es posible otra solución al problema mediante una macro programada en Basic como la que se muestra a continuación para el problema dado, con los resultados correspondientes:

Texto del Subprograma escrito en Basic:

```
Sub PRUEBA()
Worksheets("Hoja1").Activate
Cells(3, 4) = Cells(3, 2) ^ (1 / Cells(3, 1))
i = 3
Do
        i = i + 1
        Cells(i, 2) = Cells(i - 1, 2) - ((Cells(i - 1, 2) ^ Cells(3, 1) -
        Cells(3, 2)) / (Cells(3, 1) * Cells(i - 1, 2) ^ (Cells(3, 1) - 1)))
        Cells(i, 3) = Abs(Cells(i, 2) - Cells(i - 1, 2))
Loop Until Abs(Cells(i, 2) - Cells(i - 1, 2)) < Cells(3, 3)
End Sub
```

Ejecución de la Macro y resultados finales

RAÍZ	NÚMERO	ERROR	CÁLCULO DIRECTO
5	9	0,001	1,55184557
APROXIMACIONES	7,200274348	1,799725652	
	5,760889173	1,439385176	
	4,610345573	1,1505436	
	3,692260635	0,918084938	
	2,963493586	0,728767049	
	2,394132487	0,569361098	
	1,970093275	0,424039212	
	1,695562912	0,274530364	
	1,574229767	0,121333145	

Aunque los procedimientos no son complejos, dado los objetivos de sólo utilizar conocimientos elementales de EXCEL, se continuará utilizando solamente tablas.

<u>Problema 4</u>

Otras aproximaciones de π que también pueden utilizarse para obtener aproximaciones sucesivas y el estudio del error son:

- Los productos de John Wallis (1616 – 1703) $\frac{\pi}{2} = \frac{2}{1} * \frac{2}{3} * \frac{4}{3} * \frac{4}{5} * \frac{6}{5} * \frac{6}{7} * \frac{8}{7} * \frac{8}{9} * \ldots$

Algoritmo:

Leer
error: E
PI = 1

K = 2

Repetir:

$$PI = PI * \frac{k}{k-1} * \frac{k}{k+1}$$

Imprimir 2 * PI

K = K + 2

Hasta que |PI() – PI|< E

La tabla para este caso puede ser:

PI	K	
1	2	CÁLCULO DE PI
=A2*(B2/(B2-1))*(B2/(B2+1))	=B2+2	=2*A3
=A3*(B3/(B3-1))*(B3/(B3+1))	=B3+2	=2*A4
=A4*(B4/(B4-1))*(B4/(B4+1))	=B4+2	=2*A5

Indiscutiblemente que el producto de John Wallis converge "muy lentamente" a π y sólo en la línea 495, para k = 986 aparece el primer 3.14…, con el valor **3,140001571**

- Gottfried Wilhelm Leibniz considerado uno de los mayores intelectuales del siglo XVIII calculó el valor de π mediante la serie infinita de Leibniz

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \cdots$$

Algoritmo:

Leer error: E

PI = 0

K = 1

Repetir:

$$PI = PI + \frac{1}{k}$$

$$K = (|K| + 2) sig(K) * (-1)$$

Imprimir 4 * PI

Hasta que |Pi() – PI|< E

La tabla que expresa el algoritmo es la siguiente:

PI	K	VALORES APROXIMADOS A PI
0	1	
=A2+1/B2	=(ABS(B2)+2)*SIGNO(B2)*(-1)	=4*A3
=A3+1/B3	=(ABS(B3)+2)*SIGNO(B3)*(-1)	=4*A4
=A4+1/B4	=(ABS(B4)+2)*SIGNO(B4)*(-1)	=4*A5

Para esta caso se puede hacer notar que los valores sucesivos se encuentran “por encima y por debajo de π”:

PI	K	VALORES APROXIMADOS A PI
0	1	
1	-3	4
0,66666667	5	2,666666667
0,86666667	-7	3,466666667
0,72380952	9	2,895238095
0,83492063	-11	3,33968254
0,74401154	13	2,976046176

Comenzando a tener “cierta convergencia” a partir de la línea 120 cuando aparecen los primeros valores “cercanos” a 3.14

0,78334902	245	3,13339607
0,78743065	-247	3,149722601
0,78338207	249	3,133528269
0,78739813	-251	3,149592526
0,78341407	253	3,133656271
0,78736664	-255	3,149466547
0,78344507	257	3,133780273
0,78733612	-259	3,149344475
0,78347511	261	3,13390046
0,78730653	-263	3,14922613

Lo más importante de las tablas anteriores es ilustrar cómo expresar mediante una tabla elemental una suma sucesiva o un producto sucesivo.

<u>Problema 5</u>

Análogas a las aproximaciones para obtener el valor de π, existen numerosas aproximaciones para la constante e, o número de Euler, en honor a Leonhard Euler (1707-1783), matemático suizo, cuyos trabajos más importantes se centraron en el campo de las matemáticas puras, campo de estudio que ayudó a fundar. Algunas de estas aproximaciones son:

- Mediante la sucesión $U_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$
- Mediante la suma: $e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{5!} + \cdots + \frac{1}{n!}$

o mejor, para no depender de n!, se da la siguiente expresión:

$$e = 1 + \left(1 + \frac{1}{2}(1 + \frac{1}{3}(1 + \frac{1}{4}(1 + \frac{1}{5}\cdots))))\right)$$

Con ellas se puede comparar los resultados obtenidos con el cálculo anterior y los valores calculado mediante la función **(EXP (potencia))**

<u>Problema 6</u>

Información:

Relacionada con las constantes e y π existe una fórmula de aproximación a n! conocida como fórmula de Sterling: $n! \approx \left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{2\pi n}\left(1 + \frac{1}{12n} + \frac{1}{288n^2} + \ldots\right)$

Tarea:

Haga la tabla que muestre el porcentaje de diferencia de esta fórmula con el resultado calculado mediante el empleo de la función FACT(número). Es decir, si designamos por FS a la fórmula de Sterling se pide calcular: $\frac{n! - FS}{n!} * 100$

El problema se podría ilustrar mediante la siguiente tabla:

n	n!	FS	d%
0	1	0	100%
–	–	–	–

N	N!	FS	D%
1	=FACT(A2)	=(A2/EXP(1))^A2*((2*PI()*A2)^(1/2)*(1+1/(12*A2)+(1/(288*A2^2))))	=(B2-C2)/B2
2	=FACT(A3)	=(A3/EXP(1))^A3*((2*PI()*A3)^(1/2)*(1+1/(12*A3)+(1/(288*A3^2))))	=(B3-C3)/B3
3	=FACT(A4)	=(A4/EXP(1))^A4*((2*PI()*A4)^(1/2)*(1+1/(12*A4)+(1/(288*A4^2))))	=(B4-C4)/B4
4	=FACT(A5)	=(A5/EXP(1))^A5*((2*PI()*A5)^(1/2)*(1+1/(12*A5)+(1/(288*A5^2))))	=(B5-C5)/B5
5	=FACT(A6)	=(A6/EXP(1))^A6*((2*PI()*A6)^(1/2)*(1+1/(12*A6)+(1/(288*A6^2))))	=(B6-C6)/B6
6	=FACT(A7)	=(A7/EXP(1))^A7*((2*PI()*A7)^(1/2)*(1+1/(12*A7)+(1/(288*A7^2))))	=(B7-C7)/B7
N	N!	FS	D%
1	1	1,00218362	-0,00218362
2	2	2,00062867	-0,00031433
3	6	6,00057815	-9,6358E-05
4	24	24,0009883	-4,1178E-05
5	120	120,002546	-2,1214E-05
6	720	720,008869	-1,2318E-05

Con el problema anterior se introduce el concepto de error relativo expresado como porcentaje.

A partir del concepto de error, aproximación y sucesión de aproximaciones se pueden introducir métodos numéricos elementales tal como se muestra en los problemas siguientes.

<u>Problema 7</u>

Información:

De la matemática superior se tiene el teorema plantea:

"Si una función es continua en un intervalo [a, b] y cambia de signo en ese intervalo entonces tiene al menos un cero en [a, b]", es decir, existe un x_c tal que

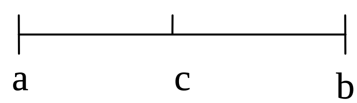
$a \le x_c \le b$ y $f(x_c) = 0$.

Como no siempre existe un método exacto para determinar x_c, se han elaborado métodos aproximados, basados en estos existen algoritmos que permiten calcular aproximadamente la solución deseada.

Uno de estos ***algoritmos*** es el siguiente:

- **Dar la función f(x)**
- **Dar el intervalo [a,b]**
- **Verificar que en [a,b] existe una solución:**
  si signo de f(a) ≠ signo f(b)
- **Dar el error máximo con que se quiere calcular la solución:** ε

Repetir $c = \frac{a+b}{2}$



Si signo de f(a) ≠ signo de f (c) entonces:
el cero (x_0) está en [a,c], por lo que el intervalo [a,b] se puede reducir a [a,c] haciendo b = c
Si no:
el cero (x_0) está en [c,b], por lo que el intervalo [a,b] se puede reducir a [c,b] haciendo: a = c

hasta que |a – b|< ε**, entonces** $x_c = \frac{a+b}{2}$

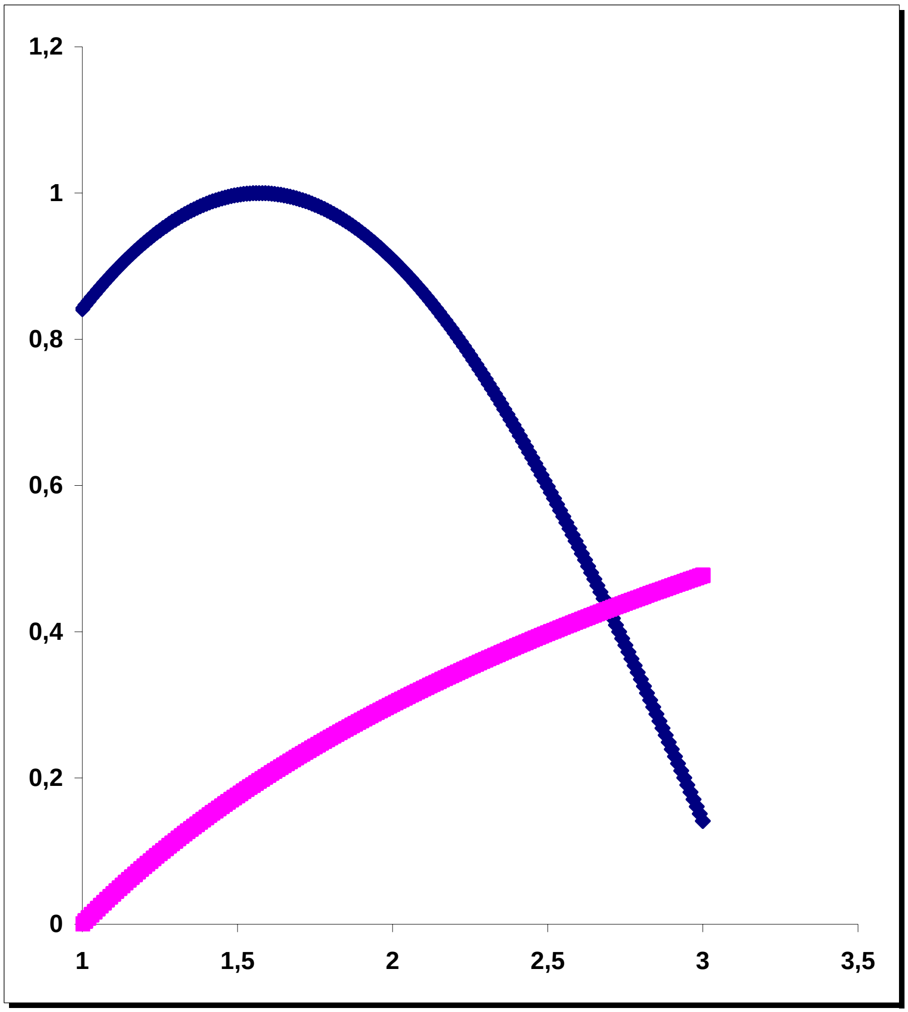
Imprimir "Solución", x_c

Ejemplo:

Resolver la ecuación sen x = log x por el método de bisección:

Una idea gráfica de la solución del problema se muestra en el gráfico de dispersión de las dos funciones en el intervalo [1;3] con un incremento de 0,01:

1	**=SENO(A1)**	**=LOG(A1;10)**	**=B1-C1**	**1**	**0,84147098**	**0**	**0,84147098**
=A1+0,01	**=SENO(A2)**	**=LOG(A2;10)**	**=B2-C2**	**1,01**	**0,84683184**	**0,00432137**	**0,84251047**
=A2+0,01	**=SENO(A3)**	**=LOG(A3;10)**	**=B3-C3**	**1,02**	**0,85210802**	**0,00860017**	**0,84350785**
=A3+0,01	**=SENO(A4)**	**=LOG(A4;10)**	**=B4-C4**	**1,03**	**0,85729899**	**0,01283722**	**0,84446176**



Evidentemente en el mencionado intervalo ambas curvas se cortan y por tanto la función f(x)= senx - log x tiene un cero, el cual se puede acotar más al intervalo [2,5 ; 3]

Siguiendo el algoritmo es posible encontrar la solución mediante la tabla cuyo encabezamiento y resultado se muestran a continuación:

a	b	ERROR	c
2,5	3	=ABS(A2-B2)	=(A2+B2)/2
=SI(SIGNO(SENO($A2)-LOG($A2;10))<>SIGNO(SENO($D2)-LOG($D2;10));A2;D2)			
	=SI(SIGNO(SENO($A3)-LOG($A3;10))<>SIGNO(SENO($D3)-LOG($D3;10));D3;B3)		
2,5	3	0,5	2,75
2,5	2,75	0,25	2,625
2,625	2,75	0,125	2,6875
2,6875	2,75	0,0625	2,71875
2,6875	2,71875	0,03125	2,703125
2,6875	2,703125	0,015625	2,6953125
2,6953125	2,703125	0,0078125	2,69921875
2,6953125	2,69921875	0,00390625	2,697265625
2,6953125	2,697265625	0,001953125	2,696289063
2,6953125	2,696289063	0,000976563	2,695800781

Tarea:

A partir del ejemplo anterior se pueden plantear tareas como:

a) ¿Por qué los cálculos se repiten hasta que $|a - b| < \varepsilon$ en el algoritmo anterior?

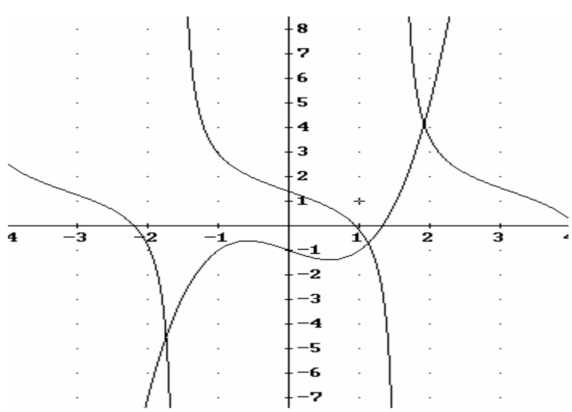
b) Repita el procesamiento hecho en la tabla para dar solución a las siguientes ecuaciones:

1) $x^3 - x - 1 = 0$ en el intervalo [1,2]. Error menor de 0.001

2) $1{,}5 - \tan x = 0{,}1$ en cada uno de los intervalos [-6,-5]; [-3,-2]; [0,1]; [4,5]; [7,8]. Determine usted el error con el que desee hacer el cálculo

3) Calcule la diferencia entre los valores sucesivos determinados en el inciso anterior.

4) Sean las funciones $f(x)= x^3 - x - 1$ y $g(x)= 1{,}5 - \tan x$ con las que se trabaja en (1) y (2). El gráfico superpuesto de ambas funciones se adjunta. A partir de lo que observe en el mismo, las tablas elaboradas y el ejemplo, determine los puntos de intersección de ambos gráficos.



5) Observe los valores sucesivos que toma c y la cantidad de pasos necesarios para obtener cada solución.

<u>Problema 8</u>

La idea expresada en el problema #3 de obtener una sucesión que se "aproxime" a un valor dado, o a un valor aproximado con un error menor que ε se puede extender y aplicar a la determinación de soluciones de una ecuación por métodos iterativos, aunque no se enuncien como tal, como puede ilustrarse en el siguiente problema.

Información:

La sucesión $x_n = \begin{cases} x_0, x_1 \\ x_{k+1} = \dfrac{f(x_n)x_{n-1} - f(x_{n-1})x_n}{f(x_n) - f(x_{n-1})} \end{cases}$

donde x_0 y x_1 (valores iniciales de la sucesión) se encuentran dentro del intervalo que contiene la solución de la ecuación definida f(x) = 0, se "acerca" cada vez más a un cero de la función, o sea, un punto x_c tal que $f(x_c) = 0$.

Aplicando esta sucesión se puede elaborar el siguiente

Algoritmo:

- **Definir función que expresa la ecuación f(x) = 0**
- **Dar dos valores "próximos" a la solución: x_0, x_1**
- **Dar el error: ε**

Repetir

$$x_2 = \frac{f(x_1) * x_0 - f(x_0)x_1}{f(x_1) - f(x_0)}$$

Si $|x_1 - x_2| > \varepsilon$ entonces hacer $x_0 = x_1$, $x_1 = x_2$

hasta que $\left|x_1 - x_2\right| < \varepsilon$

Imprimir "Solución" x_2

Para la ecuación sen x = log x resuelta por el método de bisección la tabla puede tener para el nuevo método el siguiente encabezamiento:

x0	x1	x2	ERROR
2,60	2,90	=((SENO(B20)-LOG(B20;10))*A20-(SENO(A20)-LOG(A20;10))*B20)/((SENO(B20)-LOG(B20;10))-(SENO(A20)-LOG(A20;10)))	=ABS(B20-C20)
=B20	=C20	=((SENO(B21)-LOG(B21;10))*A21-(SENO(A21)-LOG(A21;10))*B21)/((SENO(B21)-LOG(B21;10))-(SENO(A21)-LOG(A21;10)))	=ABS(B21-C21)

Con ella se obtiene el siguiente resultado para un formato de 15 cifras decimales:

x0	x1	x2	ERROR
2,600000000000000	2,900000000000000	2,693174478887990	0,206825521112012
2,900000000000000	2,693174478887990	2,696167046003500	0,002992567115515
2,693174478887990	2,696167046003500	2,696256610986290	0,000089564982789
2,696167046003500	2,696256610986290	2,696256562716850	0,000000048269444
2,696256610986290	2,696256562716850	2,696256562717600	0,000000000000754
2,696256562716850	2,696256562717600	2,696256562717600	0,000000000000000
2,696256562717600	2,696256562717600	2,696256562717600	0,000000000000000

Compare el resultado de esta tabla con la del método de bisección y observe que en menos pasos se obtienen resultados más exactos.

Tarea:

a) Compare la fórmula dada en la sucesión con las expresadas en el algoritmo.

b) Analice por qué el ciclo se repite hasta que $|x_1 - x_2| < \varepsilon$

c) Elabore la tabla que implemente este algoritmo para darle solución a las ecuaciones dadas en el inciso (b) del problema 7. .

d) Compare los pasos requeridos para calcular las ecuaciones por el algoritmo del problema 7 y el del problema 8.

e) En el problema 7 se requiere al inicio el intervalo donde está la solución de la ecuación y el del problema 8 dos valores de ese intervalo. Combine ambos algoritmos de manera que a partir de un intervalo dado, reducirlo a un intervalo más pequeño con 5 repeticiones y después tomar dos valores de ese nuevo intervalo para ejecutar el algoritmo del problema 8.

A modo de conclusión podemos expresar que los ejemplos anteriores evidencian que en una forma sencilla e interesante es posible consolidar, repasar, ilustrar o introducir en la enseñanza media los conceptos de aproximación, error absoluto y solución de ecuaciones por métodos aproximados, los cuales son básico en la Matemática Numérica, enunciándolos como ejercicios en la clase de Computación.

BIBLIOGRAFIA

Colectivo de Autores. Keline Enzyklopedie Mathematik. Editorial Bibligraphishes Institut. Leipzig. 1985.

Conte, S.D y Carl de Boor. Elementary numerical analysis: an algorithmic approach. La Habana. Ed. Pueblo y Educación. 1984

Cuba, Ministerio de Educación. Precisiones para el trabajo Metodológico. Curso 1997-1998. La Habana. 1997

Cuba, Ministerio de Educación. Programa de Informática Educativa, período 1996-2000. La Habana. 1996

Golden , Jones T. Fortran IV. Programación y cálculo. Edición Revolucionaria. La Habana. 1965.

González , Mario O. Complementos de Aritmética y algebra. Quinto curso. Tomo I. La Habana. ED. Pueblo y Educación. 1968

Kerner I.O. Numerische Mathematik mit Kleinstrechnen. Editorial Deutscher Verlag de Wissenchalten. Dresden, 1984.

Matemática de Cálculo. N.I. Danilina y Otros. Moscú ED. MIR.1990.

McCraken, Daniel, Williams, S. Dorn. Métodos numéricos y programación Fortran. La Habana. Ed. Revolucionaria. 1967.

Mederos. María, V. Martha, L. Baguer. Matemática Numérica con microcomputadoras. MES.1987.

Suárez Alonso, Margarita. Matemática Numérica. La Habana. Ed. de libros para la Educación. 1980.

Tíjonov A. Y Kostomárov D. Conferencia de Introducción a la Matemática Aplicada. Editorial MIR. Moscú. 1987.

Torres Lima, Pastor. Influencias de la Computación en la enseñanza de la Matemática. Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencia Pedagógicas. Luis Campistrous Pérez. Tutor. Santa Clara, 1997.